

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰





ریاضی هشتم

یادآوری اعداد صحیح

درس اول

اعداد صحیح

اعداد صحیح شامل اعداد مثبت (اعداد طبیعی)، اعداد منفی و عدد صفر می‌باشند. چند نکته جهت یادآوری:

- (۱) عدد صفر، نه منفی است و نه مثبت.
 - (۲) هر عدد مثبت، از هر عدد منفی بزرگ‌تر است.
 - (۳) عدد صفر، از هر عدد منفی بزرگ‌تر و از هر عدد مثبت کوچک‌تر است.
 - (۴) در مورد دو عدد منفی، عددی که بدون در نظر گرفتن علامت، بزرگ‌تر است، کوچک‌تر می‌باشد.
- برای هر حرکت روی محور، می‌توان عددی صحیح متناظر با آن نوشت. اگر حرکت به سمت چپ باشد، علامت آن عدد منفی و اگر حرکت به سمت راست باشد، علامت آن عدد مثبت می‌باشد.

مثال: $-12 < -7$

مثال: برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.

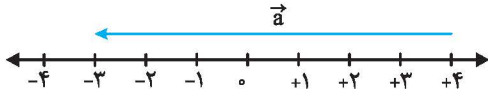


پاسخ:

$$\vec{a} = +3, \quad \vec{b} = -5, \quad \vec{c} = -6, \quad \vec{d} = 0$$

بردار

برای هر حرکت روی محور اعداد صحیح می‌توان از بردار استفاده کرد. بردار یک پاره‌خط جهت‌دار است که دارای ابتداء، طول و انتها می‌باشد. مثلاً در شکل مقابل، بردار \vec{a} دارای ابتدای $+4$ ، انتهای -3 و طول -7 می‌باشد.



روابط زیر بین ابتداء، انتها و طول هر برداری وجود دارد.

طول بردار = انتهای بردار - ابتدای بردار ، طول بردار = ابتدای بردار + انتهای بردار ، ابتدای بردار = انتهای بردار - طول بردار

مثال: بردار -4 را از چه نقطه‌ای رسم کنیم تا انتهای آن عدد $+9$ باشد؟

پاسخ: در این جا طول بردار -4 و انتهای بردار $+9$ می‌باشد و ابتدای بردار خواسته شده است. ابتدای بردار برابر است با:

$$\text{ابتدای بردار} = +9 - (-4) = 9 + 4 = +13$$

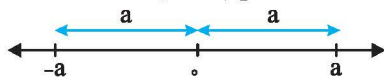
مثال: از نقطه A مساوی -2 ، بردار \vec{AB} برابر با -4 را رسم می‌کنیم. نقطه B را بیابید.

پاسخ:

$$B = \vec{AB} + A = -4 + (-2) = -6 \Rightarrow \text{ابتدای بردار} + \text{طول بردار} = \text{انتهای بردار}$$

قرینه اعداد صحیح

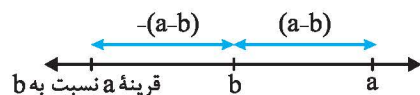
برای پیدا کردن قرینه یک عدد صحیح نسبت به مبدأ کافی است، علامت آن را عوض کنیم. علامت قرینه یک عدد، علامت منفی پشت آن عدد است.



به عنوان مثال قرینه -3 برابر $+3$ است و می‌نویسیم $-(-3) = +3$

نکته IQ: می‌توان قرینه یک عدد را نسبت به نقطه‌ای غیر از صفر به دست آورد. مثلاً برای پیدا کردن قرینه نقطه a نسبت به نقطه b ، ابتدا

حاصل $a - b$ را به دست آورده، سپس حاصل را با b جمع می‌کنیم. به طور کلی قرینه نقطه a نسبت به نقطه b برابر است با $2b - a$



مثلاً قرینه نقطه 50 نسبت به 20 برابر با $2 \times 20 - 50 = 40 - 50 = -10$ است.



نکته اگر تعداد علامت‌های منفی پشت عدد، فرد باشد، حاصل عددی منفی و اگر تعداد آن‌ها زوج بود، حاصل عددی مثبت خواهد بود. تعداد علامت‌های مثبت تأثیری در علامت عدد ندارد.

مثال: حاصل عبارات زیر را بیابید.

آ) $(-(-(-(+(-5)))))$ - ب) قرینه $(-(-(+(-4))))$

پاسخ: آ) تعداد منفی‌های پشت عدد ۵، زوج است، پس حاصل برابر ۵ می‌شود.

ب) قرینه $(-(-(+(-4))))$ برابر است با $(-(-(-(+(-4)))))$ که چون تعداد منفی‌های پشت عدد زوج است، حاصل برابر ۴ می‌شود.

جمع و تفریق اعداد صحیح

برای جمع و تفریق اعداد صحیح، ابتدا حاصل عبارت‌هایی را پیدا می‌کنیم که پشت آن‌ها چند علامت مثبت یا منفی وجود داشته باشد. با توجه به نکته قبل، مثلاً حاصل $(-(-(-3)))$ برابر ۳- و حاصل $(-(-(+1)))$ برابر ۱+ می‌شود. بعد از این‌که پشت اعداد فقط یک علامت قرار گرفت، جمع یا تفریق را انجام می‌دهیم. اگر همه اعداد دارای یک علامت باشند، آن‌ها را بدون در نظر گرفتن علامت، جمع کرده و علامت آن‌ها را پشت جواب می‌گذاریم. اگر اعداد هم مثبت و هم منفی بودند، اعداد مثبت را با هم و اعداد منفی را با هم جمع کرده و حاصل آن‌ها را بدون در نظر گرفتن علامت از هم کم می‌کنیم. سپس علامت پشت عددی را که بدون در نظر گرفتن علامت، بزرگ‌تر است، پشت جواب می‌گذاریم.

مثال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

آ) $(-(-12)) + (-(-6)) - (-(-11))$ ب) $(-(-6)) - (-(-3-2)) + (-(-8-12))$

پاسخ: آ) $(-(-12)) + (-(-6)) - (-(-11)) = -(-12+6) + 12 = -(-6) + 12 = +6 + 12 = +18$

ب) $(-(-6)) - (-(-3-2)) + (-(-8-12)) = (-6) - (-(-5)) - (-(-20)) = (-6) - (-5) - (-20) = -6 + 5 + 20 = +19$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح

ابتدا اگر پشت عددی چند علامت وجود داشت، آن‌ها را یکی می‌کنیم. سپس تعداد علامت منفی اعدادی را که در هم ضرب یا تقسیم شده‌اند، می‌شماریم. اگر تعداد آن‌ها فرد بود، حاصل عددی منفی و اگر تعداد آن‌ها زوج بود، حاصل عددی مثبت خواهد بود. سپس مانند ضرب و تقسیم اعداد طبیعی آن‌ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌کنیم.

مثال: حاصل عبارات زیر را محاسبه کنید.

آ) $(-2) \times (-(-4))$ ب) $(-8-11) \div (-(-+1))$

پاسخ: آ) $(-2) \times (-(-4)) = +2 \times (-4) = -8$

ب) حاصل $(-8-11) \div (-(-+1)) = +3 \div (+1) = +3$

به توان رساندن اعداد صحیح

عدد مثبت به هر توانی برسد، حاصل مثبت خواهد بود. مانند $(+2)^3 = +8$

اگر عدد منفی، به توان فرد برسد، حاصل عددی منفی خواهد بود. مانند $(-3)^3 = -3^3 = -27$ ، زیرا $(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$

اگر عدد منفی داخل پرانتز باشد و به توان زوج برسد، حاصل مثبت خواهد بود. مانند $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد و توان عددی زوج باشد، حاصل منفی خواهد بود. زیرا در این حالت توان فقط مربوط به عدد است. مانند:

$-3^2 = -(3^2) = -3 \times 3 = -9$

تست: چند تا از عبارات زیر نادرست است؟

آ) $(-2)^3 = -8$ ب) $(-2)^2 = -4$ پ) $-2^4 = 16$ ت) $(-2)^5 = 32$

۱ (آ) ۲ (ب) ۳ (پ) ۴ (ت)

پاسخ: قسمت (آ) نادرست است، زیرا $(-2)^3 = -8$ می‌شود و $(-8) - (-8)$ برابر ۸+ خواهد شد. قسمت (ب) درست است، زیرا $(-2)^2 = 4$ شده

و $(-4) - (-4)$ می‌شود. قسمت (پ) نادرست است، زیرا اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد و به توان زوج برسد، حاصل منفی می‌شود. بنابراین جواب صحیح برابر ۱۶- است. قسمت (ت) درست است، زیرا $(-2)^5 = -32$ شده و $(-32) - (-32) = 32$ می‌شود. بنابراین گزینه (ت) صحیح است.

اولویت انجام عملیات

۱) حاصل عبارت‌های داخل پرانتزها را از داخلی‌ترین پرانتز حساب می‌کنیم. (۲) حاصل اعداد توان‌دار را محاسبه می‌کنیم. (۳) در هنگام محاسبه (چه درون و چه خارج پرانتز) همواره ابتدا از سمت چپ به راست، ضرب‌ها و تقسیم‌ها را انجام می‌دهیم. (۴) پس از ضرب و تقسیم، جمع و تفریق‌ها را از چپ به راست انجام می‌دهیم.

مثال: حاصل عبارات زیر را حساب کنید.

(آ) $3 \times 2^3 - 5 \times 4 \div (-2)^2 + [-36 \div 4 \times (-3)]$ (ب) $4 - 2^2 \times [3 - 2 \times (5 - 7)]$

پاسخ: (آ)
$$\frac{3 \times 8}{24} - \frac{5 \times 4}{20} \div 4 + \frac{[-36 \div 4 \times (-3)]}{-9} = \frac{24}{19} - 5 + \frac{[-9 \times (-3)]}{27} = 19 + 27 = 46$$

(ب)
$$4 - 4 \times [3 - 2 \times (-2)] = 4 - 4 \times [3 + 4] = 4 - 4 \times [7] = 4 - \frac{4 \times 7}{28} = 4 - 28 = -24$$

قانون کلاوس

اگر اعداد طبیعی به طور منظم از عدد یک، به فاصله یکی یکی افزایش یابند، $1, 2, 3, 4, \dots, n$ باشند، حاصل جمع آن‌ها برابر است با:

$$\frac{(1 + \text{عدد آخر}) \times (\text{عدد آخر})}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{25}{50 \times 51} = 1275$$

به عنوان مثال حاصل $1 + 2 + 3 + \dots + 50$ برابر است با:

تست: حاصل $1 + 2 + \dots + 38$ چند برابر حاصل $1 + 2 + \dots + 76$ می‌باشد؟

(۱) $\frac{39}{77}$ (۲) $\frac{39}{154}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{78}{177}$

پاسخ: گزینه (۲) صحیح است.
$$1 + 2 + \dots + 38 = \frac{38 \times 39}{2}, \quad 1 + 2 + \dots + 76 = \frac{76 \times 77}{2} \Rightarrow \frac{38 \times 39}{76 \times 77} = \frac{39}{2 \times 77} = \frac{39}{154}$$

ویژه علاقمندان

دنباله منظم: اگر در یک الگو تعدادی عدد صحیح پشت سر هم قرار گرفته باشند و اختلاف دو عدد پشت سر هم الگو ثابت باشد، به این الگو، دنباله اعداد منظم یا دنباله حسابی می‌گویند. مانند:

$508, 11, 14, 000$ یا $37, 32, 27, 22, 000$ یا $-61, -46, -31, -16, 000$

روابط زیر بین اعداد دنباله منظم وجود دارد:

$$\frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} = \text{میانگین اعداد دنباله منظم} + 1, \quad \text{تعداد اعداد دنباله منظم} = \frac{(\text{عدد اول} - \text{عدد آخر})}{\text{فاصله بین اعداد}}$$

(میانگین اعداد دنباله منظم) \times (تعداد اعداد دنباله منظم) = مجموع اعداد دنباله منظم

دقت شود که برای محاسبه مجموع اعداد یک دنباله منظم، ابتدا از روابط فوق، تعداد اعداد و میانگین اعداد را محاسبه کرده، سپس در هم ضرب می‌کنیم تا مجموع اعداد به دست آید.

مثال: حاصل $97 + 12 + 7 + 2$ برابر چند است؟

پاسخ: دنباله منظم $97, 12, 7, 2$ را در نظر می‌گیریم. حاصل جمع خواسته شده، در واقع مجموع اعداد این دنباله منظم است. پس:

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد اعداد} &= \frac{97-2}{5} + 1 = 19 + 1 = 20 \\ \text{میانگین اعداد} &= \frac{97+2}{2} = \frac{99}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع اعداد} = 20 \times \frac{99}{2} = 990$$

دنباله هندسی: اگر در یک دنباله اعداد، هر عدد از ضرب عدد قبلی در یک عدد ثابت به دست آمده باشد، به آن دنباله هندسی می‌گویند. مثلاً $2, 4, 8, 16, 32, \dots$ یک دنباله هندسی می‌باشد. در دنباله هندسی به عدد ثابت، قدرنسبت یا q ، به اولین عدد دنباله t_1 و به عدد آخر آن t_n

می‌گویند. توجه شود که قدرنسبت یا q مخالف صفر می‌باشد، اگر تعداد اعداد یک دنباله هندسی n تا باشد، داریم:

$$t_n = t_1 \times q^{n-1}$$

عدد آخر

$$S = \frac{t_1(1-q^n)}{1-q}$$

مجموع اعداد دنباله هندسی

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}$$

مثال: حاصل عبارت روبه‌رو چقدر می‌شود؟

پاسخ: دنباله $1, 3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{10}$ را در نظر می‌گیریم. همان‌طور که می‌بینید، هر جمله از ضرب جمله قبلی در عدد ثابت ۳ به دست

می‌آید. پس حاصل جمع خواسته شده، در واقع مجموع جمله‌های یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۳ و جمله اول ۱ می‌باشد. جملات نیز از 3^0 تا 3^{10} یعنی ۱۱ تا می‌باشد.

$$t_1 = 1, q = 3, n = 11 \Rightarrow S = \frac{1 \times (1 - 3^{11})}{1 - 3} \Rightarrow S = \frac{3^{11} - 1}{2}$$

نکته: اگر جملات یک دنباله هندسی نامتناهی (بی‌پایان) باشند و قدرنسبت آن یعنی q عددی بین ۱ و -۱ و غیر صفر باشد، مجموع جملات از

$$S = \frac{t_1}{1-q}$$

رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

تست: مجموع اعداد روبه‌رو تقریباً چقدر می‌شود؟

پاسخ: دنباله $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ یک دنباله هندسی با تعداد جملات بی‌پایان، $q = \frac{1}{2}$ و $t_1 = 1$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow$$

گزینه (۳) صحیح است.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

دانش‌آموزان گرامی، اکنون می‌توانید به تست‌های ۱ تا ۲۶ و ۶۵ تا ۹۴ (سری A) پاسخ دهید.

توجه

پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول

۱ یادآوری اعداد صحیح

۱. کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از -۹۲ که بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام عدد است؟
 ۱) -۹۳ ۲) -۹۲ ۳) -۹۰ ۴) -۸۷
۲. بین -۱۸ و $+۸$ ، چند عدد صحیح نامثبت وجود دارد؟
 ۱) تا ۱۴ ۲) تا ۱۸ ۳) تا ۱۶ ۴) تا ۱۳
۳. بین اعداد صحیح -۱۷۳ و $+۲۱۷$ چند عدد صحیح وجود دارد؟
 ۱) ۳۸۱ ۲) ۳۸۰ ۳) ۳۸۹ ۴) ۳۸۸
۴. روی محور اعداد صحیح، چند عدد وجود دارد که فاصله هر یک از این اعداد از عدد -۷ دو برابر فاصله آن از عدد $+۲$ باشد؟
 ۱) بی‌شمار ۲) هیچ ۳) یکی ۴) دو تا
۵. فاصله کدام عدد زیر از عدد -۳۰ ، ثلث فاصله آن از عدد $+۳۰$ است؟
 ۱) -۲۵ ۲) -۴۵ ۳) $+۶۰$ ۴) -۶۰
۶. حاصل عبارت $(-((+(-(-\dots(-۳-۴)\dots)))$ کدام است؟
 تعداد علامت‌ها ۱۳۹۰ تا
 ۱) $+۱$ ۲) -۷ ۳) $+۷$ ۴) صفر
۷. اگر m و n اعدادی صحیح باشند و بدانیم m عددی منفی و $m+n > 0$ شده است، کدام یک از رابطه‌های زیر حتماً درست است؟
 ۱) $۲m+n < 0$ ۲) $۲m+n > 0$ ۳) $۲n > 0$ ۴) $m-n > 0$
۸. چند جفت عدد دو رقمی طبیعی با اختلاف ۵۰ وجود دارد؟
 ۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۵۹ ۴) ۶۰
۹. طول برداری که ابتدای آن بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از -۱۲ و انتهای آن کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $+۷$ است، چقدر می‌باشد؟
 ۱) -۱۹ ۲) $+۱۹$ ۳) -۲۱ ۴) $+۲۱$
۱۰. بردار -۳ را ابتدا از چه نقطه‌ای رسم کنیم تا انتهای بردار، $+۱۰$ شود؟
 ۱) $+۱۳$ ۲) -۱۳ ۳) $+۷$ ۴) -۷
۱۱. عبارت متناظر با شکل مقابل در کدام گزینه آمده است؟

 ۱) $(+۱۵) - (-۴۵) + ۴ \times (+۵) = +۱۰$
 ۲) $(+۱۵) + (-۴۵) + ۴ \times (+۵) = +۱۰$
 ۳) $(+۱۵) + (-۴۵) - ۴ \times (+۱۰) = +۱۰$
 ۴) $(+۱۵) + (-۴۵) + ۴ \times (+۱۰) = +۱۰$
۱۲. مجموع اعداد صحیح از -۲۰۱۴ تا $+۱۳۹۳$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) -۱۰۵۸۱۸۴ ۲) ۱۰۵۸۲۶۶ ۳) ۱۰۵۸۱۸۴ ۴) -۱۰۵۸۲۶۶
۱۳. هفت عدد صحیح متوالی را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست پشت سر هم نوشتیم. اگر مجموع سه تای اول از آن‌ها از سمت چپ، -۶ شود، مجموع سه عدد آخر چقدر است؟ (آزمون ورودی)
 ۱) $+۶$ ۲) $+۱۲$ ۳) -۱۲ ۴) -۶
۱۴. اختلاف دو عدد صحیح، $+۳$ شده است. اگر یکی از آن‌ها یک رقمی و دیگری دو رقمی باشد، کم‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟
 ۱) صفر ۲) $+۸۸$ ۳) -۸۸ ۴) $+۷۰$
۱۵. اگر عمل \star را بین دو عدد دلخواه a و b به صورت روبه‌رو تعریف کنیم $a \star b = -a^2 + 2b + 1$ آن‌گاه حاصل $(۲ \star ۱) \star (-۱)$ چند است؟
 ۱) صفر ۲) -۱ ۳) -۲ ۴) -۳

(المپیاد ریاضی)

$$6 - 5(5 - 2(4 - 2(3 - 2(2 - a)))) = a$$

$$\frac{(-25) \times (-150)}{(+6) \times (-75)} = \frac{x}{(-2) - (-14)}$$

$$20 - 4(-7 + 24 \div 8 \times 3 - 2^2) = ?$$

$$5 - 4[3 - 2(1 - 2)^2 + 3]4 - 5 = ?$$

(آزمون هوشی)

$$+18 \quad \text{ف}$$

$$\frac{77}{125} \quad \text{ف}$$

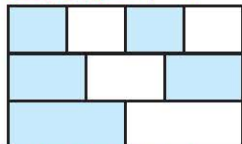
(آزمون هوشی)

$$747 \quad \text{ف}$$

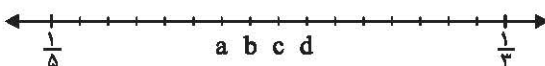
(مسابقات ریاضی)

$$-55 \quad \text{ف}$$

(مسابقات جهانی ریاضی)



(مسابقات جهانی ریاضی)



۱۶. به جای a چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار باشد؟

۱) ۲ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۱

۱۷. در تساوی مقابل مقدار x چند است؟

۱) -۵۰ ۲) -۱۰۰ ۳) +۲۵ ۴) +۵۰

۱۸. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

۱) ۲۸ ۲) -۳۲ ۳) -۱۶۰ ۴) ۱۵

۱۹. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۶۴ ۳) -۱۲۸ ۴) ۳۲

۲۰. مقدار عبارت $A = \{-[-(-6 + 2 \times 3 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(-6 \div 2 \times 3 + 2)] - 2\}$ کدام گزینه است؟

۱) -۲۷ ۲) +۲۷ ۳) -۱۸ ۴) +۱۸

۲۱☆. حاصل عبارت $\frac{-7 - 4[(-3) + 3(-6)] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-2 - (-6) - 15) + 3(-8 - 9)]}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{-125}{77}$ ۲) $\frac{125}{77}$ ۳) $\frac{-77}{125}$ ۴) $\frac{77}{125}$

۲۲☆. عمل \star به این صورت تعریف می‌شود $a \star b = a^2 - 2b$. بر این اساس حاصل $[(-1) \star (3 \star 2)] \star (-1) \star [(3 \star 2) \star (-1)]$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۵ ۲) ۷۲۹ ۳) ۷۱۱ ۴) ۷۴۷

۲۳☆. حاصل عبارت $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99}$ کدام گزینه است؟

۱) +۱ ۲) -۱ ۳) ۹۹ ۴) صفر

۲۴☆. ساده‌شده عبارت مقابل کدام است؟

$$[-[-(-4 + 2 \times 3 - 1)] \times 3 - 2 \times [-(-6 \div (2 \times 2) + 1)] - 1] = ?$$

۱) ۲ ۲) -۱۲ ۳) -۱۴ ۴) -۲۰

۲۵☆. می‌خواهیم در ردیف اعداد زیر، ۲ علامت جمع و ۳ علامت ضرب قرار دهیم به طوری که مقدار A ، حداقل ممکن شود. این حداقل چقدر است؟

$$A = 2 \square 5 \square 7 \square 8 \square 9 \square 1$$

۱) ۸۷ ۲) ۷۵ ۳) ۶۳ ۴) ۶۱

۲۶☆. ذره‌ای روی محور اعداد صحیح شروع به حرکت می‌کند. در دقیقه اول، یک واحد به سمت راست، در دقیقه دوم، دو واحد به سمت چپ، در دقیقه سوم، ۳ واحد به راست و ... حرکت می‌کند. این ذره پس از یک ساعت و نیم از شروع حرکت روی عدد ۱۰۰- قرار می‌گیرد. نقطه شروع حرکت این ذره کدام عدد بوده است؟

۱) -۴۵ ۲) +۴۵ ۳) +۵۵ ۴) -۵۵

معرفی عددهای گویا

۲۷. چه کسری از شکل روبه‌رو رنگی است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{5}{9}$

۲۸. کسرهای $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ روی محور مشخص شده است. کدام یک از نقاط a, b, c, d یا d نمایشگر کسر $\frac{1}{4}$ است؟

۱) a ۲) b ۳) c ۴) d

تست‌های سری

۱ یادآوری اعداد صحیح

۶۵☆ می‌خواهیم در عبارت زیر، در جای خالی علامت + یا - قرار دهیم تا حاصل کم‌ترین عدد ممکن شود. چند بار از علامت منفی استفاده می‌کنیم؟

$$-5 \square (-6) \square (+2) \times (-3) \square (-8) \div (-2)$$

- هیچ بار ۱) ۲) ۱ بار ۳) ۲ بار ۴) ۳ بار

۶۶☆ با توجه به الگوی روبه‌رو، مجموع کل اعداد تا سطر سیصدم چند است؟

$$\begin{matrix} -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix}$$

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱۵۰ ۴) ۱۵۰

۶۷☆ سه عدد صحیح داریم که مجموع اولی و دومی، -۳۱- و مجموع دومی و سومی، -۵۶- و مجموع اولی و سومی، -۵۱- است. میانگین سه عدد کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۱) -۲۷ ۲) -۲۵ ۳) -۲۳ ۴) -۱۹

۶۸☆ دمای هوای دو شهر A و B، قرینه یکدیگرند و دمای شهر C، ۶ درجه زیر صفر است. قرینه میانگین دمای این سه شهر کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) صفر ۳) -۶ ۴) +۲

۶۹☆ میانگین پنج عدد صحیح، -۴- شده است. چه عددی به آن‌ها بیافزاییم تا میانگین این ۶ عدد، ۵ واحد بیش‌تر شود؟

- ۱) -۲۶ ۲) +۲۶ ۳) -۲۰ ۴) +۶

۷۰☆ جدول (۱) را در نظر بگیرید، هر بار می‌توان یک مربع 2×2 از آن را انتخاب کرد و یک واحد از اعداد درون خانه‌های آن کم کرد. پس از چندین

(تیزهوشان)

| | | |
|----|----|----|
| ۲ | -۱ | ۳ |
| ۵ | ۰ | -۲ |
| -۴ | ۱ | -۱ |

(۱)

| | | |
|----|----|----|
| ۱ | -۳ | ۲ |
| ۳ | x | -۴ |
| -۵ | -۱ | -۲ |

(۲)

مرحله به جدول (۲) می‌رسیم. در این صورت مقدار x کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) -۴

۷۱☆ اگر قرینه عدد +۵ را با قرینه عدد +۴ نسبت به عدد +۹ جمع کنیم، چه عددی به دست می‌آید؟

- ۱) +۹ ۲) -۹ ۳) +۱۴ ۴) -۱۴

۷۲☆ قرینه عدد +۵ را نسبت به قرینه قرینه -۱، p و قرینه p را نسبت به قرینه خودش، q می‌نامیم. فاصله p و q چند واحد است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۱) ۱۲ واحد ۲) ۱۸ واحد ۳) ۲۸ واحد ۴) ۳۰ واحد

۷۳☆ قرینه عدد -۲ نسبت به کدام عدد زیر، +۱۰ است؟

- ۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) صفر

(تیزهوشان)

۷۴☆ به ازای چه تعداد عدد صحیح m، حاصل $\frac{n^2 + 139n}{n}$ عددی صحیح است؟ ($n \neq 0$)

- ۱) ۱۶ ۲) ۱۴ ۳) ۸ ۴) ۱۸

۷۵☆ اگر مجموع قرینه اعداد ۱ تا n را با قرینه عدد m که یک عدد صحیح بین ۱ تا n است، جمع کنیم، حاصل آن برابر ۱۰۰۰- خواهد شد. در این

صورت حاصل ضرب m n کدام است؟

- ۱) ۱۴۴ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۴۰ ۴) ۴۵۰

۷۶☆ بیش‌ترین تعداد ارقامی که می‌توان از عدد ۱۰۰۰ رقمی $2008 \cdot 2008 \cdot \dots \cdot 2008$ پاک کرد، به طوری که حاصل جمع رقم‌های باقی‌مانده برابر ۲۰۰۸

(کنگور)

شود، چند تا است؟

- ۱) ۲۶۰ ۲) ۵۱۰ ۳) ۷۴۶ ۴) ۱۰۲۰

۷۷☆ حاصل جمع دوازده عدد صحیح متوالی، ۶ شده است. کوچک‌ترین این اعداد، کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) -۶ ۳) +۵ ۴) -۵



۷۸★ حاصل جمع ۱۳ عدد زوج متوالی، ۵۲- شده است. عدد هشتم این سری از اعداد، چند می‌باشد؟

- ۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۴- ۴) ۲

۷۹★ حاصل جمع ۲۰ عدد فرد متوالی، ۸۰- شده است. عدد دوازدهم این سری از اعداد، چند می‌باشد؟

- ۱) ۱ ۲) ۳- ۳) ۱- ۴) ۳+

۸۰★ اگر $1000 - 999 - 998 + \dots - 6 - 5 - 4 + 3 - 2 + 1 = A$ باشد، مقدار A کدام است؟

- ۱) ۵۰۰- ۲) ۵۰۰+ ۳) صفر ۴) ۹۹۹-

۸۱★ حاصل عبارت $408 - 401 + \dots + 12 - 10 + 8 - 1 = A$ کدام است؟

- ۱) ۱۴۰۷+ ۲) ۱۴۰۷- ۳) ۱۰۰۰+ ۴) ۱۰۰۰-

(مسابقات جهانی ریاضی)

۸۲★ مقدار عبارت $2013 + 2012 - 2011 - 2010 + \dots - 7 - 8 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 + 1$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲۰۱۳ ۴) ۲۰۱۴

(کیزموشان)

۸۳★ حاصل عبارت $(102 + 101 + \dots + 16 + 15 + 14 + \dots + 1) - (12 + 13 + 14 + \dots + 101)$ کدام است؟

- ۱) ۴۶- ۲) ۹۰- ۳) ۱۲۵- ۴) ۴۵-

۸۴★ اگر $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ و $B = -1 - 2 - 3 - \dots - 100$ باشد، در این صورت حاصل $A + 2B$ کدام است؟

- ۱) ۵۰۵۰+ ۲) ۵۰۵۰- ۳) ۱۰۱۰۰- ۴) صفر

۸۵★ چند عدد سه رقمی داریم که بر ۶ بخش پذیرند؟

- ۱) ۹۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۸۰

۸۶★ باقی‌مانده تقسیم حاصل عبارت $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 109$ بر ۴ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

$$A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{12}$$

۸۷★ حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟

- ۱) 2^{13} ۲) $2^{13} - 2$ ۳) $2^{12} - 2$ ۴) 2^{12}

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{10}}$$

۸۸★ حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه می‌باشد؟

- ۱) $\frac{3^{10} - 1}{2 \times 3^{10}}$ ۲) $\frac{3^{11} - 1}{2 \times 3^{11}}$ ۳) $\frac{3^{10} - 1}{3^{10}}$ ۴) $\frac{3^{11} - 1}{3^{11}}$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$$

۸۹★ حاصل عبارت مقابل برابر کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۱

$$A = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$$

۹۰★ حاصل عبارت مقابل برابر کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{5}{4}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۹۱★ چهار کسر c، b و a و $\frac{5}{12}$ داده شده‌اند. دو کسر a و b به فاصله‌های مساوی بین $\frac{5}{12}$ و c قرار دارند. اگر $a + b = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار c کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{12}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{11}{12}$

۹۲★ کدام یک از کسرهای زیر از همه بزرگ‌تر است؟

- ۱) $\frac{7}{8}$ ۲) $\frac{66}{77}$ ۳) $\frac{4444}{5555}$ ۴) $\frac{555}{666}$

۹۳★ کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

- ۱) $\frac{101}{102}$ ۲) $\frac{1001}{1002}$ ۳) $\frac{10001}{10002}$ ۴) $\frac{100001}{100002}$

(مسابقات جهانی ریاضی)

۹۴★ ساده‌شده کسر $\frac{246913578}{370370367}$ کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{24}{49}$ ۳) $\frac{23}{21}$ ۴) $\frac{8}{7}$

۲ / ۲۵

همه عددها مثبت هستند. علامت ضرب را بین اعدادی قرار می‌دهیم که از همه کوچک‌تر هستند.

$$A = \underbrace{2 \times 5}_{10} \times \underbrace{7 \times 8 \times 9}_{9} \times 1$$

بین این اعداد ۷ و ۸ کوچک‌ترین هستند، علامت ضرب را بین آن‌ها می‌گذاریم.

$$\Rightarrow A = 2 \times 5 + 7 \times 8 + 9 \times 1 = 10 + 56 + 9 = 75$$

۴ / ۲۶

این سؤال را به کمک بردارها حل می‌کنیم. یک ساعت و نیم معادل ۹۰ دقیقه است.

$$\text{مجموع حرکت‌ها} = 1 - 2 + 2 - 4 + \dots + \underbrace{19 - 90}_{-1} = 45 \times (-1) = -45$$

$$\text{بردار} = -100 - (-45) = -100 + 45 = -55$$

۴ / ۲۷

هر سطر $\frac{1}{3}$ کل شکل است. کسر قسمت رنگی هر سطر را می‌نویسیم:

$$\text{سطر اول: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \text{ سطر دوم: } \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\text{سطر سوم: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \text{کل} = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{18} + \frac{4}{18} + \frac{2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

۱ / ۲۸

بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم شده است.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15} \Rightarrow \text{اندازه هر قسمت} = \frac{2}{15} \div 16 = \frac{2}{15} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{120}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{20} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{20} \div \frac{1}{120} = \frac{1}{20} \times \frac{120}{1} = 6$$

ششمین قسمت بعد از $\frac{1}{5}$ عدد ۸ می‌باشد. \Rightarrow

۳ / ۲۹

با حدس و آزمایش مقدار $x=10$ و $y=10$ (و یا $x=1$ و $y=10$) می‌شود. بنابراین داریم:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} = 1 + 1 = 2$$

۳ / ۳۰

ابتدا $\frac{25}{45}$ را ساده می‌کنیم که برابر $\frac{5}{9}$ می‌شود. کسرهای مساوی $\frac{5}{9}$ را با شرایط گفته شده می‌نویسیم:

$$\frac{5}{9}, \frac{10}{18}, \frac{15}{27}, \frac{20}{36}$$

که تعداد آن‌ها ۴ تا می‌شود.

۲ / ۱۷

$$\frac{(-25) \times (-150)}{6 \times (-75)} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{(-25) \times (-150) \times 12}{6 \times (-75)} = -100$$

۱ / ۱۸

$$20 - 4[-7 + \underbrace{24 \div 8 \times 3 - 2^2}_{-4}] = 20 - 4(-7 + 9 - 4) = 20 - 4 \times (-2) = 20 + 8 = 28$$

۲ / ۱۹

$$5 - 4[3 - 2(1-2)^2 + 3]4 - 5 = 5 - 4[3 - 2 \times 1 + 3]4 - 5 = 5 - 4[3 - 2 \times 1 + 3]4 - 5 = 5 - 4(4)4 - 5 = 5 - 64 - 5 = -64$$

۱ / ۲۰

$$A = \{ -[-(-6 + \frac{2 \times 3}{6} - 2)] \times 2 - 3 \times [-(\frac{-6 \div 2 \times 3 + 2}{-3}) - 2] \}$$

$$= \{ -[-(-6 + 1 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(\frac{-3 \times 3 + 2}{-3}) - 2] \}$$

$$= \frac{-2 \times 2 - 3 \times 7 - 2}{-4 - 21} = \frac{-4 - 21 - 2}{-25} = \frac{-27}{-25} = \frac{27}{25}$$

۲ / ۲۱

$$\frac{-7 - 4[(-3) + \frac{-18}{3}] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-2 - (-6) - 15)] + 3(-8 - 9)}$$

$$= \frac{-7 - 4[-3 - 6] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-2 - (-6) - 15)] + 3(-8 - 9)}$$

$$= \frac{-7 - 4[-3 - 6] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-11) + 3(-17)]} = \frac{-7 + 12 + 48}{-[-22 - 51]} = \frac{53}{-73} = -\frac{53}{73}$$

۴ / ۲۲

$$3 \star 2 = 3^2 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5$$

$$5 \star (-1) = 5^2 - 2 \times (-1) = 25 + 2 = 27$$

$$(-1) \star (5) = (-1)^2 - 2 \times 5 = 1 - 10 = -9$$

$$\Rightarrow 27 \star (-9) = 27^2 - 2(-9) = 729 + 18 = 747$$

۲ / ۲۳

حاصل $= -1 + 1 - 1 + 1000 - 1 = -1$
 حاصل برابر صفر می‌شود.
 اگر آخرین جمله یعنی $(-1)^{99}$ را کنار بگذاریم، در این صورت ۴۹ تا +۱ و ۴۹ تا -۱ داریم که حاصل برابر صفر می‌شود. پس جواب نهایی -۱ می‌شود.

۱ / ۲۴

$$[-[-(-4 + \frac{6}{1} \times 3 - 1)] \times 3 - 2 \times [-(\frac{-6 \div (2 \times 3) + 1}{-1}) - 1]]$$

$$= [-[-(-4 + 18 - 1)] \times 3 - 2 \times [-(\frac{-6 \div 6 + 1}{-1}) - 1]]$$

$$= [-[-(-13)] \times 3 - 2 \times [-(-1 - 1) - 1]]$$

$$= [13 \times 3 - 2 \times [-(-2) - 1]]$$

$$= [39 - 2 \times [2 - 1]]$$

$$= [39 - 2 \times 1] = 37$$

۳ ۷۵

$$n \text{ تا } 1 \text{ مجموع قرینه اعداد} = -1 - 2 - 3 - \dots - n = \frac{-n(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-n(n+1)}{2} + (-m) = -1000$$

$$\times 2 \text{ طرفین} \Rightarrow -n(n+1) - 2m = -2000 \Rightarrow n(n+1) + 2m = 2000$$

$$\text{با حدس و آزمایش} \Rightarrow n = 44, m = 10 \Rightarrow n \times m = 44 \times 10 = 440$$

۳ ۷۶

اگر بخواهیم بیشترین تعداد ارقام را خط بزیم باید رقم‌های بزرگ‌تر را نگه داریم. در این سری از این اعداد $\frac{1000}{4} = 250$ رقم ۸ وجود دارد. اگر این ۲۵۰ رقم ۸ خط نخورد، حاصل جمع آن‌ها برابر ۲۰۰۰ می‌شود. حال کافی است که ۲ تا ۴ نیز خط نخورد. پس در کل، ۲۵۴ رقم که شامل ۸ تا ۱ و ۴ تا ۲ است، نباید خط بخورد. پس $746 = 254 - 1000$ رقم را می‌توان خط زد.

۴ ۷۷

$$\text{میانگین عدد ششم و هفتم} = \frac{6}{12} = 0.5 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عدد ششم} = 0 \\ \text{عدد هفتم} = 1 \end{cases}$$



۱ ۷۸

$$\text{برابر عدد وسطی یعنی عدد هفتم است.} \Rightarrow \frac{-52}{13} = -4$$

$$\Rightarrow \text{عدد هشتم} = -4 + 2 = -2$$

۳ ۷۹

$$\text{برابر میانگین دو عدد دهم و یازدهم است.} \Rightarrow \frac{-80}{20} = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{عدد دهم} = -5 \\ \text{عدد یازدهم} = -3 \end{cases}$$

۱ ۸۰

$$A = \underbrace{1}_{-1} - \underbrace{2}_{-1} + \underbrace{3}_{-1} - \underbrace{4}_{-1} + \underbrace{5}_{-1} - \underbrace{6}_{-1} + \dots + \underbrace{999}_{-1} - \underbrace{1000}_{-1} = 500 \times (-1) = -500$$

۲ ۸۱

$$\underbrace{1}_{-7} - \underbrace{8}_{-7} + \underbrace{3}_{-7} - \underbrace{10}_{-7} + \underbrace{5}_{-7} - \underbrace{12}_{-7} + \dots + \underbrace{401}_{-7} - \underbrace{408}_{-7} = 201 \times (-7) = -1407$$

$$\text{تعداد } (-7) \text{ ها} = \frac{401-1}{2} + 1 = 201$$

۲ ۸۲

$$\underbrace{1+2}_{-1} - \underbrace{3-4}_{+1} + \underbrace{5-6}_{-1} - \underbrace{7-8}_{+1} + \dots + \underbrace{2010-2011}_{-1} - \underbrace{2012+2013}_{+1}$$

به تعداد ۱۰۰۶ عدد +۱ و ۱۰۰۶ عدد -۱ وجود دارد که حاصل آن‌ها صفر می‌شود. پس حاصل کل عبارت برابر +۱ می‌شود.

۳ ۶۷

$$\text{اولی} + \text{دومی} = -31$$

$$\text{دومی} + \text{سومی} = -56$$

$$+ \text{اولی} + \text{سومی} = -51$$

$$\frac{\text{سومی} + \text{دومی} + \text{اولی}}{2} = -138$$

$$\Rightarrow \text{سومی} + \text{دومی} + \text{اولی} = \frac{-138}{2} = -69$$

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{-69}{3} = -23$$

۴ ۶۸

$$A = -B \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow A + B + C = -6$$

$$\Rightarrow \text{قرینه} + 2 = \frac{-6}{3} = -2$$

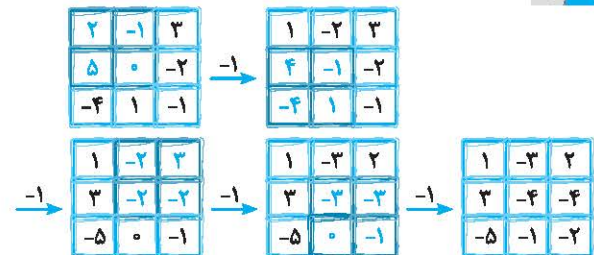
۲ ۶۹

$$\text{عدد ۵ مجموع} = 5 \times (-4) = -20$$

$$\left. \begin{aligned} \text{عدد ۶ مجموع} = 6 \times 1 = 6 \\ \text{میانگین جدید} = -4 + 5 + 1 \Rightarrow \text{میانگین ۶ عدد} = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 6 - (-20) = 26$$

۴ ۷۰



$$\Rightarrow x = -4$$

۱ ۷۱

$$\left. \begin{aligned} -5 = \text{قرینه } 5 \\ 14 = 2 \times 9 - 4 = 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (-5) + 14 = +9$$

۳ ۷۲

$$\left. \begin{aligned} p = 2 \times (-1) - 5 = -7 \\ q = 2 \times (+7) - (-7) = +21 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q - p = 21 - (-7) = 28$$

۲ ۷۳

$$\text{نسبت به } x = 2x - (-2) = 10 \Rightarrow 2x + 2 = 10$$

$$\Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

۳ ۷۴

$$\frac{n^2 + 1390}{n} = \frac{n^2}{n} + \frac{1390}{n}$$

← باید عددی صحیح باشد. پس عدد n مقسوم‌علیه‌های ۱۳۹۰ می‌باشد.

$$1390 \text{ مقسوم‌علیه‌های } = \{1, 2, 5, 10, 139, 278, 695, 1390\}$$

$$\Rightarrow n \text{ تعداد} = 8$$



۳ / ۸۹

این عبارت مجموع اعداد یک دنباله هندسی نامتناهی با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ می‌باشد. بنابراین مقدار تقریبی آن برابر است با:

$$t_1 = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

۱ / ۹۰

این عبارت مجموع اعداد یک دنباله هندسی نامتناهی با قدرنسبت $\frac{1}{5}$ می‌باشد. بنابراین مقدار تقریبی آن برابر است با:

$$t_1 = 1, q = \frac{1}{5} \Rightarrow S = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$$

۴ / ۹۱

چون فاصله کسرها با هم برابر است می‌توان نوشت:

$$a - \frac{5}{12} = b - a \Rightarrow b = 2a - \frac{5}{12} \quad (*)$$

از طرفی داریم $a + b = \frac{4}{3}$ که با جایگذاری (*) در آن داریم:

$$a + (2a - \frac{5}{12}) = \frac{4}{3} \Rightarrow 3a = \frac{4}{3} + \frac{5}{12} = \frac{16}{12} + \frac{5}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\frac{7}{4}}{3} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{9}{12}, \frac{11}{12} \Rightarrow c = \frac{11}{12}$$

۱ / ۹۲

$$(۲) \text{ گزینه } = \frac{۶۶}{۷۷} = \frac{۶}{۷}, (۳) \text{ گزینه } = \frac{۴۴۴۴}{۵۵۵۵} = \frac{۴}{۵}$$

$$(۴) \text{ گزینه } = \frac{۵۵۵}{۶۶۶} = \frac{۵}{۶}$$

طبق نکته گفته شده در درسنامه داریم $\frac{7}{8} > \frac{6}{7} > \frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

۴ / ۹۳

طبق نکته گفته شده در کسره‌های کوچک‌تر از واحد که فاصله بین صورت و مخرج آن‌ها یکسان باشد، کسری بزرگ‌تر است که ظاهر اعداد آن بزرگ‌تر

$$\frac{100001}{100002} > \frac{10001}{10002} > \frac{1001}{1002} > \frac{101}{102} \text{ باشد}$$

۱ / ۹۴

از روش رد گزینه کمک می‌گیریم.

مخرج کسر بزرگ‌تر از صورت است، پس مقدار کسر کوچک‌تر از واحد است. بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) که اعداد بزرگ‌تر از واحد می‌باشند، حذف می‌شوند. هم‌چنین اگر عدد صورت را ۲ برابر کنیم از عدد مخرج بیش‌تر

می‌شود. پس کسر داده شده از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر است، بنابراین گزینه (۲) یعنی

$$\frac{24}{49} \text{ چون از } \frac{1}{3} \text{ کم‌تر است، حذف می‌شود.}$$

۱ / ۸۳

$$\text{عبارت} = \frac{(11-12)}{-1} + \frac{(13-14)}{-1} + \frac{(15-16)}{-1} + \dots + \frac{(101-102)}{-1}$$

$$\text{ها تعداد } (-1) = \frac{101-11}{2} + 1 = 46$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = 46 \times (-1) = -46$$

۲ / ۸۴

$$A + 2B = A + B + B = [(1+2+3+\dots+100)] + [(-1-2-3-\dots-100)] + B$$

$$= B = -1-2-3-\dots-100 = -\frac{100 \times 101}{2} = -5050$$

۳ / ۸۵

اعداد ۳ رقمی که بر ۶ بخش پذیرند، دنباله زیر را تشکیل می‌دهند:

$$102, 108, \dots, 996 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{996-102}{6} + 1 = 149 + 1 = 150$$

۲ / ۸۶

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد} &= \frac{109-1}{2} + 1 = 55 \\ \text{میانگین} &= \frac{109+1}{2} = 55 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع} = 55 \times 55 = 3025$$

$$\begin{array}{r} 3025 \overline{) 4} \\ \underline{-28} \quad 756 \\ \underline{22} \quad \quad 25 \\ \underline{-20} \quad \quad \quad 25 \\ \underline{-24} \quad \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

\Rightarrow باقی مانده ۱

۲ / ۸۷

این عبارت مجموع جمله‌های یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ می‌باشد.

$$A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{12}$$

$$t_1 = 2, q = 2, n = 12 \Rightarrow S_{12} = \frac{2(1-2^{12})}{1-2} = -2(1-2^{12})$$

$$= 2^{12} - 2$$

۱ / ۸۸

این عبارت، مجموع اعداد دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{3}$ می‌باشد.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{10}}$$

$$t_1 = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}, n = 10 \Rightarrow S_{10} = \frac{\frac{1}{3}(1-(\frac{1}{3})^{10})}{1-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3^{10}})}{\frac{2}{3}} = \frac{3^{10}-1}{2 \times 3^{10}}$$



آزمون فصل اول



۱. مقدار $\{ - [- (- ۴ + ۲ \times ۳ - ۱)] \times ۳ - ۲ \times [- (- ۶ \div ۲ \times ۳ + ۱)] - ۱ \}$ کدام است؟
 ۱) ۲ ۲) -۱۲ ۳) -۱۴ ۴) -۲۰
۲. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟
 $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{1393} = ?$
 ۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱۳۹۳ ۴) -۱۳۹۳
۳. مجموع ۵ عدد صحیح متوالی، سه برابر کوچک‌ترین آن‌هاست. بزرگ‌ترین عدد کدام است؟
 ۱) ۵ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۵
۴. اگر x و y دو عدد صحیح مثبت و $x < y$ و $xy = ۱۳$ باشد، در این صورت $x^2 - y$ کدام است؟
 ۱) ۱۲ ۲) -۱۱ ۳) ۱۳ ۴) -۱۲
۵. حاصل عبارت $(۱-۲) - (۳-۴) - (۵-۶) - \dots - (۹۹-۱۰۰)$ کدام است؟
 ۱) ۴۸ ۲) -۴۸ ۳) ۴۹ ۴) -۵۰
۶. مقدار عبارت $۱+۲-۳-۴+۵+۶-۷-۸+۹+۱۰-\dots+۶۱$ کدام است؟
 ۱) ۱ ۲) ۶۰ ۳) -۶۰ ۴) -۵۹
۷. اگر $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = ۲$ باشد، حاصل $\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}}$ کدام است؟
 ۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۲
۸. حاصل $(1-\frac{1}{۳})(1-\frac{1}{۴})(1-\frac{1}{۵})\dots(1-\frac{1}{۱۳۹۵})$ کدام است؟
 ۱) $\frac{1}{۱۳۹۴}$ ۲) $\frac{۳}{۱۳۹۴}$ ۳) $\frac{1}{۱۳۹۵}$ ۴) $\frac{۲}{۱۳۹۵}$
۹. مقدار عبارت $۷ \times ۳ \frac{1}{۵} - ۴ \times \frac{۱۶}{۵} + ۲ \times ۳/۲ + ۵ \times \frac{۳۲}{۱۰}$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) ۱۵ ۲) $\frac{۵۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۶۹}{۱۰}$ ۴) ۳۲
۱۰. اگر $\frac{a}{b} = -۲$ ، $\frac{a}{c} = -۳$ و $\frac{f}{c} = -۱۲$ باشند، حاصل $\frac{b}{f}$ کدام است؟
 ۱) ۸ ۲) $-\frac{1}{۸}$ ۳) ۷۲ ۴) $\frac{1}{۷۲}$
۱۱. کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟
 ۱) $\frac{1}{۲}$ ۲) $\frac{1}{۳}$ ۳) $\frac{1}{۴}$ ۴) $\frac{1}{۲}$
۱۲. کدام کسر بین $\frac{1}{۳}$ و $\frac{1}{۴}$ است؟
 ۱) $\frac{۱۷}{۲۴}$ ۲) $\frac{1}{۳}$ ۳) $\frac{1}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$
۱۳. اگر $a+b = ۹+۴$ و $b+c = ۵+۳$ باشد، آن‌گاه $(a-b) \div (b-c)$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) $۴ \div ۱$ ۲) $۲۵ \div ۸$ ۳) $۷ \div ۱۲$ ۴) $۵ \div ۲$
۱۴. حاصل عبارت $\frac{1}{۱۱ \times ۱۶} + \frac{1}{۱۶ \times ۲۱} + \frac{1}{۲۱ \times ۲۶} + \dots + \frac{1}{۴۶ \times ۵۱}$ برابر کدام گزینه است؟
 ۱) $\frac{۸}{۲۸۵}$ ۲) $\frac{۶۲}{۵۶۱}$ ۳) $\frac{۴۰}{۵۶۱}$ ۴) $\frac{۸}{۵۶۱}$

(آزمون کانگورو)

(آزمون کانگورو)

(آزمون کانگورو)

(آزمون کانگورو)



۱۵. حاصل عبارت $\frac{202}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{10302}}$ برابر کدام گزینه است؟

- ۲۰۴ (۴) ۲۰۳ (۳) ۲۰۲ (۲) ۲۰۱ (۱)

۱۶. اگر $\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{5}{9}$ باشد و x, y, z اعداد طبیعی باشند، حاصل $x + y^2 + z^3$ کدام است؟

- ۷۶ (۴) ۶۷ (۳) ۶۶ (۲) ۶۳ (۱)

۱۷. حاصل کسر $\frac{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99}$ کدام است؟

- ۳۵۲ (۴) 3^{+48} (۳) 3^{49} (۲) ۱ (۱)

۱۸. وزن یک کامیون بدون بار ۲۰۰۰ کیلوگرم است. بعد از بار زدن، وزن بار ۸۰٪ وزن کامیون پر از بار است. در اولین توقف $\frac{1}{4}$ بار کامیون خالی می‌شود. حالا وزن بار چند درصد وزن کل کامیون با بار است؟

(آزمون کانگوره)

- ۷۵٪ (۴) ۵۵٪ (۳) ۲۵٪ (۲) ۲۰٪ (۱)

۱۹. نسبت دو عدد $\frac{2}{3}$ است. اگر ۴ واحد به هر کدام اضافه کنیم، نسبت آن‌ها $\frac{5}{7}$ می‌شود. حاصل جمع ۲ عدد اولیه کدام است؟

- ۳۵ (۴) ۴۰ (۳) ۲۵ (۲) ۲۰ (۱)

۲۰. حاصل عبارت $2(1 - \frac{1}{4}) + 3(1 - \frac{1}{9}) + 4(1 - \frac{1}{16}) + \dots + n(1 - \frac{1}{n^2})$ برابر کدام گزینه است؟

- $\frac{1}{4}(n^2 + 2n)$ (۴) $\frac{1}{4}n(n-1)$ (۳) $\frac{1}{4}n(n+1)$ (۲) $n^2 + 1$ (۱)

پاسخ آزمون فصل اول

۱ ۵
حاصل $= (-1) - (-1) - (-1) - \dots - (-1) = -1 + 1 + 1 + \dots + 1 = ?$
تعداد ۱+ها به تعداد جملات دنباله منظم $3, 5, \dots, 99$ یعنی $49 = \frac{99-3}{2} + 1$ تا می‌باشد. پس حاصل برابر است با:

حاصل $= -1 + 49 \times 1 = -1 + 49 = 48$

۱ ۶
 $1 + \frac{2-3-4+5+6-7-8+9}{-1+1-1+1} + 10 - \dots - 57 + \frac{58-59-60+61}{-1+1}$
دقت شود که آخرین عدد منفی هر دسته در سری منظم $3, 5, \dots, 12, \dots, 8, \dots, 4$ قرار دارد. 60 آخرین و 59 یکی مانده به آخرین عدد منفی است. تعداد 1 ها و -1 ها برابر است. پس حاصل آن‌ها صفر می‌شود. در ابتدا نیز یک داشتیم، پس حاصل کل نیز برابر یک می‌شود.

۲ ۷
$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

۳ ۱
 $A = \{ - [- (-4 + 2 \times 3 - 1)] \times 3 - 2 \times [- (-6 \div 2 \times 3 + 1)] - 1 \}$
$$= \{ - [- (-4 + 6 - 1)] \times 3 - 2 \times [- (-3 + 3 + 1)] - 1 \}$$

$$= \{ - [- (1)] \times 3 - 2 \times [- (-1)] - 1 \} = 3 - 16 - 1 = -14$$

۲ ۲
عدد منفی داخل پرانتز به توان زوج برسد حاصل مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل منفی است.
حاصل $= -1 + (-1) + (-1) + \dots + (-1) - 1 = -1$

۳ ۳
 $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 3x$
 $5x + 10 = 3x \Rightarrow 5x - 3x = -10 \Rightarrow 2x = -10$
 $\Rightarrow x = -5 \Rightarrow x + 4 = -5 + 4 = -1$

۴ ۴
 $xy = 13 = 1 \times 13 \xrightarrow{x < y} x = 1, y = 13$
 $x^2 - y = 1^2 - 13 = 1 - 13 = -12$

۴ / ۱۵

$$\begin{aligned} \text{محاسبه منفرجه} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{101 \times 102} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} = \frac{1}{1} - \frac{1}{102} = \frac{101}{102} \\ \text{محاسبه کل} &= \frac{\frac{202}{101}}{\frac{102}{1}} = \frac{202 \times 102}{101} = 204 \end{aligned}$$

۲ / ۱۶

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} &= \frac{1}{9} = \frac{1}{1+\frac{4}{9}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{9}{4}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{9}{4}}} \\ &\Rightarrow x=1, y=1, z=4 \Rightarrow 1+1^2+4^2=1+1+16=18 \end{aligned}$$

۱ / ۱۷

$$\left(\frac{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99} \right) = \frac{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۴ / ۱۸

وزن بار = x

$$\begin{aligned} \text{بعد از بار زدن} \Rightarrow x &= \frac{4}{100} (x + 2000) \Rightarrow x = \frac{4}{5} x + 1600 \\ \Rightarrow x - \frac{4}{5} x &= 1600 \Rightarrow \frac{1}{5} x = 1600 \\ \Rightarrow x &= 1600 \times 5 = 8000 \text{ کیلوگرم وزن کل بار} \\ \frac{1}{4} \times 8000 &= 2000 \text{ کیلوگرم وزن بار خالی می شود.} \\ \Rightarrow 8000 - 2000 &= 6000 \text{ وزن بار باقی مانده} \\ \frac{6000}{6000+2000} &= \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{6000}{8000} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{25}{100} \times 100 = 25\% \end{aligned}$$

۳ / ۱۹

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} &\Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{3} y (*) \\ \frac{x+4}{y+4} = \frac{5}{7} &\Rightarrow 7x + 28 = 5y + 20 \\ \Rightarrow 7x - 20 &= 5y - 7x \Rightarrow 14 = 5y - 7x \\ \text{جایگذاری (*)} &\rightarrow 14 = 5y - 7 \times \frac{2}{3} y = 5y - \frac{14}{3} y = \frac{15-14}{3} y = \frac{1}{3} y \\ \Rightarrow y &= 3 \times 14 = 42 \\ x = \frac{2}{3} y &= \frac{2}{3} \times 42 = 28 \Rightarrow 28 + 42 = 70 \end{aligned}$$

۳ / ۲۰

$$\begin{aligned} n \times \frac{1}{n} + n \times \frac{2}{n} + n \times \frac{3}{n} + \dots + n \left(\frac{n-1}{n} \right) \\ = 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 \\ = \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{1}{2} n(n-1) \end{aligned}$$

۴ / ۸

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{1395} = \frac{2}{1395}$$

۴ / ۹

$$\begin{aligned} 7 \times \left(\frac{3}{2} \right) - 4 \times \left(\frac{3}{2} \right) + 2 \times \left(\frac{3}{2} \right) + 5 \times \left(\frac{3}{2} \right) &= \frac{3}{2} \times (7 - 4 + 2 + 5) \\ &= \frac{3}{2} \times 10 = 15 \end{aligned}$$

۲ / ۱۰

$$\begin{aligned} \frac{a}{c} = -3 \Rightarrow \frac{c}{a} &= -\frac{1}{3} \\ \frac{a}{b} \times \frac{c}{a} \times \frac{f}{c} &= (-2) \times \left(-\frac{1}{3} \right) \times \left(-\frac{4}{1} \right) \Rightarrow \frac{f}{b} = -8 \Rightarrow \frac{b}{f} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

۱ / ۱۱

$$\begin{aligned} \text{گزینه (۱)} &= \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \text{ گزینه (۲)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \text{گزینه (۳)} &= \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \text{ گزینه (۴)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{گزینه (۳)} &= \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}, \text{ گزینه (۴)} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \\ \leftarrow \text{گزینه (۱)} &\text{ از همه بزرگ تر است.} \end{aligned}$$

۴ / ۱۲

$$\left. \begin{aligned} \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12} \\ \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18} \\ \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{6}{12} < \frac{12}{18} < \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

۲ / ۱۳

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{9}{4} \Rightarrow a &= \frac{9}{4} b \\ \frac{b}{c} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5c &= 3b \Rightarrow c = \frac{3}{5} b \\ \Rightarrow (a-b) \div (b-c) &= \left(\frac{9}{4} b - b \right) \div \left(b - \frac{3}{5} b \right) \\ &= \left(\frac{9}{4} - 1 \right) b \div \left(1 - \frac{3}{5} \right) b = \frac{5}{4} b \div \frac{2}{5} b = \frac{5}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{8} \end{aligned}$$

۴ / ۱۴

کسرهای این که تلسکویی شوند، باید دارای صورت ۵ باشند. بنابراین جواب تلسکویی آن را در کسر $\frac{1}{5}$ ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{46} - \frac{1}{51} \right) \\ = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{51} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{40}{561} = \frac{8}{561} \end{aligned}$$