

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰





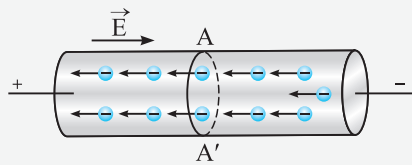
برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: **۱۷۳۶**

(تست‌های ۱۷۳۶ تا ۱۷۴۴)

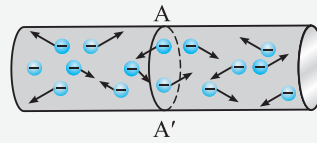
شدت جریان الکتریکی

خلاصه نکات

- برای شروع این بحث، ابتدا به شکل‌های زیر توجه کنید. هنگامی که به دو سر یک رسانا اختلاف پتانسیلی اعمال می‌کنیم (شکل ۱)، اتفاقات زیر رخ می‌دهد:
- یک میدان الکتریکی در داخل رسانا ایجاد می‌شود.
 - این میدان به الکترون‌های درون رسانا نیرو وارد می‌کند و آن‌ها را در خلاف جهت میدان با سرعت متوسطی موسوم به **سرعت سوق** حرکت می‌دهد.
 - در این حالت شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر نبوده و در داخل رسانا جریان الکتریکی ایجاد می‌شود.
 - طبق قرارداد، جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش الکترون‌ها می‌باشد، یعنی جریان الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی ایجاد شده در رسانا و از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.
- دقت: در صورت اعمال نشدن اختلاف پتانسیل به دو سر رسانا، الکترون‌های آزاد به صورت کاتوره‌ای در همه‌جهت‌ها در داخل رسانا در حال حرکت بوده و شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر است (شکل ۲).



شکل ۱: در حضور اختلاف پتانسیل الکتریکی، شارش بار خالص از مقطع AA' سیم، دیگر برابر صفر نیست.



شکل ۲: در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو سر رسانا، شارش بار خالصی از مقطع معین AA' سیم نداریم.

جریان الکتریکی متوسط

آهنگ شارش بار الکتریکی در رسانا، معادل با **جریان الکتریکی متوسط** عبوری از آن است.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

q: بار الکتریکی برحسب کولن (C)، t: زمان برحسب ثانیه (s)، \bar{I} : جریان الکتریکی متوسط برحسب آمپر (A)

نکات مهم و کاربردی

- اگر جریان عبوری از مدار مقدار ثابتی باشد، شدت جریان متوسط در بازه زمانی دلخواه Δt و شدت جریان لحظه‌ای با یکدیگر برابر است و بار شارش یافته در مدار عبارت است از:

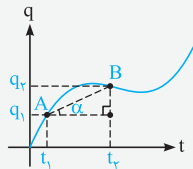
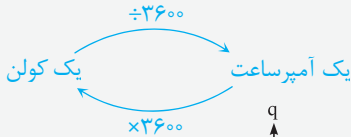
$$I = \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I \Delta t$$

- یکی دیگر از واحدهای رایج بار الکتریکی، آمپر ساعت می‌باشد که ارتباط آن با واحد کولن به صورت زیر است:

$$\begin{cases} q = It \xrightarrow{\text{برحسب آمپر}} \text{ثانیه} \times \text{آمپر} \equiv \text{کولن} \\ q = It \xrightarrow{\text{برحسب ساعت}} \text{ساعت} \times \text{آمپر} \equiv \text{واحد } q \end{cases} \Rightarrow \boxed{1 \text{ آمپر ساعت} = 3600 \text{ کولن}}$$

۳۶۰۰ ثانیه

بنابراین برای تبدیل کولن به آمپر ساعت، باید عدد داده شده را بر ۳۶۰۰ تقسیم کنیم و بالعکس.



- شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 و t_2 از نمودار بار الکتریکی - زمان، معادل با شدت جریان متوسط بین آن دو لحظه است.

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \bar{I}$$

- از قبل می‌دانیم بار الکتریکی مضرب صحیحی از یک مقدار پایه می‌باشد ($q = ne$)، بنابراین برای محاسبه تعداد الکترون‌های عبوری از سطح مقطع رسانا، در یک مدت زمان معین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q = ne \\ q = It \end{cases} \Rightarrow ne = It \Rightarrow n = \frac{It}{e}$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، گزینه (۱) نادرست است و سه گزینه دیگر صحیح می‌باشند (دقت کنید در شکل (۱) جریان الکتریکی برقرار نمی‌باشد).

با توجه به توضیحات ارائه شده در خلاصه نکات (۱)، گزینه (۳) صحیح است. **۳ ۱۷۳۷**

با توجه به رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، شدت جریان متوسط را در ثانیه دوم و هم چنین در چهار ثانیه اول محاسبه می کنیم $(q = t^2 - 2t + 1)$: **۱ ۱۷۳۸**

$$\begin{cases} t_2 = 2s \Rightarrow q_2 = (2)^2 - 2 \times (2) + 1 = 1C \\ t_1 = 1s \Rightarrow q_1 = (1)^2 - 2 \times (1) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 0}{2 - 1} = 1A \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t_2 = 4s \Rightarrow q_2 = (4)^2 - 2 \times (4) + 1 = 9C \\ t_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 0 - 0 + 1 = 1C \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{9 - 1}{4 - 0} = 2A$$

با توجه به نکته (۲) در خلاصه نکات (۱)، آمپر ساعت واحد بار الکتریکی می باشد. **۲ ۱۷۳۹**

برای محاسبه مدت زمان لازم برای تخلیه بار الکتریکی ۵۰ آمپر ساعت با جریان متوسط ۵ آمپر، می توان نوشت: **۲ ۱۷۴۰**

$$q = It \Rightarrow 50 \cdot A \cdot h = (\Delta A) \times t \Rightarrow t = 10h = 10 \times 3600 = 3/6 \times 10^4 s$$

$$\Delta q = I(\Delta t) = (0.15 \times 10^{-3} A)(3/6 \times 10^3 s) = 0.54C$$

باری که در مدت زمان یک ساعت از مدار می گذرد، برابر است با: **۴ ۱۷۴۱**

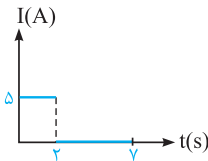
$$W_{\text{خارجی}} = q\Delta V \quad \text{برابر است با:}$$

از طرفی انرژی ای که باتری به مدار می دهد با توجه به رابطه $W_{\text{خارجی}} = q\Delta V$ ، برابر است با: **۲ ۱۷۴۲**

در دو ثانیه اول، مقدار بار الکتریکی گذرنده از این جسم، به طور یکنواخت از صفر به ۱۰ کولن می رسد، بنابراین **۳ ۱۷۴۲**

مقدار جریان در این بازه زمانی برابر است با:

$$I = \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{2} = 5A$$



در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ تغییرات بار الکتریکی برابر صفر است، بنابراین جریان عبوری از مدار نیز برابر صفر می باشد و نمودار جریان - زمان به صورت نشان داده شده است:

نمودار جریان - زمان به صورت نشان داده شده است:

تذکر

اگر بار شارش شده از یک جسم رسانا مقداری ثابت بوده و تغییر نکند، جریان الکتریکی در داخل رسانا به وجود نمی آید. $I = 0 \Rightarrow q = \text{ثابت}$

ابتدا بار الکتریکی شارش یافته در سیم را به دست می آوریم: **۱ ۱۷۴۳**

$$t = 20s, I = 0.8A \Rightarrow q = It = 0.8 \times 20 = 16C$$

از طرفی طبق رابطه $q = ne$ ، می توان تعداد الکترون های شارش یافته را محاسبه کرد:

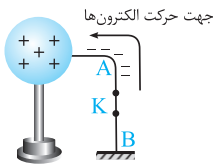
$$q = 16C, e = 1.6 \times 10^{-19} C \Rightarrow q = ne \Rightarrow 16 = 1.6 \times 10^{-19} \times n \Rightarrow n = 10^{20}$$

با وصل شدن کلید K، با انتقال الکترون از زمین به کره رسانا، بار کره خنثی خواهد شد. از طرفی جهت جریان در **۲ ۱۷۴۴**

خلاف جهت حرکت الکترون ها می باشد. بنابراین جهت جریان از A به B است.

با توجه به این که بار کره در مدت 0.2s از 5C به صفر می رسد، شدت جریان الکتریکی متوسط عبوری از سیم AB برابر است با:

$$\bar{I} = \left| \frac{\Delta q}{\Delta t} \right| = \left| \frac{0 - 0.5}{0.2} \right| = 2.5A$$



برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: **۳ ۱۷۴۵**

(تست های ۱۷۴۵ تا ۱۷۵۲)

قانون اهم

خلاصه نکات

وسيله هايي که جريان الکتریکي را از خود عبور مي دهند، مي توان به دو دسته تقسيم کرد:

دسته اول: وسيله هايي که با تغيير اختلاف پتانسيل دو سر آنها و در نتيجه تغيير جريان عبوري از آنها، مقاومتشان تغيير مي کند.

دسته دوم: وسيله هايي که مقاومت آنها ثابت و مستقل از اختلاف پتانسيل و جريان عبوري از آنهاست.

اگر مقاومت الکتریکي یک وسيله در ولتاژهاي مختلف (در دمای ثابت) همواره مقدار ثابتي داشته باشد، به آن وسيله، مقاومت يا رساناي اهمي گفته

مي شود. به عبارت ديگر اين وسيله ها از **قانون اهم** پيروي مي کنند که بيان مي کند، **نسبت اختلاف پتانسيل دو سر یک رسانا به شدت جريان عبوري**

از آن در دمای ثابت، **مقداری ثابت است**. اين مقدار ثابت را **مقاومت الکتریکي آن جسم** ناميده و يکاي آن در SI اهم است.

$$\frac{V}{I} = R \text{ يا } V = RI$$



تذکر برای برخی از مواد، جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) دو سر آن می‌باشد و در اصطلاح می‌گوییم، این مواد از قانون اهم پیروی می‌کنند. این قانون برای اغلب فلزات و بسیاری از رساناهای غیر فلزی در دمای ثابت برقرار است.

تمرین ۱ اگر ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی ۲ برابر شود، مقاومت الکتریکی و شدت جریان عبوری از آن، هر یک چند برابر می‌شود؟

پاسخ در این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

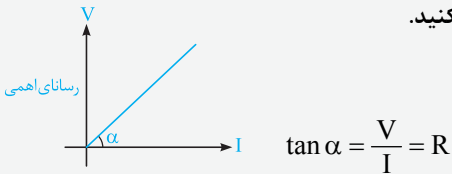
۱- مقاومت الکتریکی یک رسانا در دمای ثابت مقداری ثابت است و با تغییر ولتاژ دو سر آن تغییری نمی‌کند.

۲- با توجه به قانون اهم، داریم:

۲ برابر
۲ برابر
 $V = R \cdot I \Rightarrow$ جریان عبوری دو برابر می‌شود.

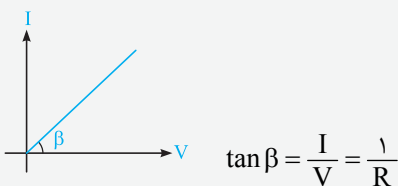
تمرین ۲ نمودار ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی بر حسب شدت جریان عبوری از آن را رسم کنید.

پاسخ



در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار بزرگ‌تر است.

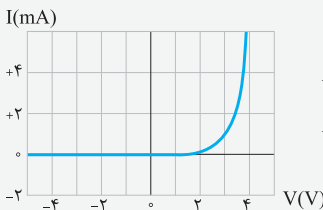
تذکر شیب نمودار $I - V$ ، عکس مقاومت یک رسانا، را نشان می‌دهد:



در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار کم‌تر است.

تذکر برای برخی از وسیله‌ها مانند دیود نورگسیل (LED) که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند، نمودار

جریان عبوری از آن‌ها بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، دیگر به صورت یک خط راست گذرنده از مبدأ نیست. به طور مثال به شکل مقابل توجه کنید:



نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

با توجه به خلاصه نکات فوق، می‌دانیم که نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، برابر مقاومت الکتریکی رسانا است.

از طرفی می‌دانیم که اندازه مقاومت الکتریکی با تغییر جریان عبوری از آن، تغییر نمی‌کند و گزینه (۳) صحیح است.

۳ ۱۷۴۶ در وسیله الکتریکی (۱)، نسبت $\frac{V}{I}$ در یک دمای ثابت تغییر کرده و وسیله الکتریکی از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

در وسیله (۱) $\frac{V}{I} \Rightarrow \frac{2}{0.2} \neq \frac{4}{0.8}$

از طرفی در وسیله الکتریکی (۲)، نسبت $\frac{V}{I}$ در دمای ثابت با توجه به جدول ثابت بوده و دستگاه از قانون اهم پیروی می‌کند.

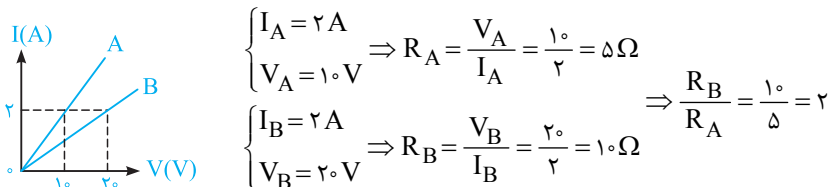
در وسیله (۲) $\frac{V}{I} \Rightarrow \frac{2}{0.5} = \frac{4}{1} = \frac{12}{3}$

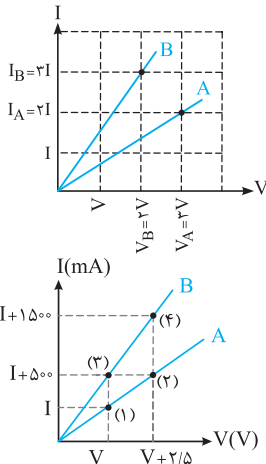
۲ ۱۷۴۷ با استفاده از قانون اهم برای محاسبه مقاومت رشته لامپ داریم:

$R = \frac{V}{I} = \frac{1.5}{0.3} = 5 \Omega$

از سوی دیگر، مقاومت رشته سیم ثابت بوده و با عوض شدن ولتاژ باتری، تغییر نمی‌کند.

۱ ۱۷۴۸ با توجه به نمودار مقابل، می‌توان نوشت:





۱۱۷۴۹ مشابه با سؤال قبل، با توجه به نمودار داده شده و با کمک نقاط نشان داده شده بر روی آن، برای دو مقاومت A و B می توان نوشت:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{2V}{3V}\right) \times \left(\frac{I}{2I}\right) = \frac{1}{3}$$

۳۱۷۵۰ برای حل این سؤال، کافی است از رابطه $\Delta V = R \Delta I$ برای دو مقاومت استفاده کنیم. با توجه به این موضوع داریم:

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \text{مقاومت } A: \Delta V_A = R_A \times \Delta I_A \rightarrow 2/5 = R_A \times (500 \times 10^{-3}) \rightarrow R_A = 5 \Omega$$

$$(4) \text{ و } (3) \Rightarrow \text{مقاومت } B: \Delta V_B = R_B \times \Delta I_B \rightarrow 2/5 = R_B \times (1000 \times 10^{-3}) \rightarrow R_B = 2/5 \Omega$$

$$\text{خواسته سؤال} \rightarrow R_A - R_B = 2/5 \Omega$$

۲۱۷۵۱ گام اول: ابتدا با توجه به رابطه $R = \frac{V}{I}$ ، شدت جریان عبوری از مقاومت را به دست می آوریم:

$$R = 10 \Omega, V = 8V \Rightarrow R = \frac{V}{I} \Rightarrow 10 = \frac{8}{I} \Rightarrow I = \frac{8}{10} A$$

گام دوم: اکنون با توجه به روابط $q = It$ و $q = ne$ ، به سادگی می توان بار الکتریکی شارش یافته در سیم را در مدت زمان یک ثانیه محاسبه کرد:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \Rightarrow It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{0.8 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{18}$$

۳۱۷۵۲ با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۲)، نمودار (ب) مربوط به اغلب فلزات در دمای ثابت می باشد و نمودار (ت) مربوط به یک دیود نورگسیل است.

۴۱۷۵۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۳ تحلیل ارتباط بین مقاومت الکتریکی یک رسانا با جنس و ابعاد آن و بررسی انواع مقاومت ها (تست های ۱۷۵۳ تا ۱۷۷۷)

به طور کلی در یک دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به سطح مقطع، طول و جنس آن بستگی داشته و به صورت زیر به دست می آید:

$$A = \pi r^2$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

L: طول سیم (m)

R: مقاومت الکتریکی سیم (Ω)

A: سطح مقطع سیم (m^2)

ρ : مقاومت ویژه سیم ($\Omega \cdot m$)

نکات مهم و کاربردی

۱ در رابطه ارائه شده، تأثیر عامل جنس رسانا بر مقاومت یک سیم، در مقاومت ویژه سیم (ρ) وارد می شود.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{L} \Rightarrow \rho \text{ واحد } \equiv \frac{\Omega \times m^2}{m} = \Omega \cdot m \text{ (اهم متر)}$$

۲ واحد مقاومت ویژه در SI عبارت است از:

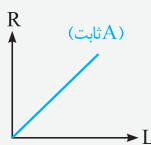
$$\left\{ \begin{array}{l} R \propto \rho \\ R \propto L \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \\ R \propto \frac{1}{A} \end{array} \right.$$

۳ مقاومت یک سیم با طول و مقاومت ویژه آن رابطه مستقیم و با سطح مقطع آن رابطه عکس دارد.

۴ با توجه به این که در سیم های با مقطع دایره ای، سطح مقطع برابر $A = \pi r^2$ می باشد، بنابراین مقاومت یک سیم فلزی استوانه ای با مجذور شعاع مقطع آن رابطه معکوس دارد.

$$R \propto \frac{1}{A} \xrightarrow{A = \pi r^2} R \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

۵ با توجه به ارتباط بین مقاومت یک سیم با طول و شعاع سطح مقطع آن، نمودارهای مقابل را می توان رسم کرد:



$$R \propto L$$



$$R \propto \frac{1}{r^2} \text{ (یا } R \propto \frac{1}{A} \text{)}$$

بررسی یک موضوع کاربردی و بسیار مهم

فرض کنید سیمی را از دستگای عبور دهیم تا با ثابت ماندن جرم آن، طول آن ۲ برابر شود، یعنی سیم کشیده شده (L بزرگتر) و سطح مقطع آن کم می‌شود (A کم‌تر). برای تحلیل نحوه تغییرات مقاومت الکتریکی سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

مرحله ۱: می‌دانیم که اگر جرم سیم ثابت بماند، حجم آن نیز ثابت می‌ماند (چگالی) و داریم: $\rho = \frac{m}{V}$ (ثابت)

۲ برابر $\frac{1}{4}$ برابر
 $V = A \cdot L$
 ثابت

مرحله ۲: تغییرات مقاومت سیم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{2L_1}{L_1} \times \frac{A_1}{\frac{1}{4}A_1} = 4$$

روش دیگر تحلیل:

۲ برابر $\uparrow R = \rho \frac{L}{A}$
 ۱/۴ برابر $\downarrow A$

در نهایت می‌توان گفت اگر طول یک سیم با ثابت ماندن جرم آن، α برابر شود، مقاومت آن سیم α^2 برابر خواهد شد:

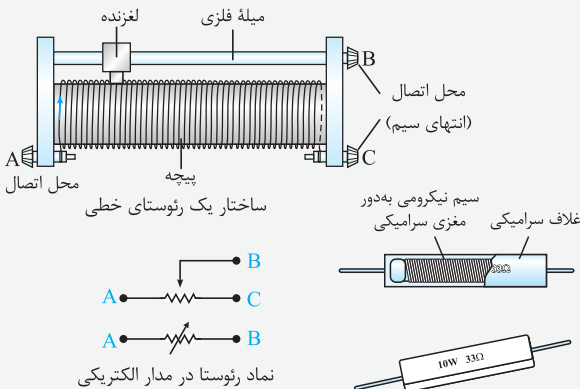
$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \quad \text{یا} \quad \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

انواع مقاومت‌ها

به طور کلی انواع اصلی مقاومت‌ها به دو نوع تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱- مقاومت‌های پیچهای (آجری)

این مقاومت‌ها شامل پیچهای از سیم نازک هستند که به دور یک هسته پیچیده می‌شوند. در صورت نیاز به مقاومت‌های کوچک بسیار دقیق و هم‌چنین مقاومت‌های با توان بالا می‌توان از این نوع مقاومت‌ها استفاده کرد. یکی از انواع مشهور این مقاومت‌ها رنوستا می‌باشد که در مدارهای الکترونیکی پتانسیومتر نامیده می‌شود. مقاومت رنوستا قابل تغییر می‌باشد و به این ترتیب می‌تواند جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند.



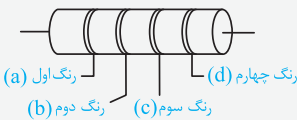
۲- مقاومت‌های ترکیبی

این نوع مقاومت‌ها معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها و یا فیلم‌های نازک فلزی ساخته می‌شوند که در داخل پوشش پلاستیکی قرار گرفته‌اند. معمولاً برای نشان دادن مقادیر این نوع مقاومت‌ها که بسیار پرکاربرد هستند، از حلقه‌های رنگی بر روی آن‌ها استفاده می‌شود، هر یک از این رنگ‌ها، نشان‌دهنده یک عدد هستند و مقاومت آن‌ها از رابطه مقابل به دست می‌آید:

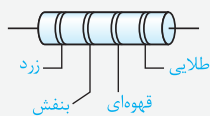
چند تذکر:

① منظور $a \times b$ نیست، بلکه منظور عدد \overline{ab} در کنار هم است، یعنی اگر ۲ و ۴ کنار هم قرار بگیرد، عدد ۲۴ می‌شود. به طور مثال در شکل مقابل با توجه به رنگ مقاومت‌ها، که عدد ۴، بنفش عدد ۷ و قهوه‌ای عدد ۱ است، مقدار مقاومت برابر است با:

$$R = \overline{ab} \times 10^c = 47 \times 10^1 = 470 \Omega$$



$$R = \overline{ab} \times 10^c$$



② حلقه چهارم در مقاومت‌های ترکیبی، یک حلقه طلایی یا نقره‌ای است که تُلرانس نامیده می‌شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تُلرانس ۲۰ درصد است.

در مثال فوق که حلقه چهارم طلایی رنگ است، به معنای آن است که تُلرانس ۵ درصد می‌باشد، یعنی مقدار مقاومت واقعی از ۰/۹۵ تا ۱/۰۵ مقدار محاسبه شده می‌تواند باشد.

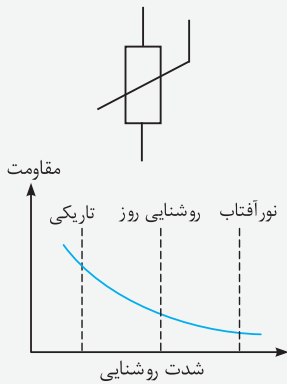
$$(1 - 0.05)R < R < (1 + 0.05)R \Rightarrow 0.95 \times 470 < R < 1.05 \times 470$$

۳ برای خواندن مقدار این نوع مقاومت‌ها، آن‌ها را طوری در مقابل خود می‌گیریم که حلقهٔ تُلرانس در سمت راست ما قرار گیرد.

شناخت برخی مقاومت‌های خاص و دیود

اینجا می‌فوییم به توضیح مختصر هم دربارهٔ سه سری از مقاومت‌ها بپریم تا بیشتر با انواع مقاومت‌ها آشنا بشید ...

۱ **ترمیستور:** ترمیستور نوعی از مقاومت است که وابستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، متفاوت از مقاومت‌های معمولی است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود. نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی به صورت مقابل است:



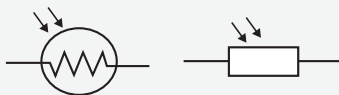
۲ **مقاومت‌های نوری (LDR):** مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

در رابطه با این نوع از مقاومت‌ها به موارد زیر توجه کنید:

۱- نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

۲- با توجه به کاهش مقاومت LDR بر اثر افزایش شدت روشنایی تابیده شده بر سطح آن، مقاومت الکتریکی آن‌ها را برحسب شدت روشنایی (که با یکای LUX سنجیده می‌شود)، به صورت مقابل نشان می‌دهند:

۳- این نوع از مقاومت‌ها را در مدارهای الکتریکی با یکی از دو نماد مقابل نشان می‌دهند:



در انتهای کار می‌فوییم شما رو با دیود که یک قطعهٔ پالاب توی مدار هست، آشنا کنیم ...

دیود

دیود قطعه‌ای است که در یک جهت، جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهد (مقاومت ناچیز دارد) و در جهت مخالف مانع عبور جریان الکتریکی از خود می‌شود (مقاومت بی‌نهایت دارد).

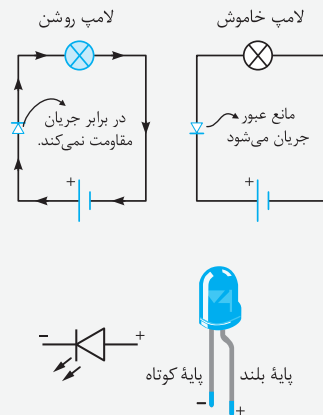
در رابطه با دیود، به موارد زیر توجه کنید:

۱ در مدارهای الکتریکی، دیودها را با نماد $\left(\rightarrow\right|$ نشان می‌دهند. در این نماد، پیکان در جهتی است که جریان الکتریکی می‌تواند از دیود عبور کند.

۲ از دیودها برای یک‌سو کردن جریان‌های متناوب به جریان مستقیم استفاده می‌شود که در فصل آخر این کتاب بیشتر با این موضوع آشنا می‌شوید.

۳ یکی از معروف‌ترین انواع دیودها، دیود نورگسیل یا LED است که در شکل مقابل تصویر آن و نماد آن در مدارهای الکتریکی نشان داده شده است.

حال برای یادگیری بهتر، به تمرین‌های زیر توجه کنید:



تمرین ۱ قطر مقطع سیم مسی A ، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است و طول آن نیز $\frac{1}{4}$ طول سیم B است. اگر مقاومت سیم A

(ریاضی فارغ ۹۰، تمرینی داخل ۹۱)

برابر 5Ω باشد، مقاومت سیم B چند اهم است؟

۸۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ با توجه به رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\pi d^2}$ ، می‌توان نوشت:

$$d_A = 2d_B, L_A = \frac{1}{4}L_B, \rho_A = \rho_B, R_A = 5\Omega, R_B = ?$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_B}{5} = 1 \times 4 \times (2)^2 = 16 \Rightarrow R_B = 80\Omega \quad (\text{گزینهٔ ۴})$$

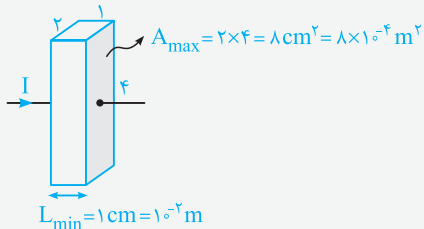
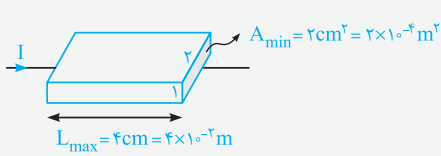
تمرین ۲ ابعاد یک مکعب مستطیل فلزی ۱، ۲ و ۴ سانتی‌متر است. این مکعب مستطیل را می‌توان از هر یک از دو وجه مقابل آن در مدار قرار داد. نسبت بزرگ‌ترین مقاومت آن به کوچک‌ترین مقاومت آن چند است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)



پاسخ بیشترین مقاومت مکعب مستطیل هنگامی است که سطح مقطع آن کمترین و طول آن بیشترین مقدار را داشته باشد و با توجه به این موضوع بیشترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:

$$R_{\max} = \rho \frac{L_{\max}}{A_{\min}} = \rho \times \frac{4 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4}} = 200 \rho$$

از طرفی کمترین مقاومت مکعب مستطیل وقتی است که سطح مقطع آن بیشترین و طول آن کمترین مقدار را داشته باشد و در نتیجه در این حالت داریم:

$$R_{\min} = \rho \frac{L_{\min}}{A_{\max}} = \rho \times \frac{10^{-2}}{8 \times 10^{-4}} = 12.5 \rho$$

بنابراین نسبت بیشترین مقاومت به کمترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:

$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{200 \rho}{12.5 \rho} = 16 \quad (\text{گزینه ۳})$$

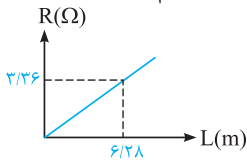
با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به مقاومت ویژه ماده سازنده آن بستگی دارد که این مقاومت ویژه، خود به جنس سیم رسانا بستگی دارد. بنابراین گزینه (۴) نادرست می‌باشد.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

اندازه مقاومت الکتریکی یک سیم، از رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ به دست می‌آید که A سطح مقطع سیم است. از طرفی می‌دانیم که مساحت مقطع سیمی

به قطر d ، برابر $A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ است و می‌توان نوشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\frac{\pi d^2}{4}} \Rightarrow R \propto \frac{1}{d^2} \Rightarrow (\text{مقاومت با مجذور قطر سیم، رابطه معکوس دارد.})$$



با توجه به نمودار مقابل، در طول $6/28 \text{ m}$ مقاومت سیم برابر $3/36 \Omega$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$R = 3/36 \Omega, \rho = 1/68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, L = 6/28 \text{ m}, A = ?$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 3/36 = 1/68 \times 10^{-8} \times \frac{6/28}{A} \Rightarrow A = 3/14 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

با توجه به سطح مقطع دایره‌ای سیم، $A = \pi r^2$ بوده و داریم:

$$A = \pi r^2 \approx 3/14 r^2 \xrightarrow{A = 3/14 \times 10^{-8} \text{ m}^2} 3/14 r^2 = 3/14 \times 10^{-8} \Rightarrow r = 10^{-4} \text{ m} = 0.1 \text{ mm} \Rightarrow \text{قطر سیم: } d = 2r = 0.2 \text{ mm}$$

با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۴) صحیح است.

با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ برای مقایسه مقاومت دو سیم A و B داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\text{مساحت: } A \propto d^2} 1 = 3 \times 1 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{3}$$

برای محاسبه مقاومت الکتریکی هر یک از آن‌ها، ابتدا با توجه به شکل‌های زیر، سطح مقطع هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{سیم مسی: } A_1 = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{(4)^2}{4} = 4\pi \text{ mm}^2 \Rightarrow R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = \rho \times \frac{1}{4\pi} \\ \text{لوله مسی: } A_2 = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d'^2}{4} = \frac{\pi}{4} (d^2 - d'^2) = \frac{\pi}{4} (4^2 - 2^2) = 3\pi \text{ mm}^2 \Rightarrow R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \times \frac{1}{3\pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho}{4\pi} \times \frac{4\pi}{\rho} = \frac{4}{3}$$

با توجه به قطر سیم $D = 2 \text{ mm}$ ، سطح مقطع سیم برابر است با:

$$D = 2 \text{ mm} \Rightarrow \text{شعاع: } r = \frac{D}{2} = 1 \text{ mm} \Rightarrow A = \pi r^2 \approx 3 \times (10^{-3})^2 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

حال مقاومت این سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{180}{3 \times 10^{-6}} = 1/0.2 \Omega$$

۱۱۷۶۰ برای پاسخ به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبه نسبت طول دو سیم، یعنی $\frac{L_A}{L_B}$): با توجه به آن‌که هر دو سیم از یک جنس هستند، بنابراین چگالی دو سیم با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$\rho' = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho' V \xrightarrow{m_A = m_B} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B \xrightarrow{\rho'_A = \rho'_B} V_A = V_B$$

چگالی

با توجه به رابطه گام اول، حجم دو سیم با هم برابر است. از طرفی می‌دانیم که حجم سیم برابر حاصل ضرب طول سیم در مساحت مقطع آن است و می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A \times L_A = A_B \times L_B \Rightarrow \frac{\pi d_A^2}{4} \times L_A = \frac{\pi d_B^2}{4} \times L_B$$

$$\xrightarrow{d_A = \sqrt{2} d_B} (\sqrt{2} d_B)^2 \times L_A = d_B^2 \times L_B \Rightarrow 2L_A = L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}$$

صورت سؤال

گام دوم: (محاسبه جواب): با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \rho_B, \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}, \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{2}, R_B = 10 \Omega, R_A = ?$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = \frac{1}{4} R_B = 2.5 \Omega$$

با توجه به آن‌که جرم و چگالی دو سیم برابر است، در نتیجه حجم دو سیم نیز یکسان است و می‌توان نوشت: ۲۱۷۶۱

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 \xrightarrow{\text{صورت مسئله}} n = 4$$

۱۱۷۶۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم):

گام اول: دو سیم مسی و آلومینیومی هم‌طول هستند و در مقایسه سطح مقطع آن‌ها داریم:

$$L_{Al} = L_{Cu}, \rho_{Cu} = \frac{1}{2} \rho_{Al}$$

$$R_{Al} = R_{Cu} \Rightarrow \rho_{Al} \frac{L_{Al}}{A_{Al}} = \rho_{Cu} \frac{L_{Cu}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = 2$$

گام دوم: حال در مرحله بعد جرم دو سیم را به صورت زیر مقایسه می‌کنیم:

$$m = \rho' V = \rho' (AL)$$

چگالی

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho'_{Al}}{\rho'_{Cu}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Al}}{L_{Cu}} \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2/7}{9} \times 2 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

مشابه با تست قبل، در مقایسه جرم دو سیم داریم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم): ۴۱۷۶۳

$$m_B = \frac{2}{3} m_A \xrightarrow{m = \rho' V} \rho'_B V_B = \frac{2}{3} \rho'_A V_A \Rightarrow \rho'_B A_B L_B = \frac{2}{3} \rho'_A A_A L_A$$

$$\rho'_B = \frac{1}{3} \rho'_A, L_B = L_A \Rightarrow \frac{1}{3} \rho'_A \times A_B = \frac{2}{3} \rho'_A \times A_A \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{1}{2}$$

در ادامه برای مقایسه مقاومت ویژه (ρ) داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times 1 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = 2$$

با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ و یکسان بودن سطح مقطع سیم‌ها، به مقایسه مقاومت آن‌ها می‌پردازیم: ۱۱۷۶۴

$$\left\{ \begin{aligned} R_A &= \frac{\rho_A L_A}{A} = \frac{1/5 \rho \times 2L}{A} = \frac{2}{5} \frac{\rho L}{A} \\ R_B &= \frac{\rho_B L_B}{A} = \frac{2/5 \rho \times L}{A} = \frac{2}{5} \frac{\rho L}{A} \Rightarrow R_A = 2R_C, R_C = 2R_B \\ R_C &= \frac{\rho_C L_C}{A} = \frac{\rho L}{A} \end{aligned} \right.$$



از طرفی تعداد الکترون‌های عبوری برابر $n = \frac{It}{e}$ می‌باشد. از طرفی طبق رابطه $I = \frac{V}{R}$ ، جریان با مقاومت رابطه عکس دارد. بنابراین داریم:

$$q = It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e}$$

$$n \propto I \propto \frac{1}{R} \Rightarrow n \propto \frac{1}{R} \Rightarrow n_C = 3n_A, n_B = 2n_C$$

سؤال را در سه گام به صورت زیر حل می‌کنیم: ۲ ۱۷۶۵

گام اول: $V = RI \Rightarrow 3 = R \times 1/2 \Rightarrow R = \frac{3}{1/2} = 2/5 \Omega$

مقاومت ویژه \leftarrow

گام دوم: $R = \rho' \frac{L}{A} \Rightarrow 2/5 = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A} \Rightarrow A = 1/8 \times 10^{-7} m^2$

گام سوم: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho AL = 8000 \times 1/8 \times 10^{-7} \times 25 = 36 \times 10^{-3} kg = 36 gr$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B، برابر $R_{AB}I$ می‌باشد و داریم: ۳ ۱۷۶۶

$$V_{AB} = R_{AB}I \rightarrow 3/36 = R_{AB} \times 10 \rightarrow R_{AB} = 0.336 \Omega$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$R_{AB} = \rho \frac{L_{AB}}{A} \rightarrow 0.336 = 1/68 \times 10^{-8} \times \frac{L_{AB}}{3 \times (0.1 \times 10^{-3})^2} \Rightarrow L_{AB} = 0.6 m = 60 cm$$

با توجه به ثابت ماندن جرم سیم و چگالی آن، می‌توان فهمید که حجم آن نیز ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت: ۴ ۱۷۶۷

رابطه (۱): $V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{(1)} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{16 R_1}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow 4 = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow L_2 = 40 cm$$

با توجه به ثابت ماندن حجم، داریم: ۱ ۱۷۶۸

$$V' = V \Rightarrow L'A' = LA \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{A}{A'}$$

از طرفی با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{D'}{D} = \frac{2}{3}, \frac{R'}{R} = ? \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} = \left(\frac{A}{A'}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R'}{R} = \left(\frac{D}{D'}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

دقت: در واقع با این کار، ما هم طول سیم را زیاد کرده‌ایم و هم مساحت مقطع آن را کم کرده‌ایم، بنابراین طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ باید مقاومت سیم بسیار بیشتر شود.

$$\uparrow R = \frac{\rho \cdot \uparrow L}{\downarrow A}$$

اگر جرم سیم اولیه را برابر m در نظر بگیریم، جرم سیم باقی‌مانده $\frac{1}{4}m$ بوده و با توجه به اطلاعات سؤال، با عبور قسمت باقی‌مانده از یک دستگاه خاص، طول آن با طول سیم اصلی برابر است (چگالی را برابر ρ در نظر بگیرید). ۴ ۱۷۶۹



$$m' = \frac{1}{4} m \Rightarrow \rho \cdot A' L = \frac{1}{4} \rho \cdot A L \Rightarrow A' = \frac{1}{4} A$$

در ادامه با مقایسه سیم جدید و سیم اولیه می‌توان نوشت:

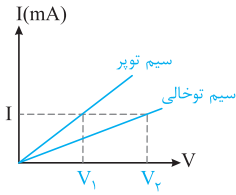
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 1 \times 4 \Rightarrow R' = 24 \Omega$$

گام اول: ابتدا طول دو سیم را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم (سیم ۱: توپر، سیم ۲: توخالی). ۱ ۱۷۷۰

$$m_1 = m_2 \xrightarrow{m = \rho V} \xrightarrow{\text{یکسان } \rho} V_1 = V_2 \xrightarrow{V = AL} \pi (2R)^2 L_1 = \pi ((2R)^2 - R^2) L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{3}{4}$$

گام دوم: در مقایسه مقاومت دو سیم توپر و توخالی داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{4} \times \frac{\pi ((2R)^2 - R^2)}{\pi (2R)^2} = \frac{9}{16}$$



$$I_{\text{توپر}} = I_{\text{توخالی}} \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{16}{9}$$

گام سوم: در مقایسه ولتاژ V_1 و V_2 داریم:

گام اول: (محاسبه طول سیم): ابتدا محیط (طول) یک دور سیم را که به دور استوانه‌ای به شعاع 10 سانتی متر پیچیده شده است، محاسبه می‌کنیم:

$$L_0 = 2\pi r \xrightarrow{r=10\text{cm}=0.1\text{m}} L_0 = 2\pi(0.1) = 0.2\pi\text{m} \xrightarrow{100\text{ دور سیم}} L_{\text{کل}} = 100L_0 = 20\pi\text{m}$$

گام دوم: (محاسبه مقاومت سیم): ابتدا دقت کنید که مساحت مقطع سیمی به قطر d برابر $A = \frac{\pi d^2}{4}$ است، اکنون با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ می‌توان نوشت:

$$d = 2\text{mm} = 2 \times 10^{-3}\text{m}, L = 20\pi\text{m}, \rho = 1.7 \times 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}, R = ?$$

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1.7 \times 10^{-8} \times 20\pi}{\frac{\pi \times 4 \times 10^{-6}}{4}} = 0.34\Omega$$

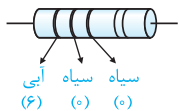
با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۳) صحیح است. **۳ ۱۷۷۲**

با توجه به خلاصه نکات (۳)، LDR مقاومتی است که با افزایش شدت نور تابیده به آن، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد. **۲ ۱۷۷۳**

با توجه به خلاصه نکات (۳)، ترمیستور نوعی از مقاومت است که وابستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. با توجه به این موضوع، گزینه (۴) صحیح است. **۴ ۱۷۷۴**

با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۴) عبارت نادرستی است. **۴ ۱۷۷۵**

با توجه به رابطه $R = ab \times 10^c$ ، می‌توان نوشت: **۳ ۱۷۷۶**



$$R = 60 \times 10^0 = 60\Omega$$

با توجه به این‌که خطای مرتبط با رنگ طلایی برابر ۵ درصد است، بنابراین مقدار مقاومت الکتریکی جسم موردنظر از ۰/۹۵ تا ۱/۰۵ مقاومت به‌دست آمده می‌تواند تغییر کند. **۱ ۱۷۷۷**

$$R = 60\Omega \Rightarrow (R - 0.05R) < R_{\text{واقعی}} < R + 0.05R \Rightarrow 0.95R < R_{\text{واقعی}} < 1.05R$$

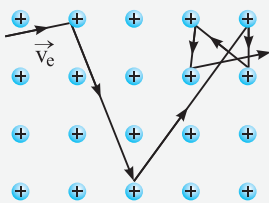
$$\Rightarrow 0.95 \times 60 < R_{\text{واقعی}} < 1.05 \times 60 \Rightarrow 57 < R_{\text{واقعی}} < 63$$

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: **۱ ۱۷۷۸**

(تست‌های ۱۷۷۸ تا ۱۷۸۵)

اثر دما بر مقاومت الکتریکی یک جسم رسانا

خلاصه نکات



$$\Delta\rho = \rho_0 \alpha \Delta\theta$$

$\Delta\rho$: میزان تغییر مقاومت ویژه ماده، ρ_0 : مقاومت ویژه اولیه ماده، α : ضریب دمایی مقاومت ویژه، $\Delta\theta$: میزان تغییر دمای جسم

نکات مهم و کاربردی

با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و این‌که تغییرات طول و سطح مقطع جسم را در اثر افزایش دما ناچیز در نظر می‌گیریم، بنابراین تغییر دما به علت تغییر مقاومت ویژه جسم، مقاومت خود جسم را نیز تغییر می‌دهد.

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{از دو طرف } \Delta \text{ می‌گیریم}} \Delta R = (\Delta\rho) \frac{L}{A} \xrightarrow{\Delta\rho = \rho_0 \alpha \Delta\theta} \Delta R = \rho_0 \frac{L}{A} \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta$$

ΔR : میزان تغییر مقاومت جسم، R_0 : مقاومت اولیه جسم

برای محاسبه مقاومت ثانویه جسم می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$R_T = R_0 + \Delta R \Rightarrow R_T = R_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

مقاومت ثانویه = مقاومت اولیه + تغییر مقاومت

هم‌چنین برای مقاومت ویژه ثانویه ماده می‌توان نوشت:

$$\rho_T = \rho_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

با توجه به این‌که تغییرات دما برحسب کلوین با تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس یکسان است، بنابراین در روابط فوق می‌توان از هر دو استفاده کرد (یعنی اگر دمای جسمی ۲۰ درجه سلسیوس افزایش یابد، دمای آن برحسب کلوین نیز ۲۰ واحد افزایش یافته است).

$$\Delta \theta = \Delta T$$

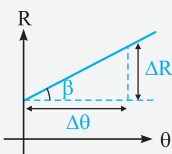
ضریب دمایی مقاومت ویژه (α) یک ضریب ثابت می‌باشد که به جنس ماده بستگی دارد و یکای آن برابر است با:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_0 \cdot \Delta \theta} \Rightarrow \alpha \text{ یکای } \equiv \frac{\Omega}{\Omega \times ^\circ C} \equiv \frac{1}{^\circ C} \text{ یا } \frac{1}{K}$$

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که در یک گستره دمایی نسبتاً بزرگ، مقاومت ویژه فلزات (ρ) با دما تقریباً به طور خطی تغییر می‌کند.

ضریب دمایی (α)، برای یک جسم رسانا مقداری مثبت است. به همین دلیل، مقاومت یک جسم رسانا با افزایش دما،

افزایش می‌یابد.



$$\tan \beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta R}{\Delta \theta} = R_0 \alpha$$

↓
مقاومت اولیه

ضریب دمایی (α)، برای مواد نیم‌رسانا (مانند گرافیت، سیلیسیم و ژرمانیم) منفی است و در نتیجه مقاومت آن‌ها با

افزایش دما، کاهش می‌یابد.

$$R_T = R_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

ضریب دمایی نیم‌رساناها منفی است ($\alpha < 0$)

بررسی مفهومی تغییر مقاومت نیم‌رسانا با تغییر دما

برای بررسی نحوه تغییر مقاومت ویژه نیم‌رسانا با تغییر دما، به موارد زیر توجه کنید:

۱) اگر یک نیم‌رسانا داشته باشیم، در دماهای پایین تعداد حامل‌های بار ناچیز است و نیم‌رسانا مانند یک نارسانا رفتار می‌کند.

۲) با افزایش دما، بر تعداد این حامل‌های بار افزوده می‌گردد.

۳) گرچه با افزایش دما تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه اتمی افزایش می‌یابد اما تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر از افزایش

این برخوردهای کاتوره‌ای است و به این ترتیب مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

نتیجه ضریب دمایی برای نیم‌رساناها منفی است، یعنی مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت رساناها (مثل روی) در اثر افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

با روشن شدن لامپ، دمای رشته سیم رسانای داخل آن افزایش یافته و مقاومت آن نیز افزایش می‌یابد. ۴۱۷۷۹

تغییرات مقاومت یک رسانا در اثر افزایش دما از رابطه $\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$ به دست می‌آید و داریم: ۴۱۷۸۰

$$R_T = 4618 \Omega, R_0 = 40 \Omega \Rightarrow \Delta R = 4618 - 40 = 618 \Omega, \alpha = 0.0068 K^{-1}$$

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 618 = 40 \times 0.0068 \times (\theta_T - 20) \Rightarrow \theta_T - 20 = 25 \Rightarrow \theta_T = 45^\circ C$$

تمرین مقاومت سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای ۲۰ درجه سلسیوس 50Ω است. مقاومت این سیم در دمای ۱۰۰ درجه سلسیوس

(ریاضی فارغ ۹۱)

چند اهم می‌شود؟ (ضریب دمایی این آلیاژ $4 \times 10^{-4} K^{-1}$ است.)

۵۲/۰۸ (۴)

۵۱/۶۰ (۳ ✓)

۵۰/۶۴ (۲)

۵۰/۱۶ (۱)

با توجه به رابطه $R_T = R_1 + \Delta R = R_1 + R_1 \alpha \Delta \theta = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$ می توان نوشت: **۳۱۷۸۱**

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 180 = 150 [1 + (4 \times 10^{-3}) \times (\theta_T - 20)] \Rightarrow 1 + 4 \times 10^{-3} (\theta_T - 20) = \frac{180}{150} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \theta_T = 70^\circ \text{C} \xrightarrow{T = \theta + 273} T_T = 70 + 273 = 343 \text{ K}$$

تذکر

دماسنج مقاومت پلاتینی یکی از سه دماسنج معیار برای اندازه گیری دما است. در رابطه با این دماسنج، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) از دماسنج مقاومت پلاتینی می توان برای اندازه گیری دقیق دما در گستره دمایی حدوداً از 14 K تا 1235 K استفاده کرد.

(۲) دماسنج های معمولی در دو انتهای این گستره کار نمی کنند و نمی توان از آن ها برای اندازه گیری دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین استفاده کرد.

(۳) اساس کار دماسنج های مقاومت پلاتینی مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دما است.

(۴) در این دماسنج ها از پلاتین استفاده می کنند که پلاتین تقریباً دچار خوردگی نمی شود و نقطه ذوب بالایی دارد.



گام اول: محاسبه مقاومت سیم در دمای اولیه: **۳۱۷۸۲**

$$R_1 = \rho \frac{L}{A} = 6/18 \times 10^{-5} \times \frac{1/5}{3 \times 10^{-6}} = 34 \Omega$$

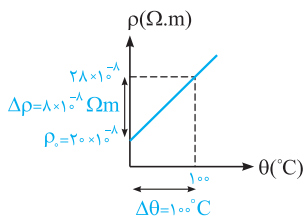
گام دوم: محاسبه مقدار مقاومت ثانویه در اثر افزایش دمای مقاومت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta, R_T = R_1 + \Delta R = R_1 + R_1 \alpha \Delta \theta = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow R_T = 34 (1 + 2 \times 10^{-3} \times (420 - 320)) = 34 \times 1/2 = 40/8 \Omega$$

با توجه به رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ ، در مقایسه تغییرات مقاومت دو سیم، داریم: **۳۱۷۸۳**

$$(A) \text{ سیم نقره ای: } R_{1A} = 100 \Omega, \alpha_A = 6 \times 10^{-3} \frac{1}{K}, (B) \text{ سیم آلومینیمی: } R_{1B} = 150 \Omega, \alpha_B = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}, \Delta \theta_A = \Delta \theta_B = 100^\circ \text{C}$$

$$\frac{\Delta R_B}{\Delta R_A} = \frac{R_{1B}}{R_{1A}} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} = \frac{150}{100} \times \frac{4 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}} \times 1 = 1$$



با توجه به نمودار داده شده، اگر مقاومت ویژه اولیه ماده را برابر $20 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ در نظر بگیریم، در اثر

افزایش دمای $\Delta \theta = 100^\circ \text{C}$ ، مقاومت ویژه ماده $8 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ (یا $(28 - 20) \times 10^{-8} \Omega \cdot m$) افزایش یافته است، بنابراین

می توان نوشت:

$$\Delta \rho = \rho_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 8 \times 10^{-8} = 20 \times 10^{-8} \times \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

با توجه به رابطه $\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$ ، داریم: **۳۱۷۸۵**

$$\Delta R = -\frac{16}{100} R_0, \Delta \theta = 80^\circ \text{C}, \alpha = ?$$

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow -\frac{16}{100} R_0 = R_0 \times \alpha \times 80 \Rightarrow \alpha = -2 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: **۳۱۷۸۶**

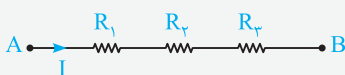
(تست های ۱۷۸۶ تا ۱۸۰۷)

محاسبه مقاومت معادل در یک مدار

خلاصه نکات

در ابتدا به بررسی دو اتصال سری و موازی در بین مقاومت ها می پردازیم.

۱- **اتصال سری:** در این حالت، شدت جریان عبوری از هر یک از مقاومت ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:



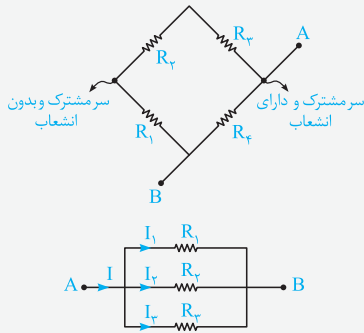
$$\Rightarrow I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$\Rightarrow R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

نکات مهم و کاربردی

اگر n مقاومت مشابه R_0 را به طور سری (متوالی) به یکدیگر متصل کنیم، مقاومت معادل آن ها عبارت است از:

$$R_T = nR_0$$



$$R_T = \frac{R_0}{n}$$

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۲ اگر دو مقاومت یک سر مشترک و بدون انشعاب داشته باشند، با یکدیگر به صورت متوالی (سری) متصل شده‌اند.

$\left. \begin{aligned} &\Leftarrow R_2, R_1 \\ &\Leftarrow R_2, R_3 \end{aligned} \right\}$ به صورت سری متصل شده‌اند.

به صورت سری نیستند زیرا از سر مشترکشان انشعاب خارج شده است.

۲- اتصال موازی: در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

نکات مهم و کاربردی

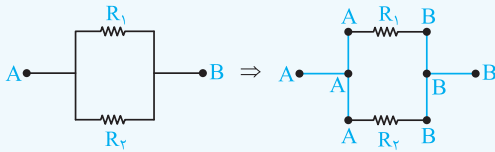
۱ اگر n مقاومت مشابه را به صورت موازی ببینیم، مقاومت معادل مدار عبارت است از:

۲ اگر دو مقاومت R_1 و R_2 را به صورت موازی متصل کنیم، مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

۳ به سادگی می‌توان نشان داد که در اتصال موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل مدار از کوچک‌ترین مقاومت موجود در مدار نیز کوچک‌تر است.

بررسی یک موضوع کاربردی

ایده جالبی که می‌توان از آن برای تشخیص شکل معادل مدار کمک گرفت، روشی به نام روش نام‌گذاری نقاط می‌باشد. در این روش، باید گره‌های مدار را نام‌گذاری کنیم و اگر دو نقطه با یک سیم رسانا به هم متصل شوند، هم‌نام هستند. به طور مثال در شکل زیر تمام نقاط سمت چپ توسط



سیم آبی‌رنگ به هم وصل شده‌اند و هم‌نام هستند (نقطه A). همین وضعیت برای

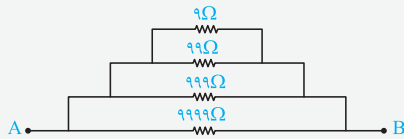
سمت راست مدار نیز برقرار است. با توجه به این‌که مقاومت‌های R_1 و R_2 هر دو

بین نقاط A و B قرار دارند، پس موازی هستند.

توجه شود که مهم‌ترین تکنیک در این قسمت، تکنیک نام‌گذاری نقاط و توانایی رسم

شکل معادل، برای یک مدار نسبتاً پیچیده است.

تمرین ۱) در شکل مقابل مقاومت معادل مدار چند اهم است؟



۲) $81/7 \Omega$

۱) $18/5 \Omega$

۴) 817Ω

۳) 817Ω

پاسخ اگر گره‌های مدار را نام‌گذاری کنیم دو سر همه مقاومت‌ها به نقاط A و B متصل شده و

اتصال مقاومت‌ها موازی است. در اتصال موازی، مقاومت معادل مدار از کوچک‌ترین مقاومت موجود در

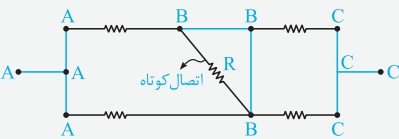
مجموعه نیز کوچک‌تر بوده و تنها گزینه (۴) می‌تواند صحیح باشد.

$$\Rightarrow R_T < 9 \Omega$$

نکته

اگر پس از نام‌گذاری دو سر یک مقاومت هم‌نام شود، آن مقاومت اتصال کوتاه می‌شود.

دو سر مقاومت R، B نام گرفته و این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود. \Rightarrow



تمرین ۲) در شکل داده شده، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B از مدار چند اهم است؟

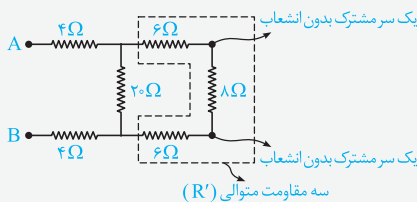
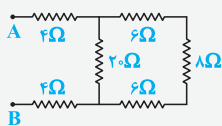
۲) ۱۶

۱) ۲۴

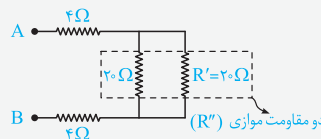
۴) ۲۲

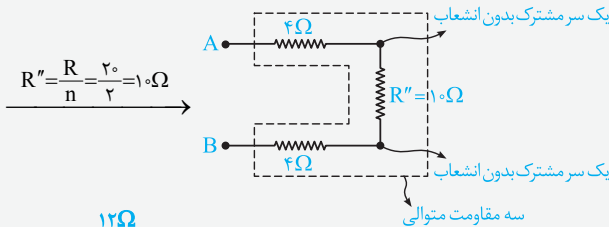
۳) ۱۸

پاسخ مدار را ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل مدار محاسبه شود:

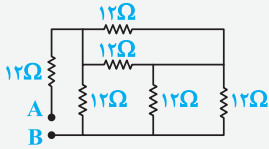


$$R' = 6 + 8 + 6 = 20 \Omega$$





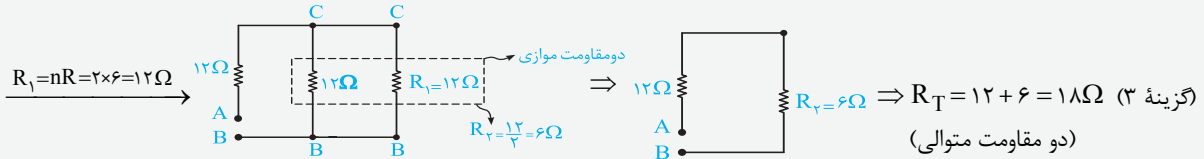
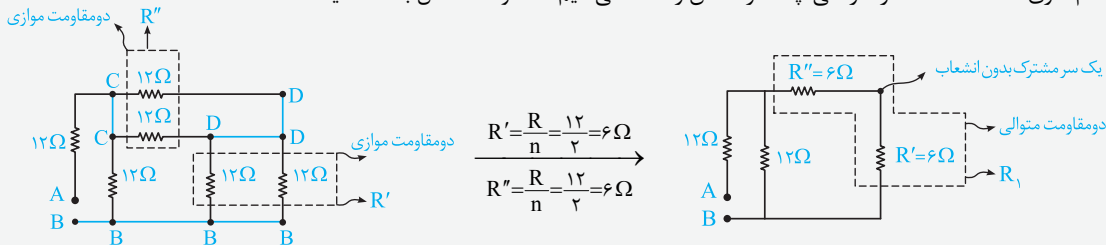
$\Rightarrow R_T = 4 + 10 + 4 = 18 \Omega$ (گزینه ۳)



تمرین ۳ در شکل روبه‌رو، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

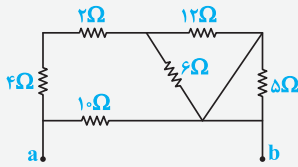
- ۶ (۱)
- ۹ (۲)
- ۲۴ (۴)
- ۱۸ (۳)

پاسخ با تکنیک نام‌گذاری نقاط مختلف مدار، در طی چند مرحله آن را ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل به دست آید:



تذکر همان‌طور که مشاهده کردید، با کمک تکنیک نقطه‌گذاری، مدار نسبتاً سختی را به سادگی بررسی کردیم. در سؤال بعد، بر روی این تکنیک مسلط‌تر

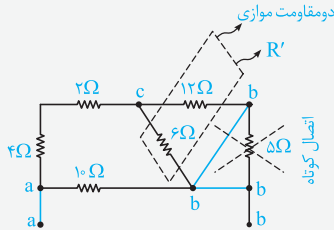
شده و نکته جدیدی را نیز خواهیم دید.



(ریاضی داخل ۸۶)

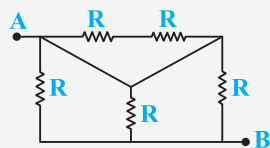
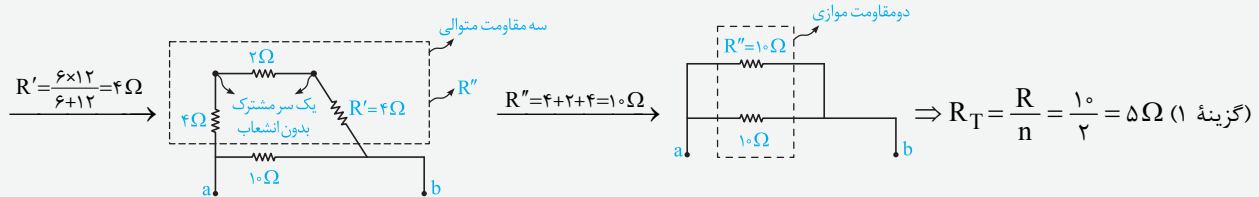
تمرین ۴ مقاومت معادل بین a و b چند اهم است؟

- ۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۲۰ (۴)



پاسخ برای حل، مدار را با تکنیک نام‌گذاری، در طی چند مرحله ساده می‌کنیم:

در تکنیک نام‌گذاری اگر دو سر یک مقاومت هم‌نام شود، آن مقاومت اتصال کوتاه می‌شود، بنابراین مقاومت ۵ Ohm از مدار حذف می‌گردد.



تمرین ۵ در شکل مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر ۳ اهم می‌باشد. هر یک از

- ۶ (۲)
- ۳ (۱)
- ۱۲ (۴)
- ۹ (۳)



پاسخ ابتدا مدار را در طی چند مرحله ساده می‌کنیم:

در ادامه با توجه به متن سؤال، مقاومت معادل برابر با ۳ اهم می‌باشد. بنابراین داریم:

$$R_T = R'' = \frac{R}{3} \xrightarrow{R_T = 3\Omega} 3 = \frac{R}{3} \Rightarrow R = 9\Omega \text{ (گزینه ۳)}$$

مدار را در طی چند مرحله ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل مدار به دست آید:

مقاومت معادل برابر است با:

ابتدا مقاومت معادل را به صورت پارامتری محاسبه می‌کنیم: **۲ ۱۷۸۷**

با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۵)، گزینه (۳) صحیح است.

۳ ۱۷۸۸

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: **۱ ۱۷۸۹**

در ادامه با توجه به متن سؤال، مقاومت معادل را برابر با R_1 قرار می‌دهیم:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \xrightarrow{R_T = R_1} R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \Rightarrow R_3 = R_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_3 = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}$$

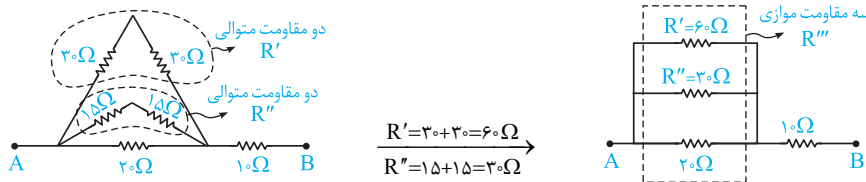
با توجه به شکل زیر، با بسته شدن کلید K، مقاومت ۳ اهمی اتصال کوتاه می‌شود، زیرا دو سر آن هم‌نام شده است. حال برای محاسبه مقاومت معادل بین دو نقطه A و B مدار را ساده‌تر می‌کنیم:

تذکر

با کمی دقت در شکل دوم رسم شده در پاسخ سؤال نیز می توان فهمید که سه مقاومت باقی مانده با هم موازی هستند (هر سه مقاومت بین دو نقطه A و B قرار دارند). بنابراین به عنوان یک روش دیگر می توان نوشت:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2+1+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow R_T = \frac{3}{2} \Omega$$

مقاومت معادل مدار را در دو حالت قبل و بعد از بسته شدن کلید بدست می آوریم: **۱۱۷۹۱**

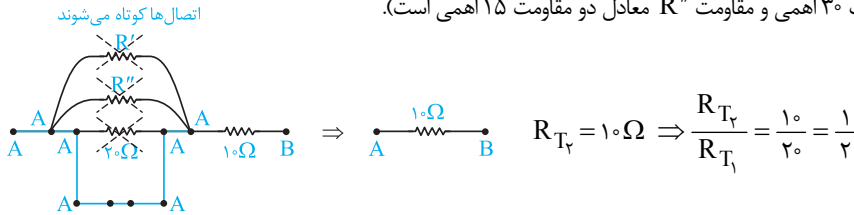


حالت اول: (قبل از بسته شدن کلید):

$$\frac{1}{R'''} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{1+2+3}{60} = \frac{1}{10} \Rightarrow R''' = 10 \Omega$$

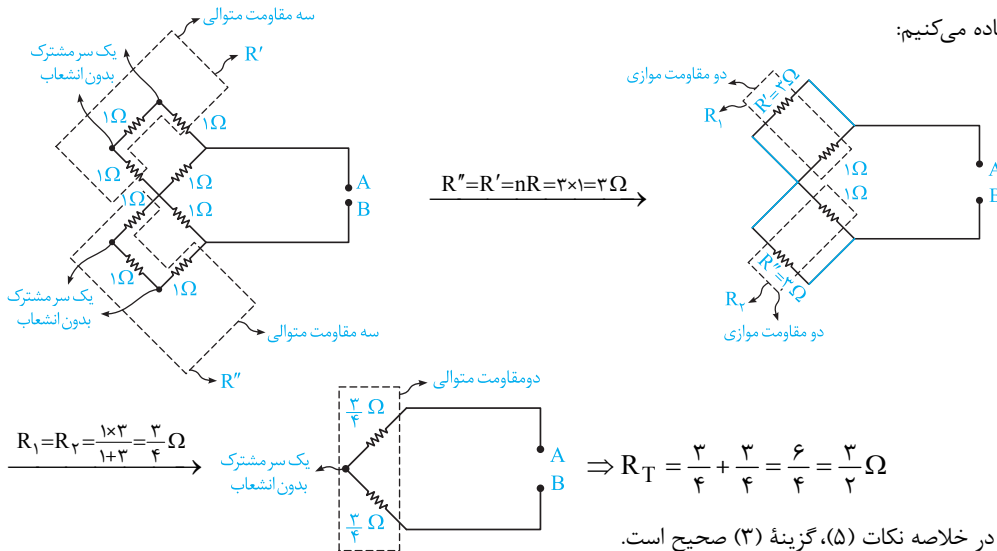
$$R_{T1} = 10 + 10 = 20 \Omega$$

حالت دوم: (بعد از بسته شدن کلید): با بستن کلید K، دو سر مقاومت ۲ اهمی و مقاومت های R' و R'' نشان داده شده در شکل فوق، اتصال کوتاه می شوند، چون دو سر آن ها هم نام شده است (مقاومت R' معادل دو مقاومت ۳ اهمی و مقاومت R'' معادل دو مقاومت ۱۵ اهمی است).



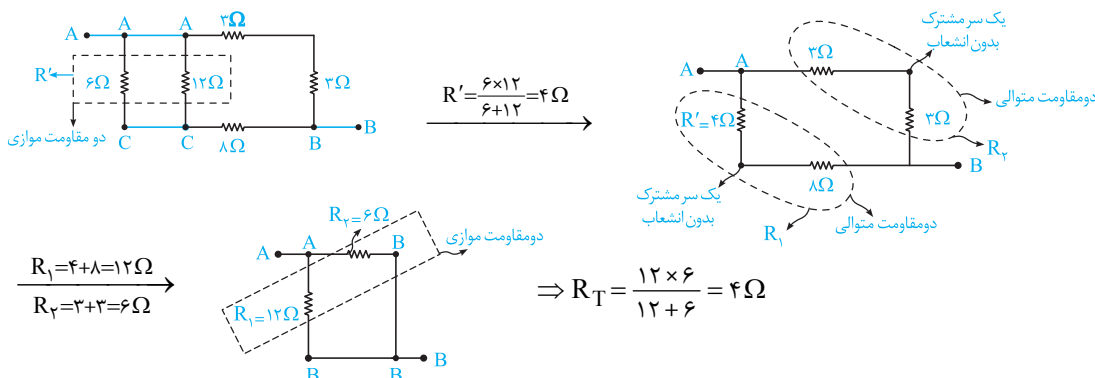
$$R_{T2} = 10 \Omega \Rightarrow \frac{R_{T2}}{R_{T1}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

مدار را به شکل زیر ساده می کنیم: **۳۱۷۹۲**



با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۵)، گزینه (۳) صحیح است. **۳۱۷۹۳**

مدار را با تکنیک نام گذاری، در طی چند مرحله ساده می کنیم: **۲۱۷۹۴**



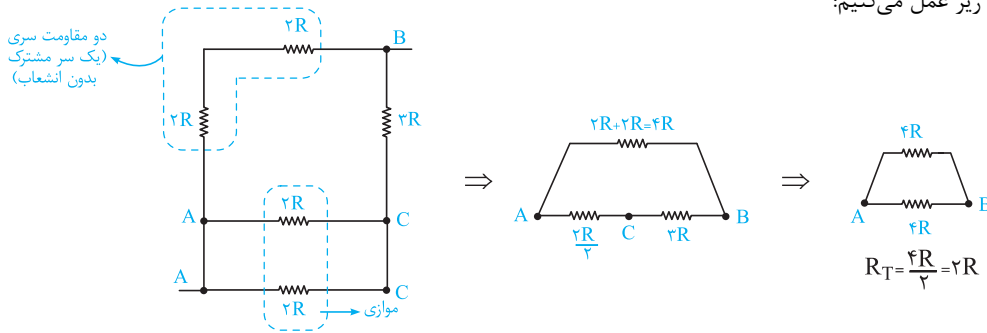
$$R_1 = 4 + 8 = 12 \Omega$$

$$R_2 = 3 + 3 = 6 \Omega$$

$$\Rightarrow R_T = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$



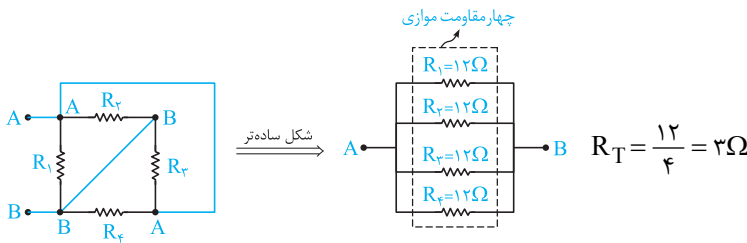
۳ ۱۷۹۵ به صورت زیر عمل می‌کنیم:



۱ ۱۷۹۶ با توجه به تمرین (۴) در خلاصه نکات (۵)، گزینه (۱) صحیح است.

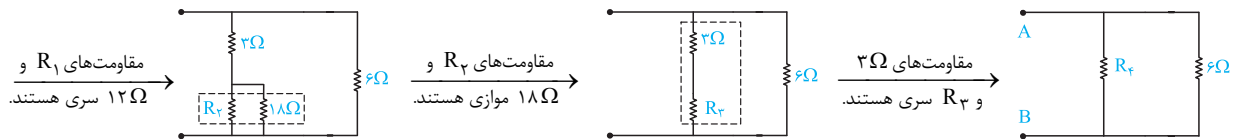
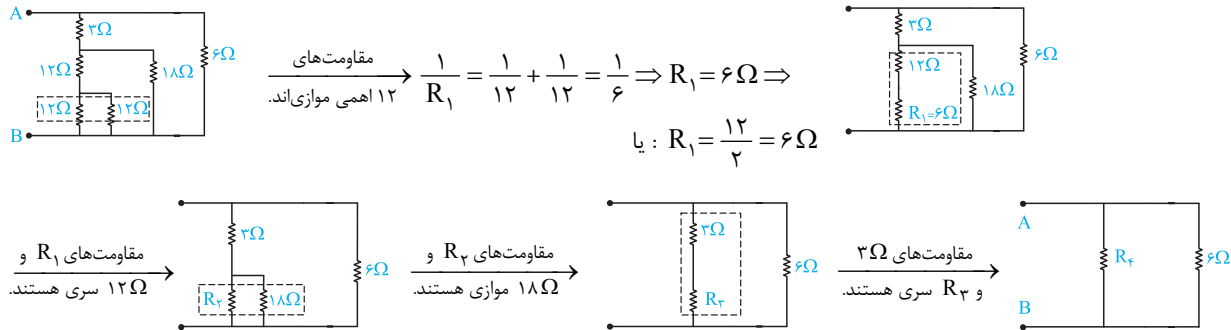
۲ ۱۷۹۷ این سؤال، مدار جالبی دارد و مکمل بسیار خوبی برای سؤال قبل محسوب می‌شود. با توجه به تکنیک نام‌گذاری نقاط، مشاهده می‌کنیم که دو

سر هر کدام از این مقاومت‌های ۱۲ اهمی به دو نقطه A و B متصل است. بنابراین هر ۴ مقاومت با یکدیگر موازی هستند.



۱ ۱۷۹۸ مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: (کلید K باز است): در این حالت مدار به شکل زیر خواهد بود:



با توجه به مدار معادل به دست آمده، همان‌طور که واضح است، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_T = 4\Omega$$

حالت دوم: (کلید K بسته است): در این حالت، با توجه به مدار زیر، دو سر مقاومت ۳ اهمی با یک سیم به یکدیگر متصل شده‌اند. بنابراین این مقاومت

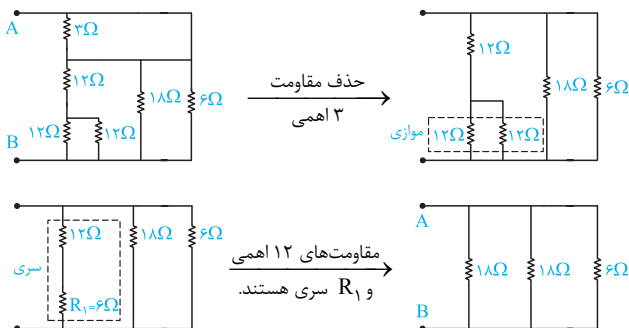
اتصال کوتاه می‌شود:

اکنون با توجه به مدار مقابل، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

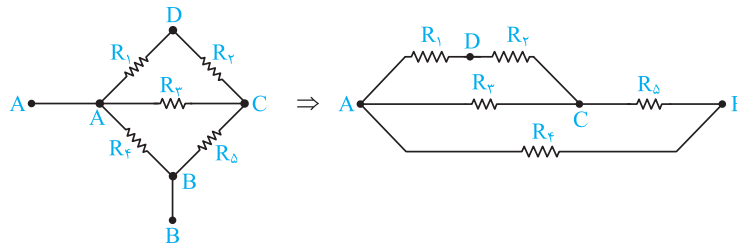
$$\frac{1}{R'_T} = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{1+1+3}{18} = \frac{5}{18} \Rightarrow R'_T = 3\frac{6}{5}\Omega$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقاومت معادل با بسته شدن کلید K به اندازه ۰/۴ اهم تغییر کرده است:

$$\Delta R_T = |R_T - R'_T| = |4 - 3\frac{6}{5}| = 0\frac{4}{5}\Omega$$



۳۱۷۹۹ شکل معادل این مدار با کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط مدار، به صورت نشان داده شده است:

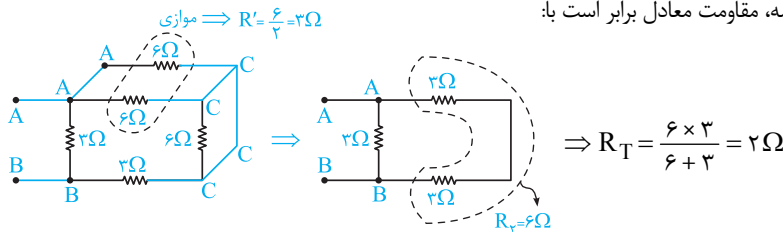


در این شکل R_1 با R_2 متوالی بسته شده، حاصل این دو مقاومت با R_3 موازی است. حاصل سه مقاومت R_1, R_2, R_3 با R_4 متوالی است و حاصل همه مقاومت‌ها با R_6 موازی است:

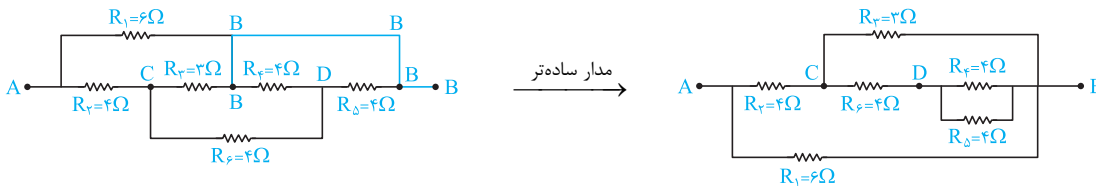
$$R_{1,2} = (5 + 5)\Omega = 10\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{10 \times 5}{10 + 5}\Omega = \frac{10}{3}\Omega \Rightarrow R_{1,2,3,4} = \left(\frac{10}{3} + 5\right)\Omega = \frac{25}{3}\Omega \Rightarrow R_T = \frac{\frac{25}{3} \times 5}{\frac{25}{3} + 5}\Omega = \frac{25}{8}\Omega$$

۲۱۸۰۰ با نام‌گذاری نقاط مدار، مشاهده می‌شود که دو سر مقاومت 6Ω در سمت راست مدار هم‌نام شده (هر دو طرف C نام دارد) و این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد. در ادامه، مقاومت معادل برابر است با:



۲۱۸۰۱ به کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط، مدار به صورت زیر ساده‌تر می‌شود:

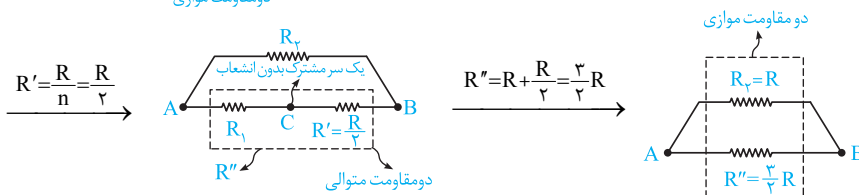


در شکل فوق، مقاومت معادل مدار برابر 3Ω می‌شود (به عنوان تمرین آن را به دست آورید).

۴۱۸۰۲ مدار نسبتاً دشواری است. برای حل، ابتدا مقاومت‌ها را هنگامی که کلید K بسته است شماره‌گذاری کرده و سپس نقاط آن را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم:

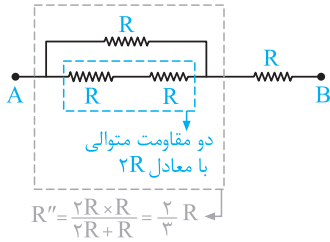
در ادامه سه نقطه A، B و C را به صورت مقابل نشان داده (دو نقطه A و B که مقاومت معادل بین آن‌ها مدنظر است ابتدا و انتها قرار بگیرد) و سایر مقاومت‌ها را بین این سه نقطه ترسیم می‌کنیم. مثلاً در شکل مقابل مشاهده می‌شود که مقاومت R_1 به دو نقطه A و C متصل است و مقاومت R_2 بین دو نقطه A و B قرار دارد و ...

در ادامه مدار را ساده می‌کنیم:



$$R_{T1} = \frac{\frac{3}{2}R \cdot R}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{\frac{3}{2}R^2}{\frac{5}{2}R} = \frac{3}{5}R \quad \begin{matrix} R_{T1} = 9\Omega \\ \text{صورت سوال} \end{matrix} \Rightarrow 9 = \frac{3}{5}R \Rightarrow R = 15\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

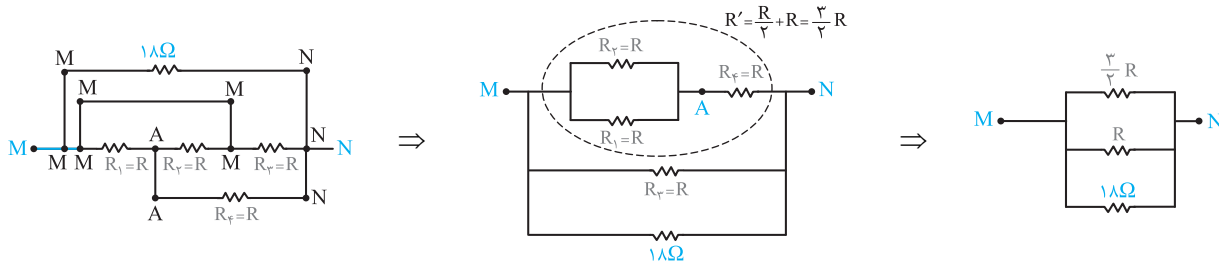


در ادامه با باز شدن کلید K، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

$$R_{T_f} = R'' + R = \frac{2}{3}R \xrightarrow{R=15\Omega} R_{T_f} = 25\Omega$$

مشابه با سؤال قبل، ابتدا به کمک روش نامگذاری نقاط، شکل ساده‌تری برای این مدار رسم می‌کنیم:

۳۱۸۰۳



در ادامه با توجه به این که مقاومت معادل مجموعه برابر $\frac{R}{3}$ است داریم:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{\frac{3}{2}R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{2}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{5}{3R} + \frac{1}{18}$$

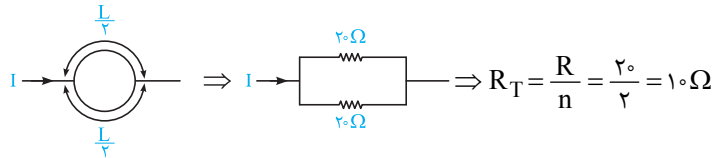
$$\Rightarrow \frac{2}{R} - \frac{5}{3R} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{3R} = \frac{1}{18} \Rightarrow R = 6\Omega$$

فرض می‌کنیم طول سیم برابر L و مقاومت آن ۴۰ اهم است. در ادامه با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، اگر سیم را نصف کنیم، مقاومت آن نیز

۲۱۸۰۴

نصف می‌شود ($\frac{40}{2} = 20\Omega$ = مقاومت نصف سیم).

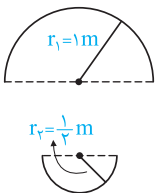
در واقع حلقه زیر از دو سیم به طول $\frac{L}{2}$ تشکیل شده است که با یکدیگر موازی‌اند و می‌توان به جای سیم‌ها مقاومت آن‌ها را قرار دهیم:



با توجه به این که مقاومت هر متر از سیم برابر ۲۰ اهم است، ابتدا مقاومت هریک از چهار تکه سیم را به دست می‌آوریم.

۱۱۸۰۵

برای محاسبه مقاومت سیم‌های نیم‌دایره‌ای شکل، باید نصف محیط دایره را در نظر بگیریم.

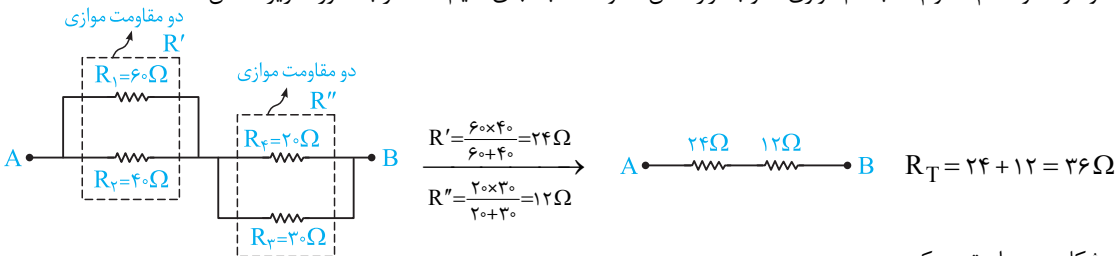


$$R_1 = (\pi r_1) \times 20 = 3 \times 1 \times 20 = 60\Omega, \quad R_2 = 2 \times 20 = 40\Omega$$

$$R_3 = (\pi r_2) \times 20 = 3 \times \frac{1}{2} \times 20 = 30\Omega, \quad R_4 = 1 \times 20 = 20\Omega$$

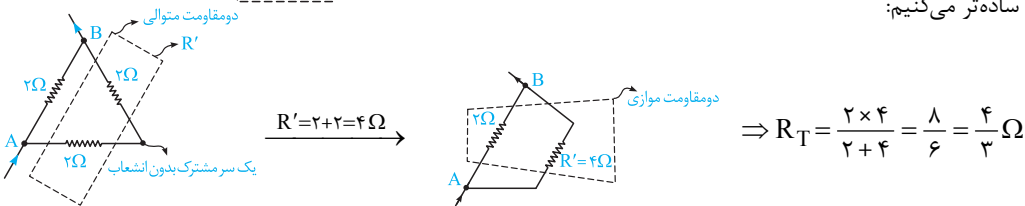
دو مقاومت R_1 و R_2 و دو مقاومت R_3 و R_4 با هم موازی‌اند و با قرار دادن مقاومت‌ها به جای سیم‌ها، مدار به صورت زیر نشان

داده می‌شود:

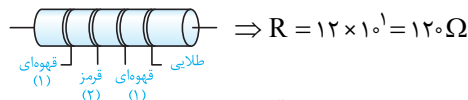
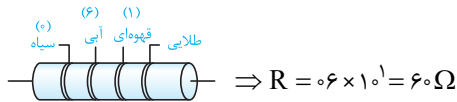


مدار را به شکل زیر ساده‌تر می‌کنیم:

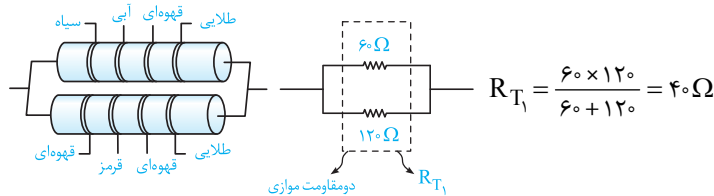
۱۱۸۰۶



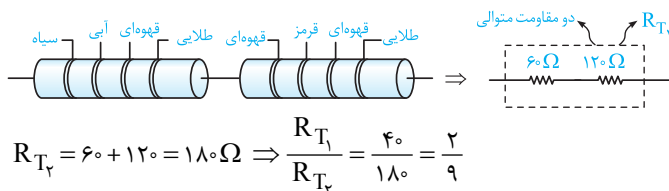
سؤال خوب و جدیدی است که با توجه به تمرین‌های کتاب درسی طرح شده است. با توجه به اعداد داده شده در صورت سؤال، ابتدا اندازه دو مقاومت موجود در دو شکل (۱) و (۲) را محاسبه می‌کنیم ($R = \bar{ab} \times 10^c$):



حال می‌توان مقاومت معادل مدار شکل (۱) را به دست آورد:



مقاومت معادل مدار شکل (۲) برابر است با:



* مقدار مقاومت معادل دو مقاومت اگر به صورت متوالی بسته شوند، بیشتر از حالتی است که به صورت موازی به هم متصل شده باشند، بنابراین دو گزینه (۲) و (۴) نادرست است.

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۸۰۸ تا ۱۸۲۱)

آشنایی با نحوه توزیع جریان در مدارهای الکتریکی

خلاصه نکات

بسیاری از دانش‌آموزان در کنکور از حل سؤالات مدار می‌ترسند و با آن ارتباط خوبی برقرار نمی‌کنند. برای حل سؤالات مدار در کنکور، نیاز به چند مهارت دارید که به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

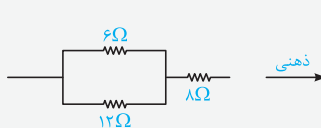
مهارت ۱: باید بتوانید مقاومت معادل در شکل‌های ساده را با تمرین، به صورت ذهنی محاسبه کنید. در انجام این کار، اعداد زیر را زیاد در کنکور مشاهده می‌کنید:

اعداد پرکاربرد $\Rightarrow 3\Omega, 6\Omega \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$

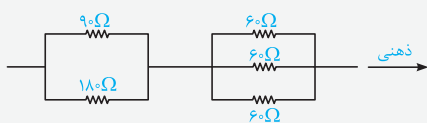
اعداد پرکاربرد $\Rightarrow 6\Omega, 12\Omega \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega$

اعداد پرکاربرد $\Rightarrow 3n, 6n \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = 2n$

(به صورت ذهنی \Leftarrow اگر اندازه یکی از مقاومت‌های موازی ۲ برابر دیگری بود، مقاومت معادل آن برابر است با مقاومت بزرگ‌تر بخش بر ۳).



ذهنی $\left\{ \begin{array}{l} 6\Omega, 12\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} R_1 = 4\Omega \left(\frac{\text{عدد بزرگ}}{3} \right) \\ 8\Omega, R_1 \xrightarrow{\text{متوالی}} R_T = 12\Omega \end{array} \right.$



ذهنی $\left\{ \begin{array}{l} 9\Omega, 18\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} R_1 = 6\Omega \left(\frac{\text{عدد بزرگ}}{3} \right) \\ 6\Omega \text{ سه مقاومت موازی} \xrightarrow{\text{موازی}} R_2 = \frac{R_0}{n} = \frac{6}{3} = 2\Omega \\ R_2, R_1 \xrightarrow{\text{سری}} R_T = 6\Omega + 2\Omega = 8\Omega \end{array} \right.$



مهارت ۲: اگر می‌خواهید در سؤالات این فصل موفق عمل کنید، باید بتوانید بین دو مقاومت موازی به صورت ذهنی جریان را پخش کنید. در این جا می‌خواهیم به شما نشان دهیم که ما معلم‌ها چگونه این عمل را به صورت ذهنی انجام می‌دهیم:

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{یکسان} \\ \downarrow \end{matrix} \quad \text{اتصال موازی: } \mathbf{V_1 = R I}$$

ترجمه عبارت ریاضی: یعنی در شاخه‌های موازی، جریان بیشتر تمایل دارد، از مقاومتی عبور کند که مقدار کم‌تری دارد.

بیان ساده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی

$3x = 6 \Rightarrow x = 2A$
 $I_2 = 2A, I_1 = 4A$

بیان دیگر: $V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$

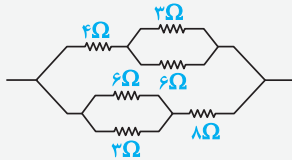
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \xrightarrow{I_2 = x} \frac{I_1}{x} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow I_1 = 2x$$

R_2 می‌گوید \leftarrow مقاومت من بزرگ‌تر است و من جریان کم‌تری را عبور می‌دهم، جریان من را x فرض کنید.

R_1 می‌گوید \leftarrow مقاومت من نصف R_2 است $\left(\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}\right)$ و جریان عبوری از من دو برابر R_2 است، یعنی جریان من را $2x$ فرض کنید.

در ادامه با حل سه مدار، تلاش می‌کنیم نحوه توزیع جریان را با شما مرور کنیم.

تمرین ۱ در شکل روبه‌رو اگر جریانی به شدت 0.4 آمپر از مقاومت 4 اهمی بگذرد، از مقاومت 8 اهمی چند آمپر می‌گذرد؟



- ۰/۸ (۲)
- ۰/۲ (۱)
- ۰/۴۶ (۴)
- ۰/۲۴ (۳)

پاسخ در این گونه از سؤالات، ابتدا مقاومت معادل هر شاخه را به صورت ذهنی محاسبه کرده و در مستطیل آبی‌رنگ سمت چپ می‌نویسیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود این مدار دو شاخه موازی دارد و جریان عبوری از مقاومت 8 اهمی، همان جریان شاخه 2 (I_2) است.

با توجه به مقاومت‌های به دست آمده برای هر شاخه، مقاومت شاخه 2 ، $\frac{10}{6} \Omega$ است $\left(\frac{10}{6} \Omega\right)$ و جریان شاخه 2 ، $\frac{6}{10}$ برابر جریان شاخه 1 است، زیرا:

$$\frac{10}{6} \text{ برابر}$$

$$\text{یکسان} \quad \text{برابر} \quad \mathbf{V = \uparrow R \cdot I \downarrow}$$

بنابراین جریان شاخه 2 برابر است با:

$$I_2 = \frac{6}{10} I_1 \xrightarrow{I_1 = 0.4 A} I_2 = \frac{6}{10} \times 0.4 = 0.24 A \text{ (گزینه ۳)}$$

درک بهتر: همان‌طور که مشاهده می‌کنید، جریان از شاخه با مقاومت بزرگ‌تر، کم‌تر عبور می‌کند (مانند این‌که بگوییم در مقایسه دو مسیر برای رانندگی، اتومبیل‌ها از جاده با پستی بلندی زیاد و نامناسب، کم‌تر عبور می‌کنند).

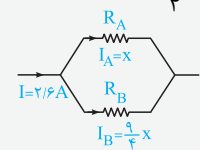
تمرین ۲ قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب 0.2 mm و 0.3 mm است و طول این دو سیم با هم برابر است. این دو سیم به طور موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی بسته شده‌اند و از مجموعه جریان $2/6$ آمپر می‌گذرد. شدت جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟ (تقریبی فاجه ۸۸)

- ۰/۸۰ (۱)
- ۱/۵۶ (۳)
- ۱/۰۴ (۲)
- ۱/۸۰ (۴)

پاسخ ابتدا به مقایسه مقاومت دو سیم A و B می‌پردازیم:

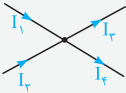
$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi D^2} \xrightarrow{\text{طول یکسان}} \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{0.2}{0.3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

حال اگر دو سیم را به صورت موازی به یکدیگر متصل کرده و جریان $2/6 A$ از مدار بگذرد، داریم:



$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{4}{9} \xrightarrow{I_A = x} I_B = \frac{9}{4} x$$

$$I_A + I_B = 2/6 A \rightarrow x + \frac{9}{4} x = 2/6 A \rightarrow x = 0.18 A \rightarrow I_A = x = 0.18 A \quad \text{(گزینه ۱)}$$



تذکر در هر گره از مدار، جمع جریان‌های ورودی به گره، با جریان‌های خروجی از آن گره برابر است. این قانون ساده،

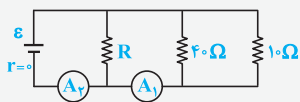
$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

قانون جریان نام دارد.

تمرین ۳ در مدار زیر آمپرسنج‌های A_1 و A_2 به ترتیب عددهای $2/5A$ و $3A$ را نشان می‌دهند. مقاومت معادل مدار چند اهم است؟

(تجربی دافل ۸۸)

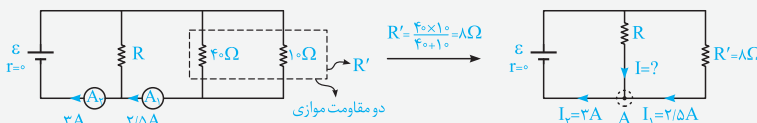
(آمپرسنج‌ها ایده‌آل فرض شوند.)



$$\frac{8}{3} (۴)$$

$$\frac{30}{3} (۳)$$

پاسخ گام اول: ابتدا مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



$$3 = I + 2/5 \Rightarrow I = 0/5 A$$

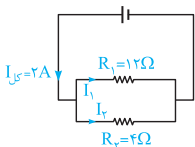
حال با توجه به اعداد آمپرسنج‌ها، با نوشتن قانون جریان در گره A ، جریان عبوری از مقاومت R را به دست می‌آوریم:

گام دوم: با توجه به این‌که جریان I یک پنجم جریان I_1 است، بنابراین مقاومت این شاخه 5 برابر R' است، زیرا داریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{I}{I_1} = \frac{0/5}{2/5} = \frac{1}{4} \Rightarrow R' = 8\Omega \Rightarrow R = 40\Omega \quad (\text{جریان } 5 \text{ برابر و مقاومت } \frac{1}{5} \text{ برابر است.})$$

گام سوم: مقاومت معادل این مدار برابر است با:

$$R_T = \frac{RR'}{R+R'} = \frac{40 \times 8}{40+8} = \frac{20}{3} \Omega \quad (\text{گزینه } ۳)$$



مدار را به شکل مقابل رسم می‌کنیم (مقاومت معادل شاخه بالایی 12Ω و مقاومت معادل شاخه پایینی 4Ω است)، در این سؤال اگر جریان شاخه بالایی را x فرض کنیم، جریان شاخه پایینی برابر با $3x$ است.

تذکر

با توجه به این‌که در اتصال موازی مقاومت‌ها، ولتاژ آن‌ها یکسان است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = 3 I_1$$

به عبارت دیگر در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت رابطه عکس دارد:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow I_2 = 3x$$

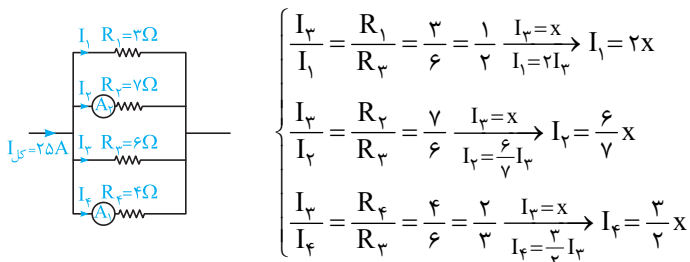
از طرفی مجموع جریان در شاخه‌ها برابر با جریان کل ($I_{\text{کل}}$) است و می‌توان نوشت:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 \Rightarrow 2 = x + 3x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = 3x = 1/2 A$$

با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینه (۳) صحیح است. **۳۱۸۰۹**

این سؤال، مهارت پخش جریان در مقاومت‌های موازی را در شما تقویت می‌کند. با توجه به شکل زیر، اگر جریان I_3 را برابر با x فرض کنیم، جریان شاخه‌های دیگر به شکل زیر به دست می‌آید: **۱۱۸۱۰**

شاخه‌های دیگر به شکل زیر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} \frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_3 = \frac{1}{2} I_1 = \frac{1}{2} \times 25 = 12.5 A \\ \frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{7}{6} \Rightarrow I_2 = \frac{6}{7} I_3 = \frac{6}{7} \times 12.5 = 10.7 A \\ \frac{I_3}{I_4} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_4 = \frac{2}{3} I_3 = \frac{2}{3} \times 12.5 = 8.3 A \end{cases}$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow 25 = 25 + \frac{6}{7}x + x + \frac{2}{3}x \Rightarrow 350 = 75x \Rightarrow x = \frac{14}{3} A$$

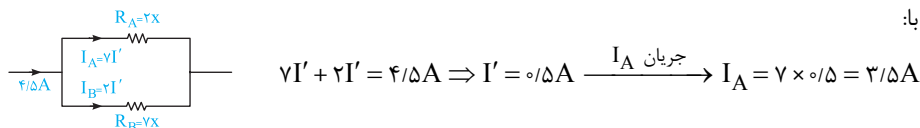
بنابراین اعدادی که آمپرسنج‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهد برابر است با:

$$\begin{cases} \text{عدد آمپرسنج ۱: } I_1 = \frac{3}{2}x \xrightarrow{x=\frac{14}{3}} I_1 = \frac{3}{2} \times \frac{14}{3} = 7A \\ \text{عدد آمپرسنج ۲: } I_2 = \frac{6}{5}x = \frac{6}{5} \times \frac{14}{3} = 4A \end{cases} \Rightarrow I_1 - I_2 = 3A$$

در مقایسه مقاومت دو سیم A و B، با توجه به یکسان بودن طول و سطح مقطع این دو سیم داریم: ۲۱۸۱۱

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1/6 \times 10^{-8}}{5/6 \times 10^{-8}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} \text{مقاومت A} = 2x \\ \text{مقاومت B} = 5x \end{cases}$$

در شکل روبه‌رو شدت جریان I_A برابر است با:



تذکر

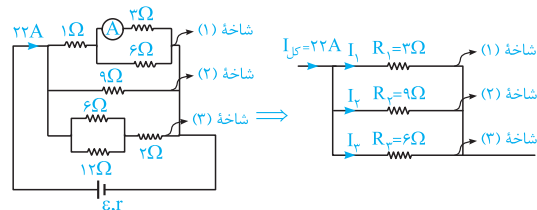
در مقاومت‌های موازی، شدت جریان هر مقاومت با مقاومت آن رابطه عکس دارد، یعنی اگر نسبت مقاومت‌ها ۲ به ۷ است، نسبت شدت جریان‌ها ۷ به ۲ است.

در این سؤال، دو سیم توپر A و B به صورت موازی بوده و داریم: ۱۱۸۱۲

رابطه (I): $\frac{R_B}{R_A} = \frac{I_A}{I_B} = \frac{I}{2I} = \frac{1}{2}$ در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل یکسان است.

حال با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\text{رابطه (I)}} \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{3}{2}$$



گام اول: این مدار از سه شاخه موازی تشکیل شده است، ابتدا

مقاومت معادل هر شاخه را به طور ذهنی به دست آورده و مدار را ساده می‌کنیم:

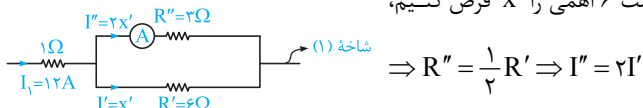
گام دوم: اگر جریان I_1 را X فرض کنیم (بهتر است جریان شاخه‌ای که مقاومت بزرگ‌تری دارد را X فرض کنیم)، جریان بقیه شاخه‌ها به شکل مقابل است:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{9} = \frac{1}{3} \xrightarrow{I_2=x} I_1 = 3x, \quad \frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \xrightarrow{I_3=x} I_1 = 3x$$

گام سوم: مجموع جریان شاخه‌ها برابر با جریان کل است:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_3 \xrightarrow{I_{\text{کل}}=22A, I_1=3x} 22 = 3x + x + \frac{2}{3}x \Rightarrow x = 4A \Rightarrow \text{جریان شاخه (۱): } I_1 = 3x = 12A$$

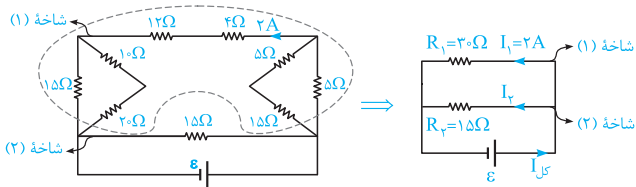
گام چهارم: شاخه (۱) را جداگانه رسم می‌کنیم. در این حالت اگر جریان مقاومت ۶ اهمی را x' فرض کنیم، جریان مقاومت ۳ اهمی برابر $2x'$ است:



$$I_1 = I' + I'' \xrightarrow{I_1=12A, I''=2x'} 12 = x' + 2x' \Rightarrow x' = 4A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج: } I'' = 8A$$

۴۱۸۱۴ این مدار از دو شاخه موازی تشکیل شده است، ابتدا مقاومت

معادل هر شاخه را به دست آورده و مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:



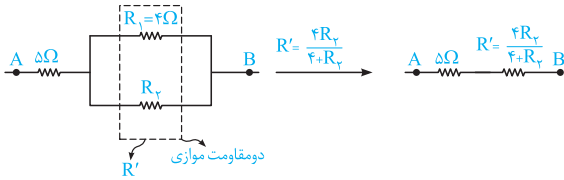
از طرفی دقت کنیم که جریان شاخه (۱) برابر جریان عبوری از مقاومت ۴ اهمی است و داریم:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \xrightarrow{I_1=2A} I_2 = 2 \times 2 = 4A$$

در ادامه می‌توان گفت مجموع جریان شاخه‌ها، برابر با جریانی است که از مولد می‌گذرد:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 \quad \begin{matrix} I_1 = 2A \\ I_2 = 4A \end{matrix} \rightarrow I_{\text{کل}} = 2 + 4 = 6A$$

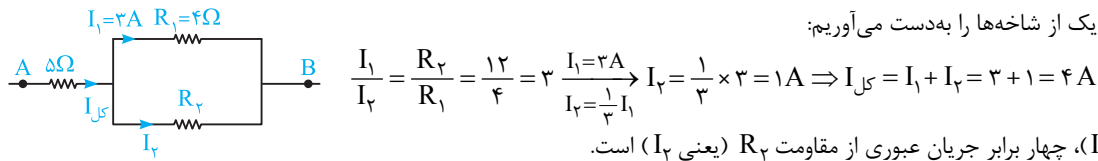
* اگر مهارت‌های مقاومت معادل‌گیری را خوب یاد گرفته باشید، به سادگی می‌توانید مقاومت شاخه بالایی را حساب کنید. به‌عنوان تمرین، نشان دهید که مقاومت معادل شاخه بالایی 30Ω است.



۲۱۸۱۵ **گام اول:** ابتدا با ساده‌کردن مدار، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را به‌دست می‌آوریم:

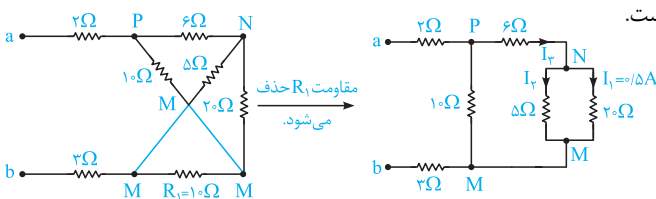
صورت سؤال $R_p = 12\Omega$ \rightarrow $R_{AB} = 5 + \frac{4R_p}{4 + R_p}$ $\xrightarrow{R_{AB} = 8\Omega}$ مقاومت معادل بین A و B

گام دوم: جریان در هر یک از شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم:



بنابراین جریان کل ($I_{\text{کل}}$)، چهار برابر جریان عبوری از مقاومت R_p (یعنی I_p) است.

کمی ذهنی عمل می‌کنیم: مقاومت R_p ، برابر R_1 است و جریان در آن برابر I_1 است، یعنی $I_p = 1A$.

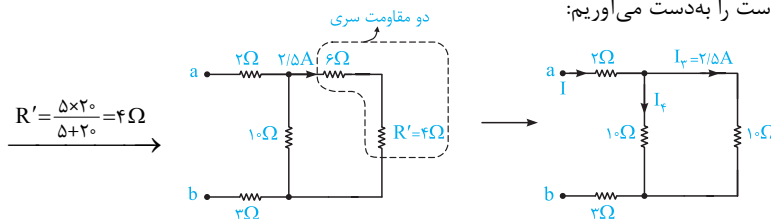


۳۱۸۱۶ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۶)، گزینه (۳) صحیح است.

۴۱۸۱۷ در شکل مقابل، دو سر مقاومت 10Ω اهمی پایینی اتصال کوتاه شده (دو سر آن هم‌نام شده است) و این مقاومت از مدار حذف می‌شود. از طرفی مقاومت‌های 5Ω و 20Ω اهمی با هم موازی‌اند و مدار ساده شده به‌صورت مقابل است:

با توجه به موازی بودن مقاومت‌های 5Ω و 20Ω ، شدت جریان مقاومت 5Ω ، برابر مقاومت 20Ω اهمی بوده و برابر $2A$ می‌باشد (چرا؟) و در نتیجه جریان عبوری از کل شاخه سمت راست برابر $I_3 = I_1 + I_2 = 2/5A$ می‌باشد.

حال مقاومت معادل شاخه سمت راست را به‌دست می‌آوریم:



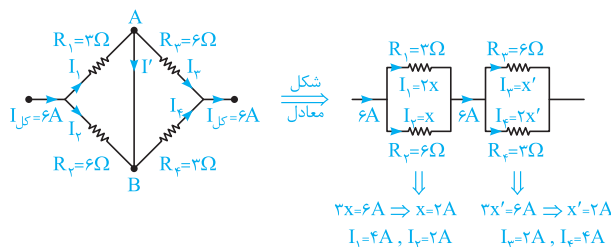
دو مقاومت 10Ω اهمی در شکل جدید با هم موازی‌اند و چون اندازه آن‌ها با هم برابر است، $I_4 = 2/5A$ است. بنابراین جریان کل عبوری از مقاومت 2Ω اهمی برابر $I = I_3 + I_4 = 5A$ است.

۳۱۸۱۸ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

توجه

با توجه به این‌که مقاومت آمپرسنج ایده‌آل صفر است، می‌توان آن را از مدار حذف کرد و به‌جای آن یک سیم بدون مقاومت قرار داد.

ابتدا سعی می‌کنیم شکل را کمی ساده‌تر کنیم و جریان مقاومت‌ها را به‌دست آوریم. با توجه به شکل معادل اگر جریان I_p را x فرض کنیم، جریان I_1 برابر با $2x$ است (زیرا مقاومت R_1 ، نصف مقاومت R_p بوده و جریان آن دو برابر است). مشابه با همین رویکرد در مورد I_4 و I_3 نیز انجام می‌دهیم:



تذکر

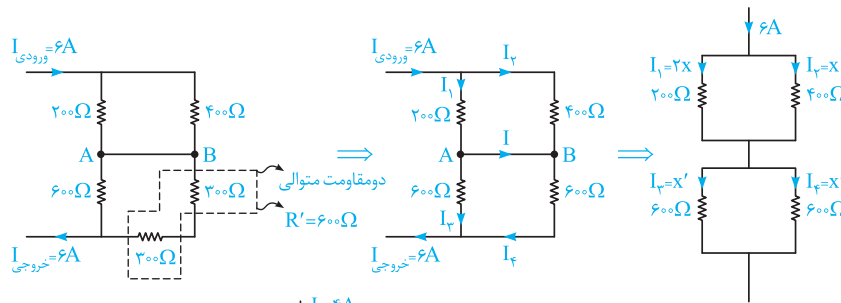
امیدواریم که بعد از حل ده‌ها تست متوالی در زمینه پخش جریان در مقاومت‌های موازی، شما نیز این روند را به صورت ذهنی انجام دهید. مجدداً تأکید می‌کنیم که یکی از رمزهای موفقیت در این فصل، ذهنی انجام دادن پخش جریان در مقاومت‌های موازی است.

پس از محاسبه I_1 و I_3 ، برای گره A در شکل سمت چپ، قانون چپ، قانون جریانی را می‌نویسیم:

$$\text{(عدد آمپرسنج)} \Rightarrow I_1 = I' + I_3 \quad \frac{I_1 = 4A}{I_3 = 2A} \Rightarrow 4 = I' + 2 \Rightarrow I' = 2A$$

بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج $2A$ است و از نقطه A به سمت نقطه B می‌باشد.

دقیقاً مشابه با سؤال قبل عمل می‌کنیم: **۲۱۸۱۹**



$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 6A \Rightarrow x = 2A \Rightarrow I_1 = 2x = 4A \\ 2x' = 6A \Rightarrow x' = 3A \Rightarrow I_3 = x' = 3A \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} I_1 = 4A \\ I_3 = 3A \end{matrix} \Rightarrow I_{AB} = 4 - 3 = 1A$$

مشابه با دو سؤال قبل، به سادگی می‌توان نشان داد که عدد آمپرسنج برابر صفر است. **۱۱۸۲۰**

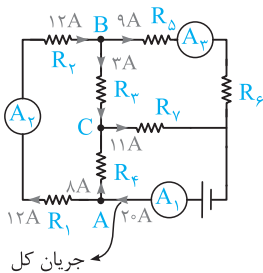
با توجه به شکل و اطلاعات داده شده در صورت سؤال، از گره A جریان مقاومت R_4 ، از گره B جریان مقاومت R_3 و در نهایت از گره C جریان مقاومت R_7 به دست می‌آید: **۴۱۸۲۱**

تذکر ۱: جریان عبوری از باتری از قطب مثبت آن خارج می‌شود.

تذکر ۲: جریان مقاومت R_1 در A به سمت چپ است، زیرا جریان کل در گره A توزیع شده است.

تذکر ۳: جریان مقاومت R_5 در B لزوماً به سمت راست است، زیرا اگر به سمت چپ فرض شود، جریان مقاومت R_3 بزرگ‌تر از کل جریان باتری می‌شود که فرضی نادرست است.

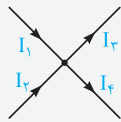
برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: **۳۱۸۲۲**



خلاصه نکات | آشنایی با تکنیک پتانسیل‌نویسی بین نقاط مختلف یک مدار و کاربردهای آن (تست‌های ۱۸۲۲ تا ۱۸۴۱)

در خلاصه نکات قبل، شما را با نحوه پخش جریان بین مقاومت‌های یک مدار آشنا کردیم. در این خلاصه نکات به بررسی سؤالاتی خواهیم پرداخت که علاوه بر پخش جریان، نیاز به نوشتن عملیات پتانسیل‌نویسی بین نقاط مختلف مدار را دارد. نکته مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که هنگام عبور از مقاومت R و در جهت جریان، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI کاهش می‌یابد و بالعکس. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

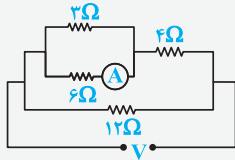
$V_A - RI = V_B$ در جهت جریان از R عبور کردیم.	$V_A + RI = V_B$ در خلاف جهت جریان از R عبور کردیم.	$V_A - R_1 I_1 + R_2 I_2 = V_B$ در خلاف جهت جریان از R_2 عبور کردیم. در جهت جریان از R_1 عبور کردیم.



تذکر در هر گره از مدار، جمع جریان‌های ورودی به گره، با جریان‌های خروجی از آن گره برابر است. این قانون ساده، **قانون جریان** نام دارد.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

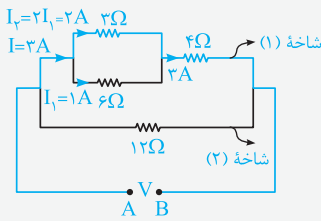
در ادامه با حل چند تمرین، مفاهیم مطرح شده را بیشتر بررسی می‌کنیم:



تمرین ۱ در شکل روبه‌رو، آمپرسنج عبور جریان یک آمپر را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر مدار (V) چند ولت است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۶ (۲) | ۱۴ (۱) |
| ۲۱ (۴) | ۱۸ (۳) |

پاسخ این سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:

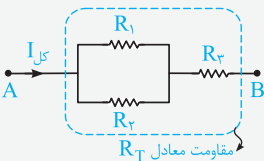


روش اول: با توجه به این‌که مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با یک‌دیگر موازی‌اند، جریان I_3 دو برابر جریان I_1 است (چرا؟) و جریان در کل شاخه بالایی ۳ A است. در ادامه با حرکت از A تا B در مسیر آبی شده، به سادگی $V_A - V_B$ (ولتاژ دو سر مدار) به دست می‌آید:

$$V_A - 3 \times 2 - 4 \times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 18 \text{ V} \quad (\text{گزینه ۳})$$

یا (6×3)

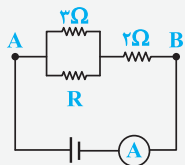
روش دوم: مقاومت معادل شاخه بالایی برابر $R_T = 6 \Omega$ می‌باشد (چرا؟) و جریان کل عبوری از شاخه بالایی برابر $I_{\text{کل}} = 3 \text{ A}$ است. از طرفی ولتاژ دو سر این شاخه برابر V_{AB} می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:



بررسی یک ایده کاربردی: ایده جالبی که به‌عنوان یک روش دیگر برای پاسخ دادن به سؤالات این قسمت می‌تواند استفاده شود، از قانون اهم به دست می‌آید. به‌طور مثال در مدار مقابل می‌توان نوشت:

$$R_T = \frac{V_{AB}}{I_{\text{کل}}}$$

کاربرد این ایده را در تمرین بعد خواهید دید.



تمرین ۲ در شکل مقابل آمپرسنج ۳ آمپر را نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر ۱۲ ولت باشد، مقاومت R چند اهم است؟

(ریاضی فارغ ۸۶)

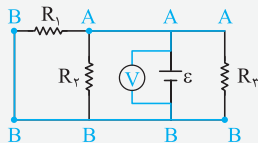
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | ۶ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

پاسخ ابتدا مقاومت معادل مدار را از رابطه $V = RI$ به دست می‌آوریم:

$$V_{AB} = R_T I_{\text{کل}} \xrightarrow{I_{\text{کل}}=3 \text{ A}} \xrightarrow{V_{AB}=12 \text{ V}} 12 = R_T \times 3 \Rightarrow R_T = 4 \Omega$$

$$R_T = \frac{3R}{3+R} + 2 \xrightarrow{R_T=4 \Omega} 4 = \frac{3R}{3+R} + 2 \Rightarrow R = 6 \Omega \quad (\text{گزینه ۱})$$

در ادامه می‌خواهیم به شما دو ایده جالب در برخورد با دو نوع از سؤالات را آموزش دهیم:

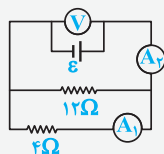


ایده ۱: اگر در مداری ولت‌سنج به دو سر مقاومت‌ها متصل شده باشد، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. تشخیص این موضوع گاهی اوقات شاید مشکل به نظر برسد، ولی اگر از دو سر ولت‌سنج، سیم‌های رسم شده مستقیماً به دو سر مقاومت‌ها متصل شده باشد، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل آن‌ها را نشان خواهد داد. به‌طور مثال در شکل مقابل ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را نشان می‌دهد.

برای درک بهتر ایده فوق، به تمرین زیر توجه کنید:

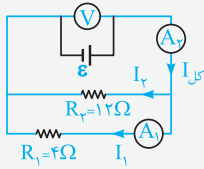
تمرین ۳ در مدار شکل روبه‌رو اگر ولت‌سنج ۱۲ ولت و آمپرسنج‌های A_1 و A_2 به ترتیب از راست به چپ چند آمپر را نشان می‌دهند؟

- | | |
|-----------|-----------|
| ۱ و ۲ (۲) | ۲ و ۱ (۱) |
| ۳ و ۴ (۴) | ۴ و ۳ (۳) |





پاسخ با توجه به شکل زیر و سیم‌های آبی شده که مستقیماً از دو سر ولت‌سنج به دو سر مقاومت‌ها می‌رسد، ولت‌سنج به دو سر مقاومت‌های R_1 و R_3 متصل است، بنابراین می‌توان جریان‌های عبوری از آن‌ها را به کمک رابطه $V = RI$ ، به صورت جداگانه محاسبه کرد:



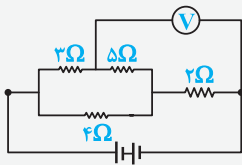
$$\begin{cases} V = R_1 I_1 \quad \frac{V=12V}{R_1=4\Omega} \rightarrow 12 = 4 I_1 \Rightarrow I_1 = 3 A \text{ (عدد آمپرسنج ۱)} \\ V = R_3 I_3 \quad \frac{V=12V}{R_3=4\Omega} \rightarrow 12 = 4 I_3 \Rightarrow I_3 = 3 A \end{cases}$$

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_3 \quad \frac{I_1=3A}{I_3=3A} \rightarrow I_{\text{کل}} = 3 + 3 = 6 A \text{ (عدد آمپرسنج ۲)}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

ایده ۲: هرگاه اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه دلخواه از یک مدار را بخواهیم محاسبه کنیم، از یکی از آن نقاط حرکت کرده و با نوشتن قانون پتانسیل نویسی به نقطه دوم می‌رسیم. برای درک بهتر این ایده به تمرین زیر توجه کنید.

تمرین ۴: در شکل روبه‌رو، اگر از مقاومت 2Ω شدت جریان $1/5$ آمپر عبور کند، ولت‌سنج عدد چند ولت را نشان می‌دهد؟ (M.K.A)

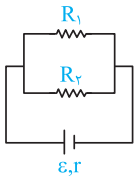


۲۷ (۱)	۱۲ (۲)
۱۶/۵ (۳)	۱۸/۵ (۴)

پاسخ به شکل مقابل توجه کنید. دو سر ولت‌سنج مورد نظر صورت سؤال، به دو نقطه M و N متصل می‌باشد (دقت شود که چون از ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند، گویی در مدار حضور ندارد). از طرفی جریان در شاخه پایینی، ۲ برابر شاخه بالایی است (چرا؟) زیرا مقاومت شاخه پایینی نصف شاخه بالایی است) و جریان کل برابر $4/5 A$ است. در ادامه با حرکت از نقطه M تا نقطه N داریم:

$$V_M - 5 \times 1/5 - 2 \times 4/5 = V_N \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج: } V_M - V_N = 16/5 V \text{ (گزینه ۳)}$$

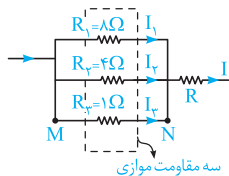
با توجه به ایده‌آل بودن ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها، شکل ساده‌تر مدار به صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است اختلاف پتانسیل دو مقاومت یکسان و برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری می‌باشد (دو مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی هستند).

از طرفی طبق پخش جریان بین مقاومت‌های موازی، می‌دانیم که جریان در مقاومت‌های موازی با مقدار مقاومت رابطه عکس دارد. بنابراین شدت جریان در مقاومت R_1 بیشتر است، چون $R_1 < R_2$ می‌باشد. پس آمپرسنج A_1 مقدار جریان بیشتری را نشان می‌دهد.

ابتدا مقاومت معادل سمت چپ مدار را به دست می‌آوریم: **۲ ۱۸۲۳**



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} \Rightarrow R_T' = \frac{8}{11} \Omega$$

در ادامه با توجه به رابطه $V = RI$ ، جریان I را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{MN} = R_T' I \quad \frac{V_{MN}=4V}{R_T'=\frac{8}{11}\Omega} \rightarrow 4 = \frac{8}{11} \times I \Rightarrow I = \frac{11}{2} = 5/5 A$$

ولتاژ دو سر مقاومت معادل سه مقاومت موازی در بالا، همان V_{MN} می‌باشد (چرا؟).

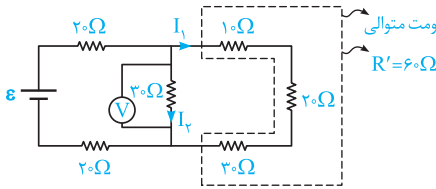
$$I_1 = \frac{V_{MN}}{R_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} A, \quad I_2 = \frac{V_{MN}}{R_2} = \frac{4}{4} = 1 A, \quad I_3 = \frac{V_{MN}}{R_3} = \frac{4}{1} = 4 A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 5/5 A$$

خلاصه
حرف‌های

۱۱۸۲۴ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم، با توجه به این‌که ولت‌سنج ۱۲ ولت را نشان می‌دهد و با استفاده

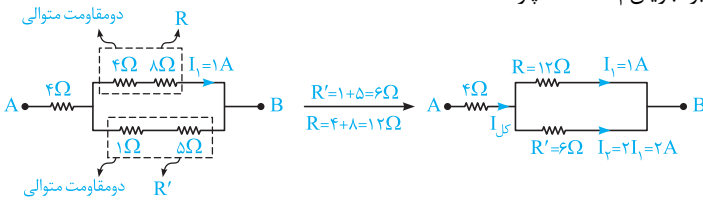
از رابطه $V = RI$ ، جریان I_p را محاسبه می‌کنیم:



$$V = RI_p \Rightarrow V = 12, R = 30 \Rightarrow 12 = 30 I_p \Rightarrow I_p = \frac{12}{30} = \frac{4}{10} \text{ A}$$

$$\frac{I_1}{I_p} = \frac{30}{60} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_p \xrightarrow{I_p = 0.4 \text{ A}} I_1 = \frac{1}{2} \times 0.4 = 0.2 \text{ A}$$

۲۱۸۲۵ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم، توجه شود که جریان I_p ، ۲ برابر جریان I_1 است (چرا؟):



$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_p \quad \begin{matrix} I_1 = 1 \text{ A} \\ I_p = 2 \text{ A} \end{matrix} \Rightarrow I_{\text{کل}} = 1 + 2 = 3 \text{ A}$$

$$R_T = 4 + \frac{12 \times 6}{12 + 6} \Rightarrow R_T = 4 + 4 = 8 \Omega$$

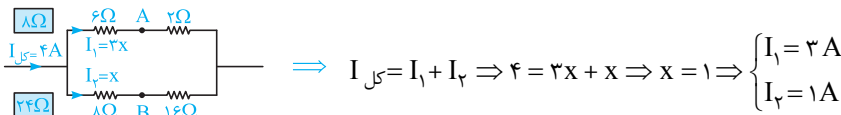
$$\Rightarrow V_{AB} = R_T I_{\text{کل}} = 24 \text{ V}$$

نگاه دیگر: برای محاسبه $V_A - V_B$ (اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B)، از نقطه A حرکت کرده و به سمت نقطه B می‌رویم (از مسیر مقاومت 4Ω و 12Ω عبور کرده‌ایم):

$$V_A - 4I_{\text{کل}} - 12I_1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 4 \times 3 + 12 \times 1 = 24 \text{ V}$$

۳۱۸۲۶ مقاومت معادل شاخه بالا 8Ω و مقاومت معادل شاخه پایین 24Ω است، بنابراین مقاومت شاخه بالا $\frac{1}{3}$ برابر شاخه پایین است و جریان در

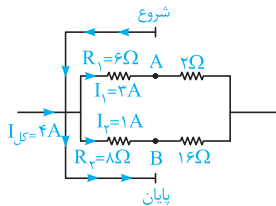
شاخه بالا، ۳ برابر شاخه پایین است:



$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 \Rightarrow 4 = 3x + x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 3 \text{ A} \\ I_2 = 1 \text{ A} \end{cases}$$

در ادامه از نقطه A شروع به حرکت کرده و رابطه بین اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم تا به نقطه B برسیم:

(در خلاف جهت جریان از R_1 عبور کردیم و در جهت جریان از R_2 عبور کردیم.)



$$V_A + R_1 I_1 - R_2 I_2 = V_B \Rightarrow V_A + 6 \times 3 - 8 \times 1 = V_B$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = 10 \text{ V} \quad (\text{اختلاف پتانسیل بین A و B})$$

* به نظر شما چه طور می‌توان از همان ابتدا مشخص کرد که پتانسیل نقطه A بیشتر است یا B؟

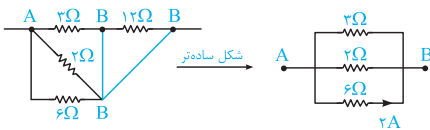
۲۱۸۲۷ به دلیل هم‌نام شدن دو سر مقاومت 12Ω ، این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف

می‌شود. حال سه مقاومت 2Ω ، 3Ω و 6Ω با یک‌دیگر موازی‌اند و با رسم یک شکل ساده‌تر، داریم:

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω اهمی می‌باشد.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{AB} = RI = 6 \times 2 = 12 \text{ V}$$



۲۱۸۲۸ اگر جریان یکی از مقاومت‌های بین C و D را I فرض کنیم، جریان دیگری نیز برابر I است و جریان

شاخه بالایی برابر ۲I است. برای حل یک بار از A تا B و یک بار از C تا D حرکت می‌کنیم:

$$D \text{ تا } C \Rightarrow V_C - RI = V_D \Rightarrow V_C - V_D = RI = V$$

$$B \text{ تا } A \Rightarrow V_A - R \times 2I - R \times I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 3RI = 3V$$

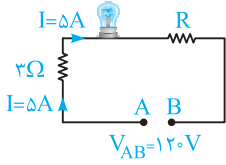
دقت: نقاط B و D هم‌پتانسیل‌اند یعنی $V_B = V_D$.

۳۱۸۲۹ با توجه به تمرین (۴) در خلاصه نکات (۷)، گزینه (۳) صحیح است.



۴۱۸۳۰

با توجه به شکل روبه‌رو، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر است با:



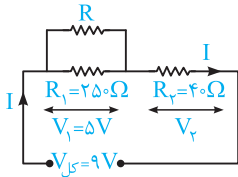
$$V_A - 3 \times I - R_{\text{لامپ}} \times I - RI = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 3I + R_{\text{لامپ}} I + RI$$

ولتاژ دو سر لامپ = ۸۰ ولت

$$\Rightarrow 120 = 3 \times 5 + 80 + R \times 5 \Rightarrow R = 5 \Omega$$

۴۱۸۳۱

گام اول: ابتدا ولتاژ مقاومت ۴۰ اهمی و جریان در مدار را به دست می‌آوریم:



$$V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 \quad \frac{V_{\text{کل}} = 9V}{V_1 = 5V} \rightarrow 9 = 5 + V_2 \Rightarrow V_2 = 4V \Rightarrow I = \frac{V_2}{R_2} = \frac{4}{40} = 0.1A$$

گام دوم: چون دو مقاومت R و ۲۵Ω با هم موازی هستند، بنابراین ولتاژ آن‌ها یکسان است. بنابراین جریان مقاومت ۲۵Ω برابر $I_1 = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} A$ می‌باشد.

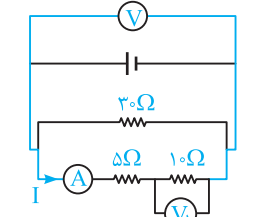
$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{5} + I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{10} A = 0.1A$$

گام سوم: بنابراین با توجه به روابط زیر، تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت R در مدت یک ثانیه برابر است با:

$$q = ne = It \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{0.1 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.25 \times 10^{17}$$

۴۱۸۳۲

مقاومت معادل ۵Ω و ۱۰Ω برابر ۱۵Ω است. در ادامه با توجه به شکل مقابل و با توجه به سیم‌های آبی شده، مشخص می‌شود که ولت‌سنج به دو سر مقاومت ۱۵ اهمی متصل است و ولتاژ دو سر آن را نشان می‌دهد، بنابراین از رابطه $V = RI$ جریان عبوری از آمپرسنج را محاسبه می‌کنیم:



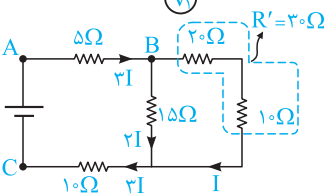
$$V = RI \quad \frac{V = 15V}{R = 15\Omega} \rightarrow 15 = 15I \Rightarrow I = 1A \quad \xrightarrow{\text{عدد ولت‌سنج}} V_1 = 10 \times 1 = 10V$$

۳۱۸۳۳

با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۷)، گزینه (۳) صحیح است.

۴۱۸۳۴

اگر جریان مقاومت $R' = 30\Omega$ را I در نظر بگیریم، جریان گذرنده از مقاومت ۱۵ اهمی، برابر ۲I است (چرا؟). بنابراین جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی پایین، برابر ۳I می‌باشد. حال با پتانسیل‌نویسی از نقطه B تا C می‌توان نوشت:



$$\text{عدد ولت‌سنج} \quad V_B - 15 \times (2I) - 10 \times (3I) = V_C \Rightarrow V_B - V_C = 60I \Rightarrow 60I = 6 \Rightarrow I = \frac{1}{10} A$$

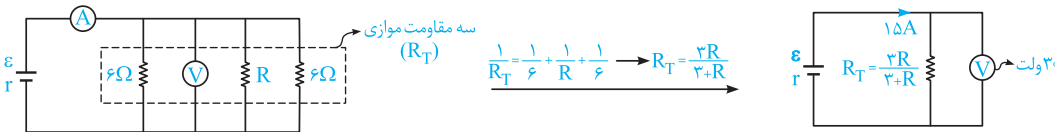
حال با یک پتانسیل‌نویسی از A تا C می‌توان نوشت:

$$V_A - 5 \times (3I) - 15 \times (2I) - 10 \times (3I) = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 75I = 75 \times \frac{1}{10} = 7.5V$$

ولتاژ دو سر مولد

۳۱۸۳۵

ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم (دقت شود که ولت‌سنج نقشی در مدار ندارد):

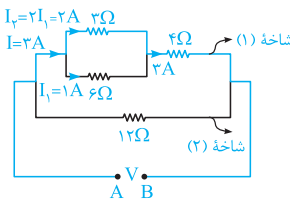


مقاومت R را از رابطه $V = RI$ به دست می‌آوریم:

$$V = R_T I \quad \frac{V = 30V, I = 15A}{R_T = \frac{3R}{3+R}} \rightarrow 30 = \frac{3R}{3+R} \times 15 \Rightarrow R = 6\Omega$$

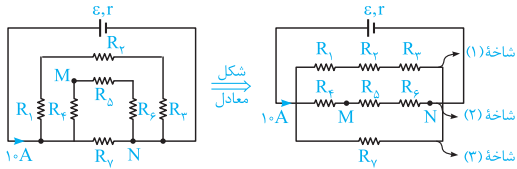
۳۱۸۳۶

با توجه به این‌که مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با یک‌دیگر موازی‌اند، جریان I_2 دو برابر جریان I_1 است (چرا؟) و جریان در کل شاخه بالایی ۳A است. در ادامه با حرکت از A تا B در مسیر آبی شده، به سادگی $V_A - V_B$ (ولتاژ دو سر مدار) به دست می‌آید:

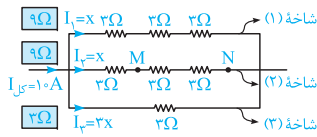


$$V_A - 2 \times 2 - 4 \times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 18V$$

یا (6×1)



۱۱۸۳۷ ابتدا ولت‌سنج را از مدار حذف می‌کنیم و دو سر آن را با نقاط M و N نام‌گذاری می‌کنیم. حال تلاش می‌کنیم شکل ساده‌تری را برای مدار رسم کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر R_5 و R_6 را نشان می‌دهد:

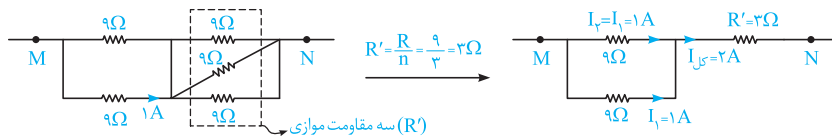


در ادامه با توجه به این‌که مقاومت‌ها مشابه‌اند، مقاومت معادل هر شاخه را در سمت چپ آن در یک مستطیل آبی‌رنگ می‌نویسیم:
اگر جریان I_1 را x فرض کنیم، جریان I_2 نیز برابر با x است و جریان I_3 برابر با $3x$ می‌باشد (در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت رابطه عکس دارد):

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_3 \xrightarrow{I_{\text{کل}} = 1.0 \text{ A}, I_3 = 3x} 1.0 = x + x + 3x \Rightarrow x = 2 \text{ A}$$

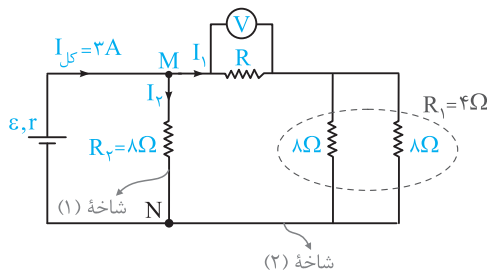
$$N \text{ تا } M \text{ حرکت از } V_M - R_5 I_2 - R_6 I_3 = V_N \xrightarrow{I_2 = x = 2 \text{ A}} V_M - 3 \times 2 - 3 \times 2 = V_N \Rightarrow V_M - V_N = 12 \text{ V}$$

۲۱۸۳۸ ابتدا مدار را کمی ساده‌تر می‌کنیم و سپس با حرکت از M تا N، حاصل $V_M - V_N$ را به دست می‌آوریم:



$$N \text{ تا } M \text{ حرکت از } V_M - 9 I_1 - 3 I_{\text{کل}} = V_N \Rightarrow V_M - V_N = 15 \text{ V}$$

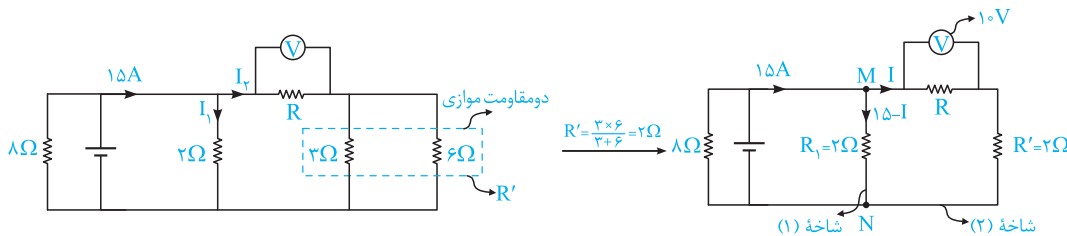
۴۱۸۳۹ اگر جریان عبوری از مقاومت R ، برابر I_1 باشد، جریان عبوری از مقاومت $R_1 = 8 \Omega$ برابر $I_1 = I_{\text{کل}} - I_1 = 3 - I_1$ است. بنابراین برای محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \text{شاخه (۱)} \rightarrow V_{MN} = R_1 I_1 = 8(3 - I_1) \\ \text{شاخه (۲)} \rightarrow V_{MN} = V + R_1 I_1 = 12 + 4 I_1 \end{cases} \Rightarrow 8(3 - I_1) = 12 + 4 I_1 \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

عدد ولت‌سنج: $V = RI \Rightarrow 12 = R \times 1 \Rightarrow R = 12 \Omega$

۱۱۸۴۰ ابتدا مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم. در ادامه مشابه با سؤال قبل اگر جریان مقاومت R و R' را I در نظر بگیریم، جریان مقاومت 2Ω برابر $I - 15$ است:



با توجه به شکل فوق، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N برابر است با:

$$\begin{cases} \text{شاخه (۱)} \rightarrow V_{MN} = R_1 I_1 = 2(15 - I) & \text{(I)} \\ \text{شاخه (۲)} \rightarrow V_{MN} = V + R' I = 10 + 2 I & \text{(II)} \end{cases} \Rightarrow 2(15 - I) = 10 + 2 I \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

در ادامه با یک نگاه می‌توان به موازی بودن مقاومت‌های 2Ω و 8Ω پی برد و جریان مقاومت 8Ω برابر است با:

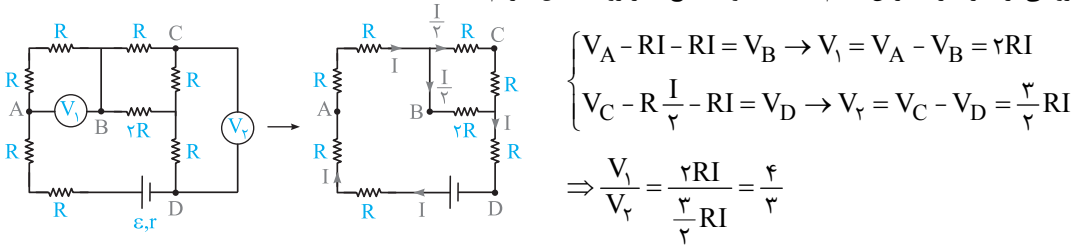
$$I_{8\Omega} = \frac{1}{4} I_{2\Omega} = \frac{1}{4} (15 - I) = 2.5 \text{ A}$$

در ادامه تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت 8Ω در طی 4 s برابر است با:

$$It = ne \Rightarrow 2.5 \times 4 = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{1}{1.6} \times 10^{20} = 6.25 \times 10^{19}$$

۳۱۸۴۱

اگر جریان خروجی از باتری را I فرض کنیم، با حذف ولتسنج‌ها از روی شکل داریم:



۳۱۸۴۲

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۸۴۲ تا ۱۸۶۶)

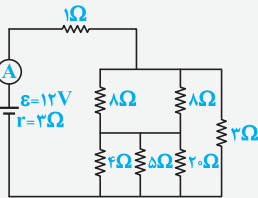
محاسبه جریان خروجی از یک باتری و توزیع آن در مدار

خلاصه نکات

به موارد زیر توجه کنید:

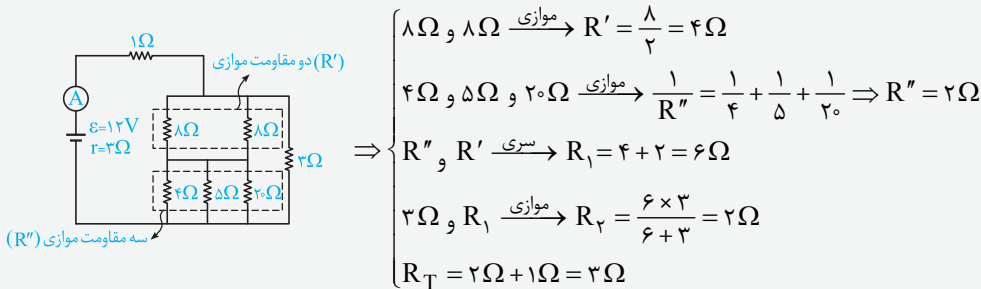
۱ در تست‌های (۱۸۴۲) تا (۱۸۵۱)، با سؤالات نسبتاً ساده‌ای روبه‌رو هستیم. در این سؤال‌ها، جریان خروجی از باتری خواسته شده است (بدون این که جریان در قسمتی از مدار داده شود) و برای حل باید، در گام اول مقاومت معادل مدار را به دست آورد و در گام دوم با کمک رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ ، جریان خروجی از باتری را محاسبه کرد. در این گونه از سؤالات، مقاومت معادل‌گیری مهم‌ترین کاری است که باید انجام شود.

تمرین ۱ در شکل روبه‌رو آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



- ۱) ۰/۵
- ۲) ۱
- ۳) ۱/۵
- ۴) ۲

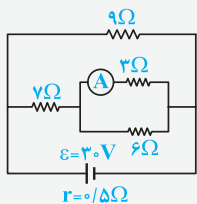
پاسخ برای حل نیاز است بتوانیم مقاومت معادل مدار را سریع حساب کنیم. به روند زیر دقت کنید:



$I = \frac{\epsilon}{R_T + r} = \frac{12}{3 + 3} = 2 \text{ A}$ عدد آمپرسنج $\rightarrow I = \frac{12}{3 + 3} = 2 \text{ A}$

۲ تست‌های (۱۸۵۲) تا (۱۸۶۶)، ادامه سؤالات دسته اول است. در این سؤالات ابتدا باید جریان خروجی از باتری را به دست آورد و سپس این جریان را بین مقاومت‌های مدار پخش کرد. در ادامه به تمرین زیر توجه شود.

تمرین ۲ در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



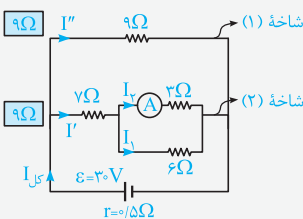
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

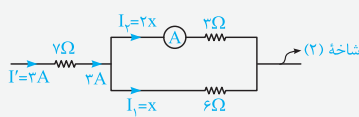
پاسخ احتمالاً شما هم می‌توانید مقاومت معادل شاخه پایین و مقاومت معادل کل مدار را به‌طور ذهنی محاسبه کنید. پس از محاسبه مقاومت معادل جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$R_T = 4/5\Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\epsilon}{R_T + r} = \frac{30}{4/5 + 0/5} = 6 \text{ A}$$

حال باید جریان خروجی را بین شاخه‌ها پخش کنیم. با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های (۱) و (۲) با یکدیگر برابرند (اعداد داخل مستطیل) یعنی جریان‌های I' و I'' نیز با یکدیگر برابرند و مقدار آن‌ها برابر است با:

$$I' = I'' = \frac{I_{\text{کل}}}{2} = 3 \text{ A}$$

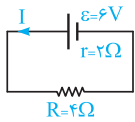




در ادامه شاخه (۲) را جداگانه رسم می‌کنیم و جریان‌های عبوری از مقاومت‌های ۳ اهمی و ۶ اهمی عبارت است از (اگر جریان مقاومت ۶ اهمی را x فرض کنیم، جریان مقاومت ۳ اهمی، دو برابر آن است. یعنی $2x$):

گزینه (۲) $I_2 = 2x = 2A \Rightarrow 3x = 2A \Rightarrow x = 1A$ عدد آمپرسنج

برای بررسی این تست، ابتدا جریان جاری شده در مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{\epsilon}{R_T + r} \Rightarrow I = \frac{6}{4 + 2} = 1A$$

$$q = It \quad I = 1A \quad t = 1s \Rightarrow q = 1 \times 1 = 1C$$

در ادامه تعداد الکترون‌های عبوری از مقطع سیم را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \xrightarrow{q=1C} 1 = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 625 \times 10^{16} = 6/25 \times 10^{18}$$

آمپرسنجهای جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهند. با توجه به رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ و یکسان بودن مقاومت درونی باتری‌ها، آمپرسنجی کم‌ترین

عدد را نشان می‌دهد که مقاومت معادل مداری که در آن قرار دارد، بیشترین مقدار باشد (I با R_T رابطه معکوس دارد).

در گزینه (۳)، کم‌ترین جریان خروجی از باتری مشاهده می‌شود. در حالت سری R_T ثابت $\downarrow I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ بیشترین مقدار را دارد. $\uparrow R_T + r$ ثابت

* به عنوان تمرین، مقاومت معادل در شکل ۴ را محاسبه کرده و اعدادی را که آمپرسنجهای گزینه‌های (۱) تا (۴) نشان می‌دهند به ترتیب بزرگی مرتب کنید. (پاسخ: $I_4 > I_3 > I_1 > I_2$).

این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم: **۱ ۱۸۴۴**

حالت اول: اگر سه مقاومت R را به‌طور متوالی ببندیم، مقاومت معادل برابر $3R$ شده و با توجه به جریان خروجی از باتری می‌توان نوشت:

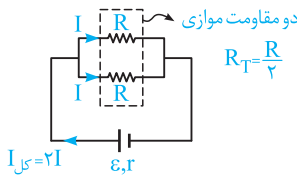
$$I = \frac{\epsilon}{R_T + r} \quad I = 1/5A, r=R \rightarrow 1/5 = \frac{\epsilon}{3R + R} \Rightarrow 1/5 = \frac{\epsilon}{4R} \Rightarrow \frac{\epsilon}{R} = 6 \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم: اگر سه مقاومت R را به‌طور موازی ببندیم، مقاومت معادل برابر $R'_T = \frac{R}{3}$ می‌شود و داریم:

$$I' = \frac{\epsilon}{R'_T + r} \quad R'_T = \frac{R}{3}, r=R \rightarrow I' = \frac{\epsilon}{\frac{R}{3} + R} = \frac{3}{4} \times \frac{\epsilon}{R} \quad \text{رابطه (۲)}$$

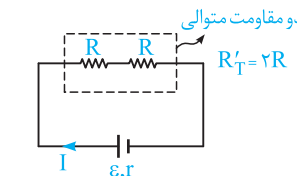
$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱) و (۲)}} I' = \frac{3}{4} \times \frac{\epsilon}{R} \xrightarrow{\frac{\epsilon}{R} = 6} I' = \frac{3}{4} \times 6 = 4/5 A$$

مسأله را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم: **۲ ۱۸۴۵**



حالت اول: اگر دو مقاومت R موازی بسته شوند، مدار به‌شکل مقابل است. حال اگر جریان هر مقاومت را I فرض کنیم، جریان کل برابر $2I$ است:

$$I_{\text{کل}} = 2I = \frac{\epsilon}{R_T + r} \quad R_T = \frac{R}{2} \rightarrow I_{\text{کل}} = 2I = \frac{\epsilon}{\frac{R}{2} + r} \quad \text{رابطه (۱)}$$



حالت دوم: اگر دو مقاومت متوالی بسته شوند، طبق صورت سؤال، شدت جریان عبوری از هر مقاومت مجدداً برابر I است و جریان کل نیز برابر I می‌باشد. در این حالت مدار به‌شکل مقابل است:

$$I = \frac{\epsilon}{R'_T + r} \quad R'_T = 2R \rightarrow I = \frac{\epsilon}{2R + r} \quad \text{رابطه (۲)}$$

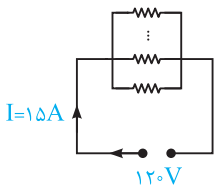
با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \text{رابطه (۱): } I_{\text{کل}} = 2I = \frac{\epsilon}{\frac{R}{2} + r} \\ \text{رابطه (۲): } I = \frac{\epsilon}{2R + r} \end{cases} \Rightarrow 2 \times \frac{\epsilon}{2R + r} = \frac{\epsilon}{\frac{R}{2} + r} \Rightarrow r = R$$



۳۱۸۴۶

در حالت موازی با اتصال تعداد مقاومت‌های یکسان، می‌توان جریان بیشتری را ایجاد کرد (زیرا مقاومت معادل در حالت اتصال موازی مقدار کمتری نسبت به اتصال‌های دیگر دارد). حال فرض کنید n مقاومت ۴۰ اهمی را به‌صورت موازی متصل کرده‌ایم، در این حالت شدت جریان باتری برابر است با:



$$R_T = \frac{40}{n}, \quad I = \frac{V}{R_T} \Rightarrow 15 = \frac{120}{\left(\frac{40}{n}\right)} \Rightarrow n = 5$$

دقت: اگر n عدد صحیح به‌دست نیاید، این موضوع یعنی در حالت اتصال موازی نمی‌توان به خواسته سؤال رسید.

جریان عبوری از باتری برابر است با $(R_1 = 100k\Omega = 0.1M\Omega)$ ۱۱۸۴۷

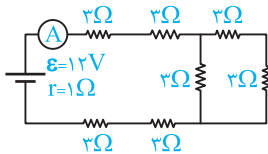
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0.1 \times 2}{0.1 + 2} = \frac{0.2}{2.1} = \frac{2}{21} M\Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{20}{\frac{2}{21} \times 10^6 + 0} = 210 \times 10^{-6} A = 0.21 mA$$

دقت کنید که در محاسبه مقاومت معادل، مقدار هر یک از مقاومت‌ها را بر حسب مگا اهم قرار دادیم و در نتیجه مقاومت معادل بر حسب مگا اهم به دست آمد.

۴۱۸۴۸

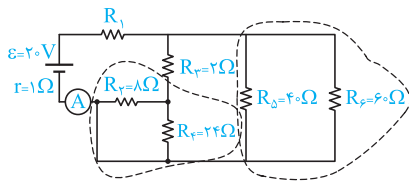
محاسبه مقاومت معادل در این مدار کار بسیار ساده‌ای است و مقاومت معادل این مدار برابر ۱۴ اهم به‌دست می‌آید (تمرین بر عهده دانش‌آموزان عزیز). در ادامه مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد (یعنی همان جریان خروجی از باتری) برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \quad \varepsilon = 12V, r = 1\Omega \rightarrow I = \frac{12}{14 + 1} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} A$$

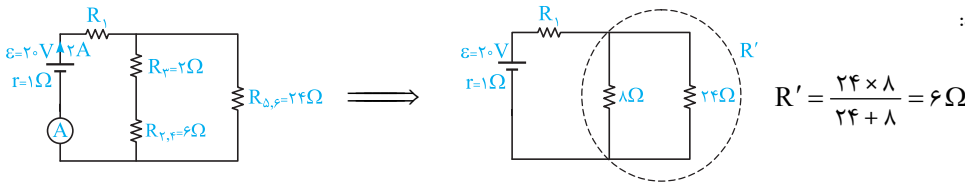
۱۱۸۴۹

برای محاسبه جریان آمپرسنج (که همان جریان کل عبوری از باتری است)، ابتدا مقاومت معادل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که مقاومت‌های R_3 و R_4 به‌صورت موازی به هم بسته شده‌اند:



$$\begin{cases} R_3 \text{ با } R_4 \text{ موازی} \Rightarrow R_{3,4} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \Omega \\ R_2 \text{ با } R_{3,4} \text{ موازی} \Rightarrow R_{2,3,4} = \frac{2 \times 2.4}{2 + 2.4} = 1.1 \Omega \end{cases}$$

و این مدار به‌صورت مقابل ساده می‌شود:



۳۱۸۵۰

$$\text{جریان آمپرسنج} = I = \frac{\varepsilon}{r + (R_1 + 6)} \Rightarrow 2 = \frac{20}{1 + (R_1 + 6)} \Rightarrow R_1 = 3 \Omega$$

کافیست مقاومت معادل را در دو حالت داشته باشیم:

$$R_{T_2} = R + \frac{R}{n+1}, \quad R_{T_1} = R + \frac{R}{n}$$

$$I_2 = \frac{16}{15} I_1 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R_{T_2} + 0} = \frac{16}{15} \frac{\varepsilon}{R_{T_1} + 0}$$

$$\frac{R_{T_2}}{R_{T_1}} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{R + \frac{R}{n+1}}{R + \frac{R}{n}} = \frac{1 + \frac{1}{n+1}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{n+2}{n+1} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} = \frac{15}{16} \xrightarrow{\text{چک گزینه‌ها}} n = 3$$

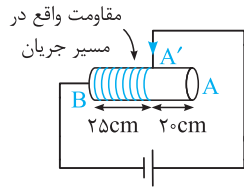
بنابراین گزینه (۳) درست است.

۴۱۸۵۱

گام اول: در حالت اول، کل طول جسم رسانای AB در مسیر جریان قرار دارد و مقاومت R_{AB} برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r} \Rightarrow 1 = \frac{10}{R_{AB} + 1} \Rightarrow R_{AB} = 9 \Omega$$

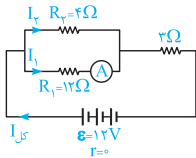
گام دوم: اگر لغزنده ۲۰ cm به سمت چپ جابه‌جا شود، تنها ۲۵ cm از جسم رسانا در مسیر جریان قرار می‌گیرد و در این حالت مقاومت واقع در مسیر جریان برابر است با:



$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_{A'B'}}{R_{AB}} = \frac{L_{A'B'}}{L_{AB}}$$

$$\frac{R_{A'B'}}{9} = \frac{25}{45} \Rightarrow R_{A'B'} = 5 \Omega$$

$$\text{عدد آمپرسنج در حالت دوم: } I' = \frac{\varepsilon}{R_{A'B'} + r} = \frac{10}{5+1} = \frac{5}{3} \text{ A}$$



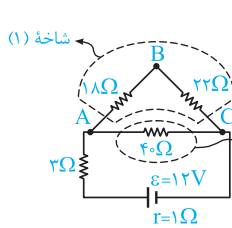
$$R_T = \frac{4 \times 12}{4+12} + 3 = 6 \Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{12}{6+0} = 2 \text{ A}$$

ابتدا جریان کل I را با توجه به شکل مقابل به دست می‌آوریم: **۲ ۱۸۵۲**

حال باید جریان کل I را بین دو شاخه (۱) و (۲) پخش کنیم. اگر جریان I_1 را x فرض کنیم، جریان I_2 برابر با $3x$ می‌شود (چرا؟) و داریم:

$$I_1 + I_2 = 2 \text{ A} \rightarrow x + 3x = 2 \text{ A} \rightarrow x = 0.5 \text{ A} \rightarrow \text{عدد آمپرسنج} = I_1 = x = 0.5 \text{ A}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 18 \Omega \text{ و } 22 \Omega \xrightarrow{\text{سری}} R_1 = 40 \Omega \\ 40 \Omega \text{ و } R_1 \xrightarrow{\text{موازی}} R_2 = \frac{40}{2} = 20 \Omega \\ 3 \Omega \text{ و } R_2 \xrightarrow{\text{سری}} R_T = 20 + 3 = 23 \Omega \end{cases}$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{12 \text{ V}, r=1 \Omega}{23 \Omega + 1} = \frac{1}{2} \text{ A}$$

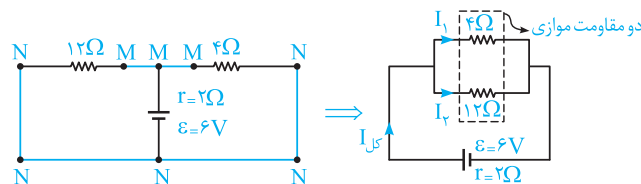
مقاومت معادل برابر است با: **۲ ۱۸۵۳**

حال باید جریان کل I را بین دو شاخه (۱) و (۲) پخش کنیم. با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های (۱) و (۲) با یکدیگر برابر است، بنابراین جریان آن‌ها نیز با یکدیگر برابر است:

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{4} \text{ A} \Rightarrow V_{AB} = 18 I_1 = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ V}$$

با توجه به شکل زیر، دو مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی با یکدیگر موازی‌اند که هر دو به دو سر باتری متصل شده‌اند (نقاط M و N)، بنابراین این مدار را می‌توان به صورت زیر ساده‌تر کرد: **۳ ۱۸۵۴**

$$R_T = \frac{12 \times 4}{12+4} = 3 \Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{6}{3+2} = \frac{6}{5} \text{ A}$$



حال باید جریان کل را بین دو مقاومت پخش کنیم. در این مدار اگر جریان I_2 را x فرض کنیم، جریان I_1 برابر با $3x$ است، بنابراین داریم:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 \xrightarrow{I_{\text{کل}} = \frac{6}{5} \text{ A}, I_2 = x} \frac{6}{5} = 3x + x \Rightarrow x = \frac{3}{10} \text{ A}$$

$$\text{جریان مقاومت ۴ اهمی: } I_1 = 3x \xrightarrow{x = \frac{3}{10}} I_1 = 3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \text{ A}$$

در هر دو حالت، مدار را بررسی می‌کنیم: **۳ ۱۸۵۵**

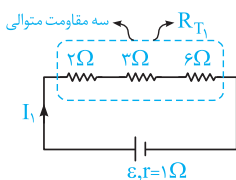
حالت متوالی:

$$R_T = 2 + 3 + 6 = 11 \Omega, I_1 = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{\varepsilon}{11+1} = \frac{\varepsilon}{12}$$

$$\text{جریان مقاومت ۲ اهمی در حالت متوالی} = I_1 = \frac{\varepsilon}{12}$$

حالت موازی:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = 1 \Rightarrow R_T = 1 \Omega, I_2 = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{\varepsilon}{1+1} = \frac{\varepsilon}{2}$$





جریان I_p بین سه مقاومت موازی تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت ۶ اهمی را x فرض کنیم، داریم:

$$I_p = I_p + I_p + I_p = x + 2x + 3x = 6x \Rightarrow x = \frac{1}{6} I_p = \frac{1}{6} \left(\frac{\mathcal{E}}{r} \right) = \frac{\mathcal{E}}{12}$$

$$I_p = 3x = 3 \left(\frac{\mathcal{E}}{12} \right)$$

بنابراین در مقایسه دو حالت، داریم:

$$\Rightarrow \frac{I_p}{I_1} = \frac{3 \left(\frac{\mathcal{E}}{12} \right)}{\frac{\mathcal{E}}{12}} = 3$$

گام اول: ۳۱۸۵۶ مقاومت معادل خارجی مدار برابر $R_T = 3R$ می‌باشد (چرا؟). بنابراین جریان کل مدار برابر است با:

$$I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r} = \frac{\mathcal{E}}{3R + R} = \frac{\mathcal{E}}{4R}$$

گام دوم: از طرفی جریان عبوری از شاخه پایین (شاخه ۲)، نصف جریان کل مدار می‌باشد (چون مقاومت دو شاخه ۱ و ۲ با هم برابر است).

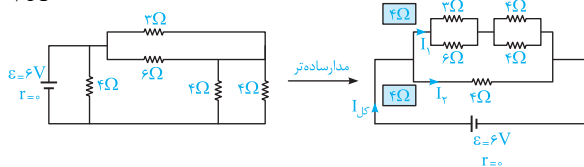
$$I_p = \frac{1}{2} I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{8R}$$

گام سوم: عدد ولت‌سنج برابر پتانسیل دو سر مقاومت R در شاخه ۲ می‌باشد.

$$V = RI_p = R \times \frac{\mathcal{E}}{8R} = \frac{\mathcal{E}}{8} \Rightarrow \frac{V}{\mathcal{E}} = \frac{1}{8}$$

گام اول: ۱۱۸۵۷ ابتدا مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم و جریان کل را به دست می‌آوریم:

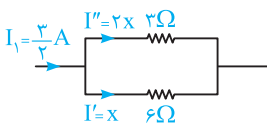
$$R_T = 2\Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r} = \frac{6}{2+0} = 3A$$



گام دوم: جریان کل را بین دو شاخه پخش می‌کنیم. با توجه به برابر بودن مقاومت دو شاخه، جریان I_1 و I_p با یکدیگر برابر است و داریم:

$$I_1 = I_p = \frac{I_{\text{کل}}}{2} = \frac{3}{2} A$$

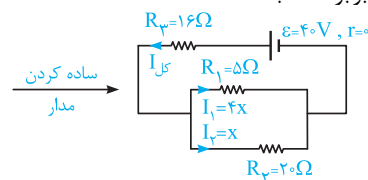
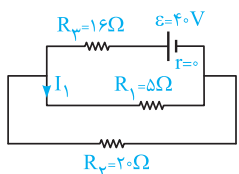
در ادامه، مقاومت‌های 3Ω و 6Ω از شاخه بالایی را جداگانه رسم می‌کنیم:



$$I_1 = x + 2x = \frac{3}{2} A \rightarrow x = \frac{1}{2} A$$

$$I' = x = \frac{1}{2} A = 0.5 A$$

۲۱۸۵۸ ابتدا مدار را کمی ساده‌تر رسم می‌کنیم. مقاومت معادل این مدار برابر است با:

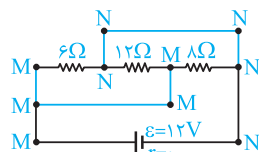


$$R_T = 16 + \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 20\Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r} = \frac{40}{20+0} = 2A$$

در ادامه اگر جریان I_p را x فرض کنیم، جریان I_1 برابر با $4x$ است و داریم:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_p \Rightarrow 2 = 4x + x \Rightarrow x = \frac{2}{5} A \Rightarrow I_1 = 4x = 1.6 A$$



۲۱۸۵۹ از روی شکل مشاهده می‌شود که دو سر هر سه مقاومت به دو نقطه M و N متصل است، بنابراین هر سه مقاومت با یکدیگر موازی‌اند و می‌توان مدار را به شکل ساده‌ی مقابل رسم کرد. در ادامه با یک دور چرخیدن در مسیر آبی نشان داده شده در شکل (۲)، I_1 به دست می‌آید:

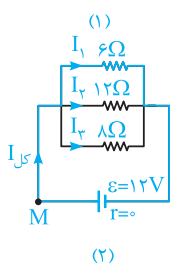
$$V_M - 6I_1 + 12 = V_M \Rightarrow I_1 = 2A$$

نگاه دیگر: چون هر سه مقاومت موازی‌اند و مقاومت داخلی مولد صفر است ولتاژ $12V$ به هر سه مقاومت از جمله مقاومت ۶ اهمی می‌رسد، بنابراین جریان آن برابر است با:

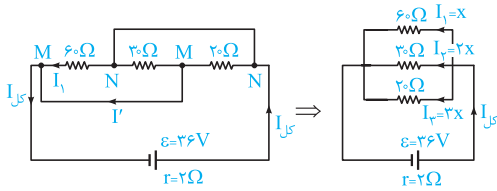
$$V = RI \Rightarrow 12 = 6 \times I \Rightarrow I = 2A$$

دقت کنید که اگر $r \neq 0$ باشد، دیگر نمی‌توانستیم از این روش استفاده کنیم، زیرا ولتاژ دو سر مقاومت‌ها دیگر برابر $12V$ نیست (این موضوع را در قسمت بعد بررسی می‌کنیم).

* به‌عنوان تمرین با محاسبه $I_{\text{کل}}$ و پخش جریان بین سه مقاومت نیز این سؤال را حل کنید.



۳۱۸۶۰ مطابق شکل زیر، با نام‌گذاری گره‌های مدار، مشاهده می‌کنیم که هر سه مقاومت با هم موازی هستند. در ادامه برای محاسبه جریان I' ، باید جریان مقاومت 6Ω و جریان کل را محاسبه کنیم و در گره M در سمت چپ (یا سمت راست)، قانون جریان را بنویسیم:



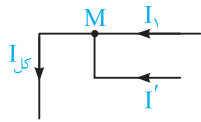
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{1+2+3}{6\Omega} = \frac{1}{2\Omega} \Rightarrow R_T = 2\Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{36}{2 + 2} = 3\text{ A}$$

در ادامه اگر جریان در مقاومت 6Ω اهمی را x بنامیم، داریم:

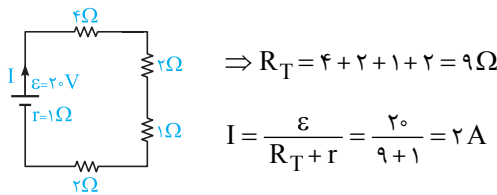
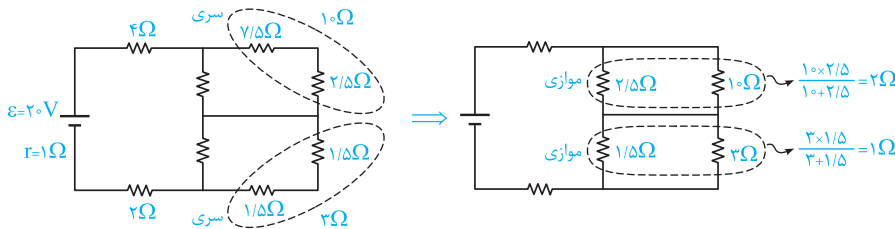
$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow 3 = x + 2x + 3x \Rightarrow x = \frac{1}{6}\text{ A} \Rightarrow I_1 = x = \frac{1}{6}\text{ A}$$

$$\text{M گره: } I_1 + I' = I_{\text{کل}} \Rightarrow \frac{1}{6} + I' = 3 \Rightarrow I' = \frac{17}{6} = 2.83\text{ A}$$



۱۱۸۶۱ آمپرسنج ایده‌آل را مانند یک سیم بدون مقاومت در نظر می‌گیریم و ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه کرده تا بتوانیم جریان اصلی مدار را

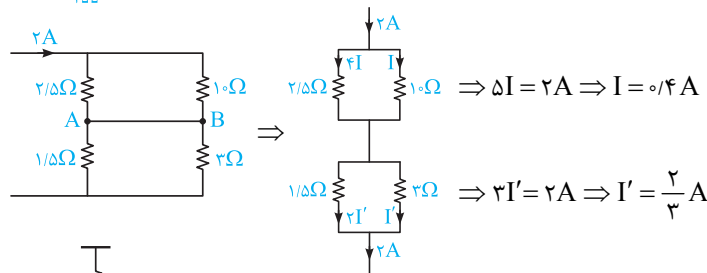
به دست آوریم:



$$\Rightarrow R_T = 4 + 2 + 1 + 2 = 9\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{20}{9 + 1} = 2\text{ A}$$

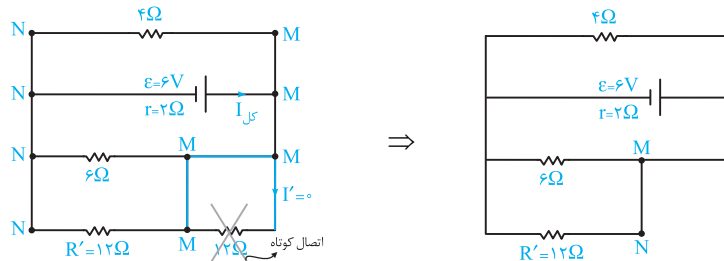
حال جریان 2 A را بین مقاومت‌های موازی توزیع کرده و داریم:

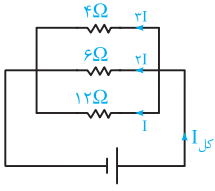


در ادامه با بررسی قانون جریان در گره A عدد آمپرسنج برابر است با:

$$1/6 = I'' + \frac{4}{3} \Rightarrow I'' = \frac{16}{10} - \frac{4}{3} = \frac{4}{15}\text{ A}$$

۱۱۸۶۲ برای حل این سؤال، ابتدا جریان کل مدار را به دست آورده و سپس آن را در مدار پخش می‌کنیم. دقت شود که دو سر مقاومت 12Ω اهمی در سمت راست، هم‌نام شده است. بنابراین این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. به عبارت دیگر، جریان عبوری از این مقاومت برابر صفر است.





در ادامه سه مقاومت 4Ω ، 6Ω و 12Ω با یکدیگر موازی هستند (چرا؟)، بنابراین مقاومت معادل این مدار برابر است با:

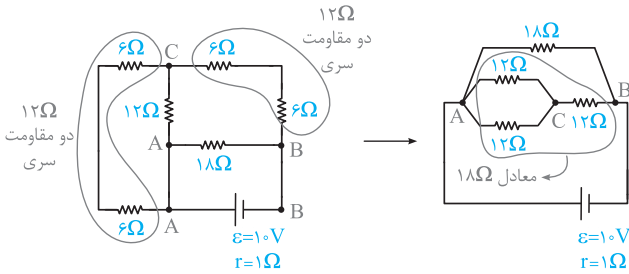
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3+2+1}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_T = 2\Omega \Rightarrow I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{6}{2+2} = 1.5A$$

در ادامه اگر جریان مقاومت 12Ω اهمی را برابر I فرض کنیم، می توان نوشت:

$$I + 2I + 3I = I_{کل} \Rightarrow 6I = 1.5 \Rightarrow I = 0.25A$$

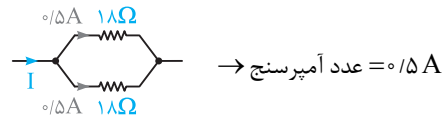
با توجه به شکل مدار که در آن نقاط نامگذاری شده است، جریان عبوری از سیم MN، همان جریان عبوری از مقاومت $R' = 12\Omega$ است ($I_{MN} = I = 0.25A$).

۳۱۸۶۳ ابتدا به کمک تکنیک نامگذاری، مدار را کمی ساده تر می کنیم:

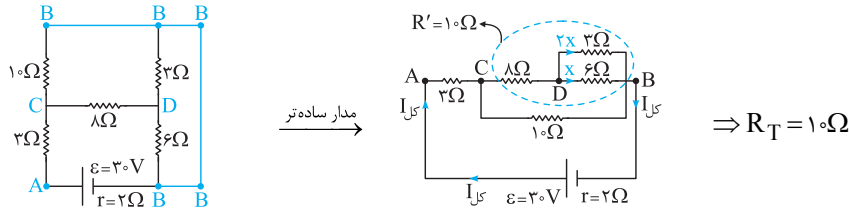


$$\text{مقاومت شاخه پایینی} = 12 + \frac{12}{2} = 18\Omega \Rightarrow R_T = \frac{18}{2} = 9\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{10}{9+1} = 1A$$



۳۱۸۶۴ **گام اول:** ابتدا به کمک نامگذاری نقاط، یک مدار ساده تر رسم کرده و در ادامه مقاومت معادل و جریان کل مدار را به دست می آوریم:

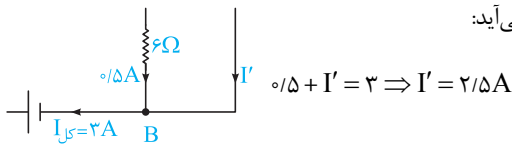


$$R_T = 10\Omega \Rightarrow I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{30}{10+2} = 3A$$

گام دوم: حال به کمک تکنیک های پخش جریان، مقدار جریان عبوری مقاومت 6Ω اهمی را به دست می آوریم. همان طور که محاسبه کردیم، $I_{کل} = 3A$ است، بنابراین جریان عبوری از شاخه بالا برابر $1.5A$ است (چرا؟). حال این جریان بین دو مقاومت 3Ω اهمی و 6Ω اهمی تقسیم می شود.

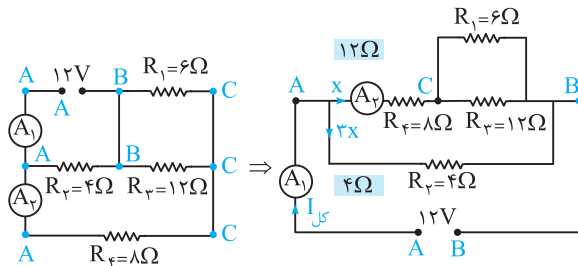
$$x + 2x = 1.5 \Rightarrow x = 0.5A \Rightarrow \text{جریان } 0.5A \text{ از مقاومت } 6\Omega \text{ اهمی عبور می کند.}$$

گام سوم: حال با توجه به شکل مدار اصلی و نوشتن قانون جریان در گره B، جریان I' به دست می آید:



۳۱۸۶۵ ابتدا به کمک نامگذاری نقاط، یک مدار ساده تر را رسم می کنیم. با توجه به این مدار ساده تر، در این مدار $R_T = 3\Omega$ است (چرا؟) در ادامه

جریان کل مدار را یافته و در مدار پخش می کنیم:



$$R_T = 3\Omega$$

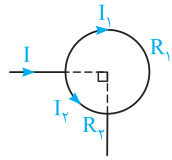
$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{12}{3+0} = 4A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج (۱)} = I_{کل} = 4A$$

اگر جریان آمپرسنج (۲) را برابر x در نظر بگیریم، جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر $3x$ خواهد بود (چون مقاومت شاخه پایین، برابر مقاومت معادل شاخه بالا است).

بنابراین می توان نوشت:

$$I_{کل} = x + 3x \Rightarrow 4 = 4x \Rightarrow x = 1A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج (۲)} = x = 1A$$

۲۱۸۶۶ مطابق شکل زیر، هنگامی که جریان I به حلقه می‌رسد به دو قسمت تقسیم می‌شود. ابتدا باید اندازه مقاومت‌های R_1 (یعنی مقاومت $\frac{3}{4}$ حلقه) و R_2 (یعنی مقاومت $\frac{1}{4}$ حلقه) را به دست آوریم. چون مقاومت با طول سیم رابطه مستقیم دارد، داریم:



$$\begin{cases} R_1 = \frac{3}{4}R = \frac{3}{4}(24) = 18\Omega \\ R_2 = \frac{1}{4}R = \frac{1}{4}(24) = 6\Omega \end{cases} \xrightarrow{\text{موازی هستند}} R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18 \times 6}{18 + 6} = 4.5\Omega$$

حال می‌توانیم اندازه جریان عبوری از مدار را به دست آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{9}{4.5 + 1.5} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

حال اگر جریان مقاومت R_1 برابر x باشد، $I_1 = x$ باشد، جریان مقاومت R_2 برابر $I_2 = 3x$ می‌باشد (چرا؟). بنابراین داریم:

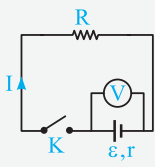
$$I = I_1 + I_2 = x + 3x \Rightarrow \frac{3}{2} = 4x \Rightarrow x = \frac{3}{8} \text{ A} \Rightarrow I_2 = 3x = 3 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{8} \text{ A}$$

۳۱۸۶۷ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۸۶۷ تا ۱۸۹۳)

افت پتانسیل در باتری

خلاصه نکات ۹



در این خلاصه نکات می‌خواهیم به بررسی تأثیر مقاومت درونی باتری بر روی مدار بپردازیم. به همین منظور شکل مقابل را که یک ولتسنج به دو سر یک باتری متصل شده است، در نظر بگیرید:

هنگامی که کلید K باز است و جریان از باتری عبور نمی‌کند، عددی که ولتسنج نشان می‌دهد برابر نیروی محرکه باتری (ε) است، اما وقتی کلید K را می‌بندیم و جریان از باتری عبور می‌کند، مشاهده می‌شود عددی که ولتسنج نشان می‌دهد کمتر از نیروی محرکه باتری (ε) است. به عبارت دیگر پتانسیل الکتریکی اندکی افت (کاهش) داشته است. افت پتانسیل در باتری به دلیل وجود مقاومت درونی باتری (r) است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 2V \xrightarrow{\text{پس از بسته شدن کلید}} \text{عدد ولتسنج} = 1.8V \\ \text{مثال برای درک بهتر} : \text{افت پتانسیل} = 2 - 1.8 = 0.2V \end{array} \right.$$

نکات مهم و کاربردی

$$\varepsilon - V = rI \text{ (افت پتانسیل)}$$

۱ افت پتانسیل در باتری با شدت جریان عبوری از آن متناسب است و برابر اختلاف ولتاژ دو سر باتری و نیروی محرکه آن است:

۲ با توجه به رابطه فوق، اگر جریان I از درون یک باتری با نیروی محرکه ε و مقاومت درونی r عبور کند، ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

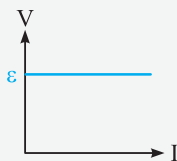
۳ افت پتانسیل در باتری (که از رابطه rI به دست می‌آید) در موارد زیر ناچیز است:

الف) **شدت جریان در مدار صفر باشد:** این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که در مسیر اصلی مدار یک ولتسنج یا یک کلید باز قرار بگیرد و این دو مورد باعث قطع جریان در مدار می‌شود.

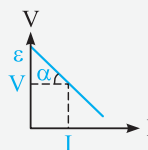
ب) **مقاومت درونی پیل صفر باشد:** این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که باتری ایده‌آل باشد.

ولتسنج در مسیر اصلی مدار قرار بگیرد. $I = 0$
 کلید باز در مسیر اصلی مدار قرار بگیرد. $I = 0$
 باتری ایده‌آل باشد. $r = 0$
 افت پتانسیل: $rI = 0$

۴ نمودار ولتاژ دو سر باتری بر حسب شدت جریان عبوری از آن در دو حالت باتری ایده‌آل ($r = 0$) و غیرایده‌آل ($r \neq 0$) به صورت زیر است:



$V = \varepsilon$: ولتاژ دو سر باتری $\Rightarrow r = 0$: باتری ایده‌آل

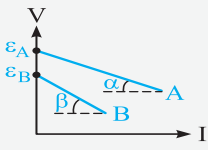


$V = \varepsilon - rI$: ولتاژ دو سر باتری $\Rightarrow r \neq 0$: باتری غیرایده‌آل

$$|\tan \alpha| = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$



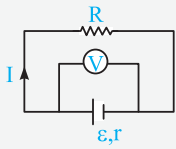
در حالت کلی، شیب نمودارهای مقابل، برابر مقاومت درونی مولد و عرض از مبدأ آن برابر نیروی محرکه مولد می‌باشد. با توجه به این موضوع، در مقایسه ϵ و r برای مولدهای A و B داریم:



$\epsilon_A > \epsilon_B \Rightarrow$ با توجه به عرض از مبدأ

$|\tan \beta| > |\tan \alpha| \Rightarrow r_B > r_A$

نکته بسیار مهمی که در مدارهای به شکل مقابل باید به آن توجه کرد این است که ولت‌سنج علاوه بر اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ولتاژ دو سر مقاومت R را نیز نشان می‌دهد.



$$\begin{cases} \text{عدد ولت‌سنج} = \epsilon - rI \\ \text{عدد ولت‌سنج} = RI \end{cases}$$

حال برای درک بهتر مفاهیم ارائه شده، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ افت پتانسیل در مقاومت داخلی پیل (مولد) روبه‌رو $0.25V$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $2/5$ اهمی برابر $1/25$ ولت است. نیروی محرکه (برحسب ولت) و مقاومت داخلی مولد (برحسب اهم) از راست به چپ برابر است با:



- (۱) $0.5, 1/5$ (۲) $0.5, 2/5$ (۳) $1/5, 0.5$ (۴) $2/5, 1/5$

پاسخ در این مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر با اختلاف پتانسیل دو سر پیل می‌توان نوشت:

$\epsilon = ?$, $rI = 0.25V$, افت پتانسیل $V = 1/25V$

$V = \epsilon - rI \Rightarrow 1/25 = \epsilon - 0.25 \Rightarrow \epsilon = 1/5V$

بررسی ولتاژ دو سر مقاومت $V = RI \Rightarrow 1/25 = 2/5 I \Rightarrow I = 0.5A$

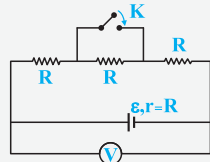
اکنون با داشتن شدت جریان و افت پتانسیل، می‌توان مقاومت درونی پیل را به‌دست آورد:

گزینه (۱) $r \times \frac{1}{4} = 0.25 \Rightarrow r = 0.5 \Omega$

$\frac{\text{افت پتانسیل}}{\text{ولتاژ دو سر باتری}} = \frac{rI}{RI} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{0.25}{1/25} = \frac{r}{2/5} \Rightarrow r = 0.5 \Omega$

نگاه دیگر:

تمرین ۲ در مدار مقابل با بسته شدن کلید K، افت پتانسیل در باتری و عدد ولت‌سنج به ترتیب چند برابر می‌شوند؟



(۲) $\frac{3}{2}, \frac{9}{8}$

(۱) $\frac{3}{4}, \frac{8}{9}$

(۴) $\frac{4}{3}, \frac{8}{9}$

(۳) $\frac{4}{3}, \frac{9}{8}$

پاسخ با بسته شدن کلید K، مقاومت وسطی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. با توجه به این موضوع در مقایسه دو حالت

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{حالت اول (کلید باز)}: I_1 = \frac{\epsilon}{R_{T_1} + r} = \frac{\epsilon}{3R + R} = \frac{\epsilon}{4R} \Rightarrow V_1 = \epsilon - rI_1 = \epsilon - R \times \frac{\epsilon}{4R} = \frac{3}{4}\epsilon \\ \text{حالت دوم (کلید بسته)}: I_2 = \frac{\epsilon}{R_{T_2} + r} = \frac{\epsilon}{2R + R} = \frac{\epsilon}{3R} \Rightarrow V_2 = \epsilon - rI_2 = \epsilon - R \times \frac{\epsilon}{3R} = \frac{2}{3}\epsilon \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{2}{3}\epsilon}{\frac{3}{4}\epsilon} = \frac{8}{9}$$

می‌دانیم افت پتانسیل در باتری برابر rI می‌باشد. بنابراین در مقایسه افت پتانسیل در باتری در دو حالت کافی است جریان در دو حالت را مقایسه کنیم:

گزینه (۴) $\frac{\text{افت پتانسیل در حالت کلید بسته}}{\text{افت پتانسیل در حالت کلید باز}} = \frac{rI_2}{rI_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{3R}{4R} = \frac{3}{4}$

دقت: با بستن کلید K، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد (چرا؟) بنابراین جریان در مدار افزایش می‌یابد. با توجه به رابطه $V = \epsilon - rI$ ، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش و باتوجه به رابطه (rI) ، افت پتانسیل در باتری افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) بدون نیاز به حل کردن سؤال، نادرست می‌باشند.

با توجه به خلاصه نکات فوق، اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه $V = \epsilon - rI$ به‌دست می‌آید، بنابراین با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد و گزینه (۳) نادرست می‌باشد. سایر گزینه‌ها با توجه به خلاصه نکات فوق صحیح می‌باشند.

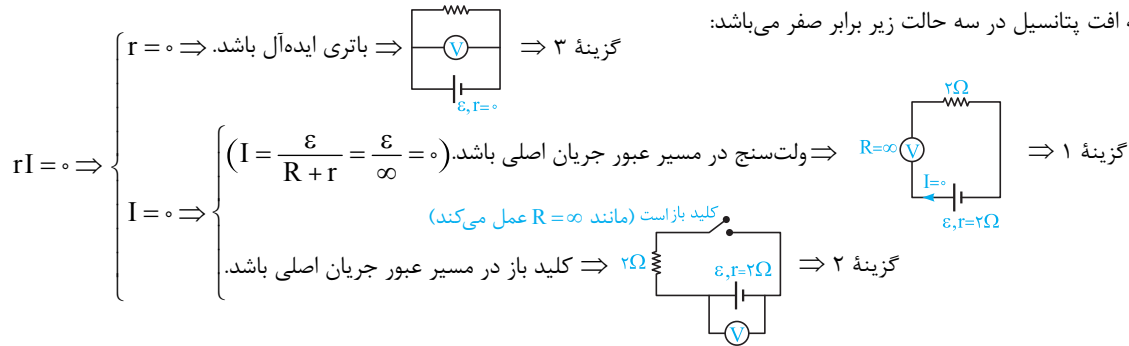
۴۱۸۶۸ با باز شدن کلید K، جریان در مدار صفر می‌شود ($I' = 0$)، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} V = \varepsilon - rI' \xrightarrow{I'=0} V = \varepsilon \\ \text{افت پتانسیل دو سر مولد} \\ \text{افت پتانسیل} = rI' \xrightarrow{I'=0} = 0 \end{cases}$$

۴۱۸۶۹ با توجه به رابطه $V = \varepsilon - rI$ می‌دانیم که اگر اندازه افت ولتاژ (rI) صفر باشد، آن‌گاه عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد (V) با نیروی

محركه باتری (ε) برابر می‌باشد ($V = \varepsilon - rI \xrightarrow{rI=0} V = \varepsilon$).

از طرفی می‌دانیم که افت پتانسیل در سه حالت زیر برابر صفر می‌باشد:



با توجه به توضیحات فوق، در هر سه مدار موجود در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳)، عدد ولت‌سنج با نیروی محركه باتری برابر می‌باشد.

۴۱۸۷۰ وقتی کلید K باز است، ولت‌سنج نیروی محركه پیل را نشان می‌دهد ($V_1 = \varepsilon$) و وقتی کلید K بسته است، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد

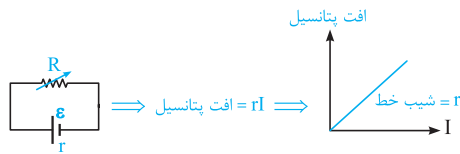
برابر ($V_2 = \varepsilon - rI$) است. بنابراین اگر با باز و بسته شدن کلید تغییر قابل ملاحظه‌ای در عدد ولت‌سنج حاصل نشود ($V_1 = V_2$)، آن‌گاه داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon - rI \Rightarrow rI = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مقاومت درونی باتری در مقابل } R \text{ ناچیز است.} \\ \text{مقاومت درونی باتری در مقابل } R \text{ خیلی بزرگ است.} \end{cases}$$

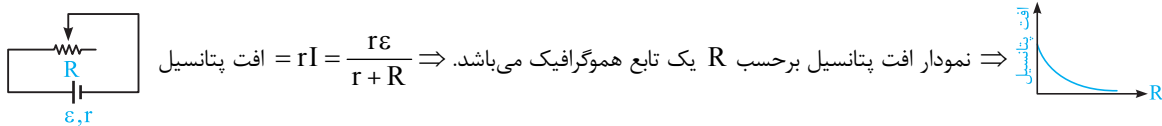
با توجه به توضیحات فوق، گزینه (۲) صحیح است.

۴۱۸۷۱ می‌دانیم که افت پتانسیل در باتری از رابطه rI به دست می‌آید. بنابراین واضح است که

نمودار افت پتانسیل بر حسب شدت جریان، یک خط راست با شیب r است:



۴۱۸۷۲ افت پتانسیل در باتری از رابطه rI قابل محاسبه بوده و شدت جریان (I) در مدار برابر $\frac{\varepsilon}{r+R}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:



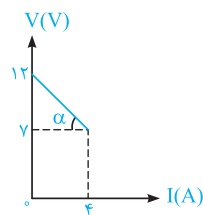
با توجه به رابطه $rI = \frac{r\varepsilon}{r+R}$ ، با افزایش R افت پتانسیل کاهش می‌یابد و هنگامی که R به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، جریان و افت پتانسیل در باتری به سمت صفر میل می‌کند. برای افت پتانسیل در باتری این موضوع فقط در نمودار ارائه شده در شکل (ج) مشاهده می‌شود. هم‌چنین عدد ولت‌سنج برابر ولتاژ دو سر مولد

می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \begin{cases} R = 0 \Rightarrow V = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r} = 0 \\ R \rightarrow \infty \Rightarrow V = \varepsilon \end{cases}$$

* اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر ولتاژ دو سر مقاومت خارجی نیز می‌باشد. بنابراین با کمک رابطه $V = RI = R \times \frac{\varepsilon}{R+r}$ نیز می‌توان شکل فوق را برای نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری رسم کرد.

۴۱۸۷۳ می‌دانیم که وقتی جریان در مدار صفر است، ولتاژ دو سر پیل برابر نیروی محركه پیل می‌باشد:



بنابراین با توجه به نمودار ارائه شده در صورت سؤال، نیروی محركه باتری برابر $12V$ است. از طرفی طبق خلاصه نکات (۹)، اندازه شیب نمودار مقابل، برابر مقاومت درونی پیل می‌باشد:

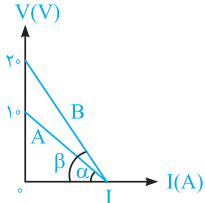
$$r = |\tan \alpha| = \frac{12-7}{4} = \frac{5}{4} = r = 1.25 \Omega$$

نگاه دیگر: در جریان $4A$ ولتاژ دو سر پیل برابر $7V$ است، بنابراین داریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 7 = 12 - r \times 4 \Rightarrow r = 1.25 \Omega$$

۲ ۱۸۷۴

با توجه به نکته استفاده شده در سؤال قبل، مقاومت درونی هر یک از مولدهای A و B برابر است با:

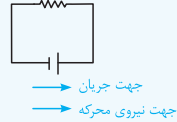
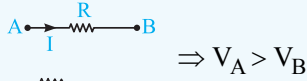


$$r_A = \tan \alpha = \frac{1.0}{I}, \quad r_B = \tan \beta = \frac{2.0}{I}$$

$$\frac{r_B}{r_A} = \frac{\frac{2.0}{I}}{\frac{1.0}{I}} = \frac{2.0}{1.0} = 2$$

۳ ۱۸۷۵

نکته



(۱) جهت جریان در یک مقاومت از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر در دو سر آن است.

(۲) در یک مدار شامل یک باتری، جهت جریان در باتری از پایانه منفی باتری به سمت پایانه مثبت آن است.

(البته در خارج از باتری، جهت جریان از پایانه مثبت به سمت پایانه منفی آن است.)

(۳) جهت نیروی محرکه در باتری از پایانه منفی آن به سمت پایانه مثبت آن است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به سری بودن مقاومت‌ها و باتری، جریان الکتریکی در نقاط a، b و c با هم برابر است.

(۲) با توجه به نکته ۱ فوق و جهت جریان در مقاومت‌های R_1 و R_2 ، می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow V_b > V_c > V_a$$

(۳) با توجه به نکته ۳ فوق، جهت نیروی محرکه در باتری به سمت راست (\rightarrow) می‌باشد. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

(۴) می‌دانیم با جابه‌جایی بار الکتریکی مثبت از مکان‌های با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر، انرژی پتانسیل الکتریکی آن

کاهش می‌یابد.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta V < 0, q > 0} \Delta U < 0$$

بنابراین با توجه به پتانسیل الکتریکی نقاط a، b و c، انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت در این نقاط به صورت $E_b > E_c > E_a$ می‌باشد.

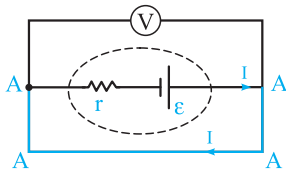
با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۹)، گزینه (۱) صحیح است.

۱ ۱۸۷۶

۱ ۱۸۷۷

در این مدار، ولت‌سنج عملاً به دو سر یک سیم بدون مقاومت وصل شده است (دو سر آن هم‌نام است).

بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد.



$$\text{عدد ولت‌سنج} = R_{\text{سیم}} \times I = 0 \times I = 0$$

دقت

به عنوان تمرین، با کمک رابطه $V = \epsilon - rI$ نیز نشان دهید که عدد ولت‌سنج برابر صفر است.

۳ ۱۸۷۸

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر $V = \epsilon - rI$ می‌باشد. با توجه به این موضوع کافی است که جریان مدار را در

دو حالت کلید K باز و کلید K بسته به‌دست آوریم:

حالت اول (کلید باز):

$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_T + r} = \frac{1.5}{0.5 + 0.5} = 1.5 \text{ A} \Rightarrow V_1 = \epsilon - rI_1 = 1.5 - 0.5 \times 1.5 = 0.75 \text{ V}$$

حالت دوم (کلید بسته): در این حالت با بستن کلید، مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود و داریم:

$$I_2 = \frac{\epsilon}{R_T + r} = \frac{1.5}{0 + 0.5} = 3 \text{ A} \rightarrow V_2 = \epsilon - rI_2 = 1.5 - 0.5 \times 3 = 0$$

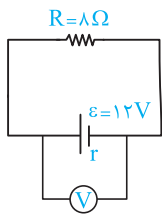
$$\text{خواستۀ سؤال} \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = 0 - 0.75 = -0.75 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت خارجی R می‌باشد. بنابراین در حالت دوم که مقاومت خارجی صفر

می‌شود، بدون حل می‌توان گفت که ولتاژ دو سر آن نیز برابر صفر می‌شود و می‌توانیم بنویسیم:

$$V = RI \Rightarrow \begin{cases} V_1 = RI_1 = 0.5 \times 1.5 = 0.75 \\ V_2 = 0 \text{ (مقاومت } R_2 \text{ اتصال کوتاه می‌شود.)} \end{cases} \Rightarrow \Delta V = 0 - 0.75 = -0.75 \text{ V}$$

خلاصه
مفاهیم



۲۱۸۷۹ در حالت اول که ولتسنج آرمانی به دو سر باتری متصل است، از باتری جریانی عبور نکرده و عدد ولتسنج برابر نیروی محرکه باتری است.

$$\varepsilon = V = 12V$$

$$V = RI \Rightarrow 9/6 = 8I \Rightarrow I = 1/2A$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 9/6 = 12 - 1/2r \Rightarrow 1/2r = 2/4 \Rightarrow r = 2\Omega$$

در ادامه اگر باتری را به یک مقاومت ۸ اهمی متصل کنیم، داریم:

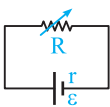
$$V = 0/8\varepsilon, \quad r = 2\Omega, \quad I = 0/8A$$

۳۱۸۸۰ وقتی کلید K بسته است، با توجه به رابطه $V = \varepsilon - rI$ ، می توان نوشت:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 0/8\varepsilon = \varepsilon - 2 \times 0/8 \Rightarrow 1/6 = 0/2\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 8V$$

از طرفی می دانیم وقتی کلید قطع می شود، عددی که ولتسنج نشان می دهد برابر نیروی محرکه باتری (ε)، یعنی ۸ ولت است.

۴۱۸۸۱ در هر دو حالت $R = r$ و $R = 2r$ ، افت پتانسیل را به دست می آوریم:

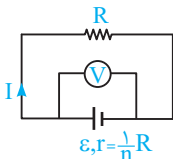


$$\text{افت پتانسیل} = rI = r \times \frac{\varepsilon}{r+R} \begin{cases} R = 2r \Rightarrow \text{افت پتانسیل} = r \times \frac{\varepsilon}{r+2r} = r \times \frac{\varepsilon}{3r} = \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \\ R = r \Rightarrow \text{افت پتانسیل} = r \times \frac{\varepsilon}{r+r} = r \times \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} = \frac{3}{3} \end{cases}$$

بنابراین وقتی مقدار R را از $2r$ تا r کاهش می دهیم، افت پتانسیل در باتری $\frac{3}{2}$ برابر می شود.

* وقتی مقاومت R را کاهش می دهیم، جریان در مدار افزایش می یابد و با توجه به رابطه (rI)، افت پتانسیل در باتری افزایش می یابد، بنابراین گزینه های (۲) و (۳) نادرست اند.

۳۱۸۸۲ با توجه به رابطه $V = \varepsilon - rI$ برای محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر باتری، داریم:



$$r = \frac{1}{n}R \Rightarrow R = nr$$

$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \left(\frac{\varepsilon}{R+r} \right) = \varepsilon - r \left(\frac{\varepsilon}{nr+r} \right) = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{n+1} = \varepsilon \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{n+1} \varepsilon \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{n}{n+1}$$

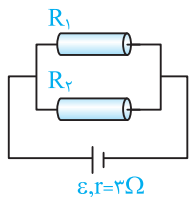
۳۱۸۸۳ با توجه به رابطه $rI = \frac{1}{9}RI$ داده شده در صورت سؤال، می توان نتیجه گرفت که مقاومت درونی باتری $\frac{1}{9}$ برابر R است ($r = \frac{1}{9}R$) و در

$$I = 0/2A, \quad \varepsilon = 6V, \quad r = \frac{1}{9}R, \quad R = ?$$

ادامه با کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ می توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow 0/2 = \frac{6}{\frac{1}{9}R + R} \Rightarrow \frac{1}{9}R = 30 \Rightarrow R = 27\Omega$$

۳۱۸۸۴ ابتدا مقاومت هر یک از قطعه سیم ها را محاسبه می کنیم:



$$R_1 = R_2 = R = \rho \frac{L}{A} = \frac{1/68 \times 10^{-4} \times 1/4}{3 \times (10^{-3})^2} = 14\Omega$$

حال برای محاسبه افت پتانسیل در داخل مولد می توان نوشت:

$$R_T = \frac{14}{2} = 7\Omega \Rightarrow \text{افت پتانسیل در مولد} = rI = r \times \frac{\varepsilon}{R_T+r} = 3 \times \frac{\varepsilon}{7+3} = \frac{3}{10}\varepsilon$$

بنابراین نسبت افت پتانسیل در مولد به نیروی محرکه آن برابر است با:

$$\frac{\text{افت پتانسیل}}{\text{نیروی محرکه}} = \frac{3/10\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} \Rightarrow \text{افت پتانسیل در درون مولد، ۳۰ درصد نیروی محرکه آن است.}$$

۳۱۸۸۵ گام اول: ابتدا طول دو سیم را مقایسه می کنیم. در این سؤال چون جرم دو سیم A و B با هم برابر است، می توان نوشت:

$$m = \rho V \xrightarrow{m_A = m_B} \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B$$

هر دو هم جنس هستند

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 = \left(\frac{D_B}{\sqrt{2} D_B} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

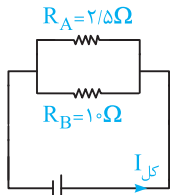


گام دوم: حال مقاومت سیم A را نیز به دست می آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{D_B}{\sqrt{2}D_B}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{R_B = 10\Omega}{R_A} \rightarrow R_A = 2/5\Omega$$

گام سوم: با به دست آوردن جریان کل مدار، می توانیم افت پتانسیل باتری را با توجه به رابطه rI به دست آوریم:



$$R_T = \frac{10 \times 2/5}{10 + 2/5} = 2\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{3}{2+1} = 1\text{ A}$$

$$\text{افت پتانسیل در باتری} = rI = 1 \times 1 = 1\text{ V}$$

$$\varepsilon = 3\text{ V}, r = 1\Omega$$

گام اول: با توجه به افت پتانسیل در باتری، جریان در مدار ۱ آمپر می باشد: **۲ ۱۸۸۶**

$$rI = 3 \xrightarrow{r=2\Omega} I = 1\text{ A}$$

گام دوم: مقاومت خارجی برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow 1 = \frac{15}{R_T + 3} \Rightarrow R_T = 12\Omega$$

گام سوم: با توجه به سری بودن رئوستا و مقاومت 4Ω داریم (R' : مقاومت رئوستا):

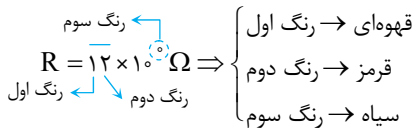
$$R_T = R' + 4 \Rightarrow R' = 8\Omega$$

گام اول: با توجه به افت پتانسیل در باتری، جریان در مدار ۱ آمپر می باشد: **۲ ۱۸۸۷**

گام دوم: مقاومت خارجی برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow 1 = \frac{15}{R + 3} \Rightarrow R = 12\Omega$$

گام سوم: با توجه به مقدار مقاومت به دست آمده، رنگ اول مقاومت، قهوه ای می باشد:



در هر دو حالت ولتاژ دو سر باتری را به دست می آوریم، دقت شود که اندازه هر یک از مقاومت ها، با مقاومت درونی باتری برابر است: **۳ ۱۸۸۸**

حالت سری ($R_T = 2r$):

$$V_1 = \varepsilon - rI_1 = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow V_1 = \varepsilon - \frac{r\varepsilon}{r + 2r} = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{3} = \frac{2}{3}\varepsilon$$

حالت موازی ($R_T = \frac{r}{2}$):

$$V_2 = \varepsilon - rI_2 = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow V_2 = \varepsilon - \frac{r\varepsilon}{r + \frac{r}{2}} \Rightarrow V_2 = \varepsilon - \frac{2}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}\varepsilon \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{2}{3}\varepsilon}{\frac{1}{3}\varepsilon} = 2$$

سه مقاومت ۶ اهمی موازی هستند و حاصل آن ها با مقاومت ۷ اهمی سری است. از طرفی در مدار مقابل واضح **۴ ۱۸۸۹**

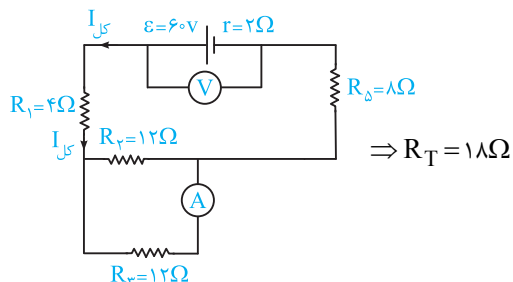
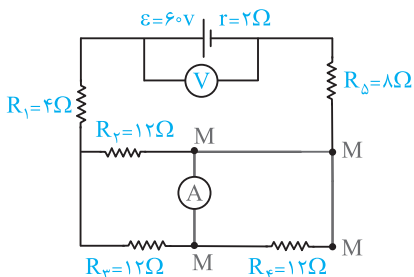
است که عدد ولت سنج در واقع برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. بنابراین می توان نوشت:

$$R_T = \frac{6}{3} + 7 = 9\Omega, I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{20}{1+9} = 2\text{ A}$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow V = 20 - 1 \times 2 = 18\text{ V}$$

از طرفی $V_{AB} = R_1 I = \frac{6}{3} \times 2 = 4\text{ V}$ برابر می باشد.

گام اول: مقاومت آمپر سنج ناچیز است. بنابراین دو سر مقاومت R_f هم نام شده و این مقاومت اتصال کوتاه می شود و مدار به صورت زیر، ساده تر می شود. **۱ ۱۸۹۰**

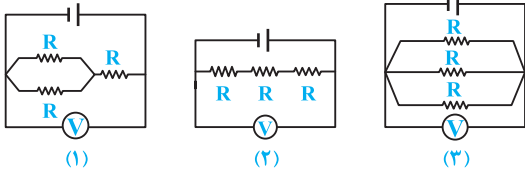


گام دوم: در ادامه اعداد ولت‌سنج و آمپرسنج، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Rightarrow R_T = 18\Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{60}{18+2} = 3A$$

$$\text{جهد ولت‌سنج} = \varepsilon - rI_{\text{کل}} = 60 - 2 \times 3 = 54V$$

$$\text{جریان عبوری از مقاومت } R_3 = \text{عدد آمپرسنج} = \frac{I_{\text{کل}}}{2} = 1.5A$$



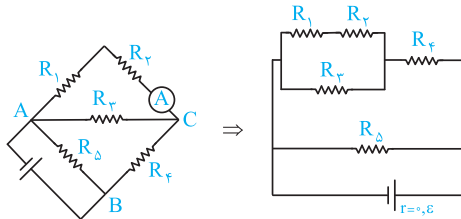
با توجه به شکل‌های مقابل، واضح است که در هر سه مدار ولت‌سنج‌ها در واقع اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهند. از طرفی طبق صورت سؤال می‌دانیم که اگر مقاومت درونی باتری ناچیز باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکه آن خواهد بود:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{r=0} V = \varepsilon = 20V$$

بنابراین در هر سه شکل فوق، از آن جایی که مقاومت درونی باتری صفر است، اعدادی که ولت‌سنج‌ها نشان می‌دهند برابر نیروی محرکه باتری می‌باشد.

گام اول: باتری آرمانی ($r=0$) را بین دو نقطه A و B متصل می‌کنیم و مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم. در ادامه با توجه به این که تمام

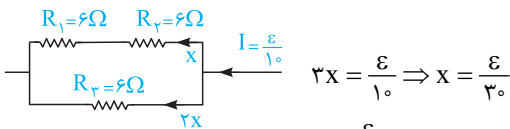
مقاومت‌ها 6Ω هستند، داریم:



$$R_{1,2} = 6 + 6 = 12\Omega \Rightarrow R_{1,2,3} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

گام دوم: با توجه به صفر بودن مقاومت درونی باتری، ولتاژ دو سر شاخه بالایی برابر ε_1 است و جریان این شاخه برابر است با:

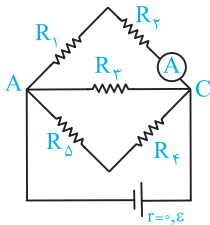
$$\begin{cases} R_{1,2,3,4} = 4 + 6 = 10\Omega \\ V_{1,2,3,4} = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow I_{1,2,3,4} = \frac{\varepsilon}{10}$$



بنابراین با پخش جریان نشان داده شده، جریان عبوری از R_3 یا همان جریان عبوری از آمپرسنج، در حالت اول برابر $\frac{\varepsilon}{30}$ می‌شود.

گام سوم: در حالت دوم باتری را بین دو نقطه A و C متصل می‌کنیم و جریان عبوری از آمپرسنج را محاسبه می‌کنیم.

در این حالت نیز اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و C برابر ε می‌شود و داریم:

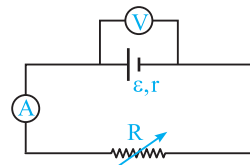


$$I'_{1,2} = \frac{V_{1,2}}{R_{1,2}} = \frac{\varepsilon}{6+6} = \frac{\varepsilon}{12}$$

بنابراین نسبت جریان عبوری از آمپرسنج در دو حالت برابر است با:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{\varepsilon}{12}}{\frac{\varepsilon}{30}} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

سؤال نسبتاً ساده و مهمی است. در هر دو حالت با استفاده از رابطه $V = \varepsilon - rI$ ، می‌توان نوشت:



رابطه (۱): $V = 40V, I = 4A \Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow 40 = \varepsilon - 4r$

رابطه (۲): $V = 36V, I = 6A \Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow 36 = \varepsilon - 6r$

اکنون با توجه به روابط (۱) و (۲)، با حل دستگاه معادلات به دست آمده، داریم:

$$\begin{cases} \varepsilon - 4r = 40 \\ \varepsilon - 6r = 36 \end{cases} \Rightarrow r = 2\Omega, \varepsilon = 48V$$

* دقت کنید در این جا ولت‌سنج، ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد.

۱۱۸۹۴

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۸۹۴ تا ۱۹۱۸)

تحلیل مدارهای پیچیده‌تر با یک باتری

خلاصه نکات ۱

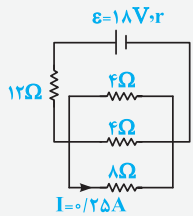
در این خلاصه نکات می‌خواهیم شیوه تحلیل دو دسته از سؤالات پرتکرار در مدار را بررسی کنیم: **دسته ۱:** در این دسته جریان در مدار یا قسمتی از مدار معلوم و \mathcal{E} ، r یا اندازه یکی از مقاومت‌ها مجهول است. در این‌گونه از سؤال‌ها، معمولاً با یافتن جریان در شاخه‌های مختلف و یک دور چرخیدن در یک حلقه بسته که مجهول مورد نظرمان در آن مشارکت دارد، به سادگی به جواب می‌رسیم. برای رسیدن به این هدف، نکته بعد را باید یاد بگیریم:

نکته در هنگام عبور از درون باتری و از قطب منفی به مثبت، پتانسیل الکتریکی به اندازه نیروی محرکه افزایش می‌یابد و بالعکس. این موضوع یعنی در پتانسیل‌نویسی بین دو نقطه، هنگامی که به قطب منفی باتری رسیدیم، علامت مثبت گذاشته و بالعکس. این موضوع از جهت جریان مستقل است.

عبور از قطب منفی به مثبت: $V_A - \mathcal{E} - rI = V_B$
 به قطب منفی رسیدیم.

عبور از قطب مثبت به منفی: $V_A - \mathcal{E} - rI = V_B$
 به قطب مثبت رسیدیم.

توجه شود که در عملیات پتانسیل‌نویسی، با مقاومت درونی باتری مانند یک مقاومت خارجی رفتار می‌کنیم. در ادامه برای درک بهتر، به دو تمرین زیر توجه کنید:



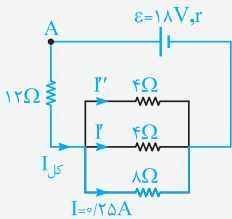
تمرین ۱ در شکل روبه‌رو اگر شدت جریان در مقاومت 8Ω برابر 0.25 آمپر باشد، مقاومت درونی مولد برابر

چند اهم است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۳)
- ۰.۵ (۲)
- ۰.۸ (۴)

پاسخ با توجه به شکل مقابل، جریان I' دو برابر جریان I بوده (زیرا مقاومت شاخه آن نصف می‌باشد) و هم‌چنین جریان‌های I' و I'' با یک‌دیگر برابرند (زیرا مقاومت شاخه آن‌ها یکسان است). بنابراین داریم:

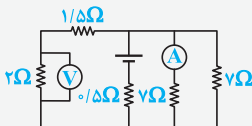
$$I' = I'' = 2I = 2 \times 0.25 = 0.5 \text{ A} \Rightarrow I_{\text{کل}} = I + I' + I'' = 1.25 \text{ A}$$



در ادامه با شروع از نقطه A و یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده با رنگ آبی، داریم:

$$V_A - 12I_{\text{کل}} - 8I + \mathcal{E} - rI_{\text{کل}} = V_A \Rightarrow -12 \times 1.25 - 8 \times 0.25 + 18 - r \times 1.25 = 0 \Rightarrow r = 0.8\Omega \text{ (گزینه ۴)}$$

تمرین ۲ در شکل زیر، ولت‌سنج ۴ ولت و آمپرسنج با مقاومت ناچیز ۱ آمپر را نشان می‌دهد. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



- ۹ (۱)
- ۱۰.۵ (۳)
- ۱۲ (۲)
- ۲۱ (۴)

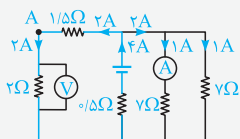
پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به این‌که ولت‌سنج عدد ۴ ولت را نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت ۲ اهمی را به‌دست می‌آوریم:

$$V = RI' \Rightarrow \frac{R=2\Omega}{V=4V} \Rightarrow 4 = 2I' \Rightarrow I' = 2A$$

گام دوم: از سوی دیگر عدد آمپرسنج ۱A بوده و با توجه به موازی بودن دو مقاومت ۷ اهمی، جریان مقاومت ۷Ω دیگر نیز ۱A بوده و جریان کلی مدار ۴A است.

$$I_{\text{کل}} = 1 + 1 + 2 = 4A$$

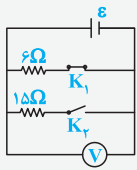


گام سوم: در ادامه با یک دور چرخیدن در حلقه نشان داده شده، داریم:

$$V_A - 2 \times 2 - 0.5 \times I_{\text{کل}} + \mathcal{E} - 2 \times 1.5 = V_A \Rightarrow \mathcal{E} = 9V \text{ (گزینه ۱)}$$

نکته در این سؤال نیازی به دادن عدد ولت‌سنج توسط طراح نبود (چرا؟).

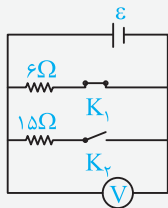
دسته ۲: در این دسته کلیدی در مدار وجود داشته و در دو حالت کلید باز و بسته به تحلیل مدار پرداخته و پارامترهای مدار را در دو حالت مقایسه می‌کنیم. در واقع در این سؤال‌ها، همان مهارت‌هایی که قبلاً آموخته‌ایم را دو بار به کار می‌بریم. به همین منظور به تمرین زیر که یکی از نمونه‌های بسیار پرتکرار در کنکور است توجه کنید:



تمرین ۳ در مدار شکل مقابل کلید K_1 بسته است و ولت‌سنج ۱۲ ولت را نشان می‌دهد. اگر کلید K_1 را باز کنیم و K_2 را ببندیم، ولت‌سنج ۱۵ ولت را نشان می‌دهد. نیروی محرکه باتری (ϵ) چند ولت است؟ (ریاضی دافل ۸۶)

۱۸ (۲)	۱۵ (۱)
۲۴ (۴)	۲۱ (۳)

پاسخ با پاسخ دادن به این تمرین، شیوه برخورد با این‌گونه سؤالات را یاد می‌گیریم. مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم: **حالت اول:** اگر کلید K_1 بسته و K_2 باز باشد، مقاومت 15Ω حذف می‌شود و می‌توان نوشت:



$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_T + r} \Rightarrow I_1 = \frac{\epsilon}{6 + r}$$

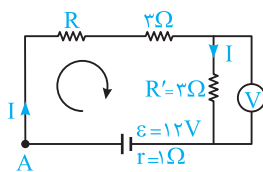
$$V_1 = R_T I_1 \Rightarrow 12 = 6 \times \frac{\epsilon}{6 + r} \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم: اگر کلید K_1 را باز و K_2 را ببندیم، تنها مقاومت 15Ω اهمی در مدار وجود دارد و می‌توان نوشت:

$$I_2 = \frac{\epsilon}{R_T + r} \Rightarrow I_2 = \frac{\epsilon}{15 + r} \Rightarrow V_2 = R_T I_2 \Rightarrow 15 = 15 \times \frac{\epsilon}{15 + r} \quad \text{رابطه (۲)}$$

در ادامه با استفاده از دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 12 = \frac{6\epsilon}{6+r} \\ 15 = \frac{15\epsilon}{15+r} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر یکدیگر}} \frac{4}{5} = \frac{6(15+r)}{15(6+r)} \Rightarrow r = 3\Omega \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \epsilon = 18V \quad \text{(گزینه ۲)}$$



مقاومت معادل $4/5\Omega$ و 9Ω موازی برابر $3\Omega = \frac{9 \times 4/5}{9 + 4/5}$ می‌باشد و مدار به صورت مقابل ساده می‌شود. در ادامه با توجه به این‌که مقدار عدد ولت‌سنج را داریم، جریان عبوری از مقاومت R' را در مدار محاسبه می‌کنیم:

$$V = R' I \Rightarrow \frac{4/5 V}{R' = 3\Omega} \Rightarrow 4/5 = 3I \Rightarrow I = 1/5 A$$

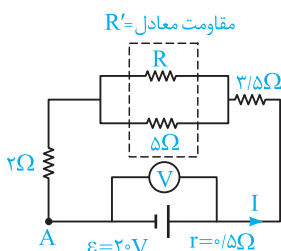
در ادامه از نقطه A شروع کرده و یک دور در مدار می‌چرخیم:

$$V_A - RI - 3I - 3I - 1 \times I + 12 = V_A \xrightarrow{I=1/5A} 12 = (7 + R) \times 1/5 \Rightarrow R = 1\Omega$$

* توصیه می‌شود که به عنوان راه‌حل دوم، با کمک رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ نیز این سؤال را حل کنید.

مشابه با روند حل تمرین (۱) در خلاصه نکات (۱۰)، گزینه (۱) صحیح است. **۱۱۸۹۵**

ولت‌سنجی که به دو سر یک مولد متصل است، مقدار $\epsilon - rI$ را نشان می‌دهد، بنابراین داریم: **۴۱۸۹۶**



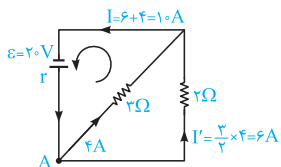
$$\text{مقاومت معادل } R' : V = \epsilon - rI \xrightarrow{V=19V, \epsilon=20V, r=0.5\Omega} 19 = 20 - 0.5I \Rightarrow I = 2A$$

جریان عبوری از مدار ۲ آمپر است. حال مدار را ساده می‌کنیم:

$$V_A + \epsilon - 0.5I - 3/5I - RT - 2I = V_A$$

$$20 - 0.5 \times 2 - 3/5 \times 2 - R' \times 2 - 2 \times 2 = 0 \Rightarrow R' = 4\Omega$$

$$R' = \frac{\Delta \times R}{\Delta + R} \Rightarrow 4 = \frac{\Delta \times R}{\Delta + R} \Rightarrow R = 20\Omega$$

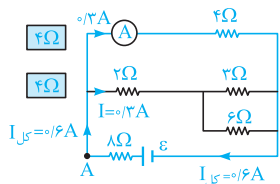


۲۱۸۹۷ دو مقاومت 2Ω و 3Ω با هم موازی هستند، بنابراین نسبت جریان در آنها به نسبت عکس مقاومت‌ها می‌باشد و جریان مقاومت 2Ω ، $\frac{3}{4}$ برابر جریان مقاومت 3Ω است. در ادامه با یک دور چرخیدن در مسیر نشان داده شده می‌توان نوشت:

$$V_A - 3 \times 4 + 20 - r \times 10 = V_A \Rightarrow r = \frac{\lambda}{10} = 0.8\Omega$$

نگاهی دیگر

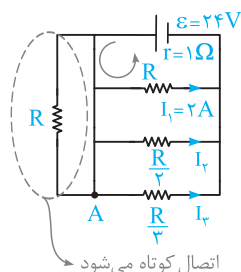
می‌توان با محاسبه R_T و استفاده از رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ نیز r را به دست آورد.



۲۱۸۹۸ با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های موازی (۱) و (۲) با یکدیگر برابرند (هر دو ۴ اهم) جریان آنها نیز با یکدیگر یکسان است، بنابراین داریم:

$$I_1 = I_2 = 0.3A \Rightarrow I_{کل} = 0.6A$$

شده چرخیدن در مسیر نشان داده شده:

$$V_A - 0.3 \times 4 + \epsilon - 8 \times 0.6 = V_A \Rightarrow -0.3 \times 4 + \epsilon - 8 \times 0.6 = 0 \Rightarrow \epsilon = 6V$$


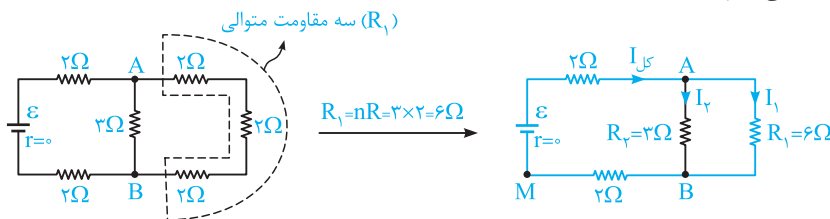
۲۱۸۹۹ ابتدا توجه شود که مقاومت سمت چپ اتصال کوتاه می‌شود (چرا؟). از طرفی جریان I_2 دو برابر جریان I_1 و جریان I_3 سه برابر I_1 است (چرا؟) زیرا جریان در مقاومت‌های موازی، با مقاومت هر شاخه رابطه معکوس دارد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} I_2 = 2I_1 & I_1 = 2A \rightarrow I_2 = 2 \times 2 = 4A \\ I_3 = 3I_1 & I_1 = 2A \rightarrow I_3 = 3 \times 2 = 6A \end{cases} \Rightarrow I_{کل} = 2 + 4 + 6 = 12A$$

در ادامه یک دور در حلقه آبی‌رنگ شده چرخیده، تا مقاومت R به دست آید:

$$V_A - RI_1 - rI_{کل} + \epsilon = V_A \Rightarrow -2R - 1 \times 12 + 24 = 0 \Rightarrow R = 6\Omega$$

۲۱۹۰۰ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



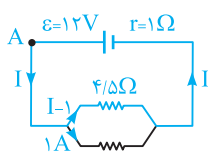
با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B برابر با ۴ ولت است، جریان‌های I_1 و I_2 را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} V_{AB} = R_2 I_2 & \frac{V_{AB} = 4V}{R_2 = 2\Omega} \rightarrow 4 = 2I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{2} = 2A \\ V_{AB} = R_1 I_1 & \frac{V_{AB} = 4V}{R_1 = 6\Omega} \rightarrow 4 = 6I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}A \end{cases} \Rightarrow I_{کل} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 2A$$

در ادامه با یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده، داریم:

$$V_M + \epsilon - 2I_{کل} - R_1 I_1 - 2I_{کل} = V_M \Rightarrow +\epsilon - 2 \times 2 - 6 \times \frac{2}{3} - 2 \times 2 = 0 \Rightarrow \epsilon = 12V$$

$V_{AB} = 4V$ همان ←

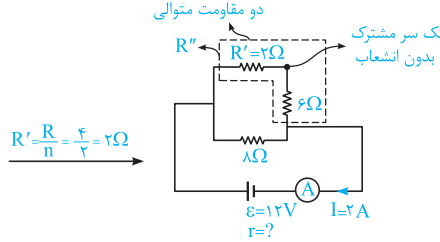
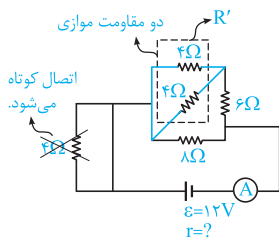


۲۱۹۰۱ یک سؤال زیبا و ابتکاری است. اگر جریان در مدار I فرض شود، جریان در مقاومت $4/5\Omega$ برابر $(I-1)$ آمپر است و با یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده، I به دست می‌آید:

$$V_A - 4/5(I-1) + \epsilon - rI = V_A$$

$$-4/5(I-1) + 12 - 1 \times I = 0 \Rightarrow I = 3A \Rightarrow \text{افت پتانسیل در داخل باتری} = rI = 1 \times 3 = 3V$$

۱۱۹۰۲ با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۱۰)، گزینه (۱) صحیح است.



۳۱۹۰۳ مقاومت ۴ اهمی در سمت چپ مدار اتصال کوتاه شده است. حال مدار را ساده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 6\Omega, 2\Omega \xrightarrow{\text{سری}} R'' = 8\Omega \\ 8\Omega, R'' \xrightarrow{\text{موازی}} R_T = \frac{8}{2} = 4\Omega \end{cases}$$

در ادامه با توجه به رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ ، مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{2}{4 + r} = \frac{12}{4 + r} \Rightarrow r = 2\Omega$$

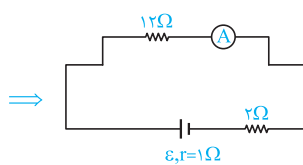
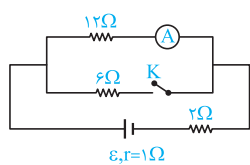
* با یک دور چرخیدن در مدار نیز به سادگی این سؤال قابل حل است، توصیه می‌شود این کار را تمرین کنید.

۱۱۹۰۴

تذکر

در ادامه این قسمت، با سؤال‌هایی روبه‌رو می‌شویم که در آن‌ها کلید باز و بسته شده و تغییرات عدد آمپرسنج و ولت‌سنج پرسیده می‌شود. در این سؤال‌ها، در واقع همان مهارت‌هایی را که قبلاً یاد گرفتیم، دوباره باید تمرین شود. در پاسخ تشریحی این سؤالات تلاش کرده‌ایم این موضوع را به شما بهتر یاد بدهیم.

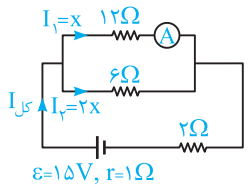
مدار را در دو حالت کلید بسته و کلید باز بررسی می‌کنیم:



حالت اول: اگر کلید باز باشد مقاومت ۶ اهمی از مدار حذف می‌گردد و شکل مدار به صورت مقابل تبدیل می‌شود. در این حالت، آمپرسنج همان جریان عبوری از کل مدار را نشان می‌دهد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{1}{14 + 1} = \frac{\varepsilon}{15 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 15V$$

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود و دیگر کل جریان از مقاومت ۱۲ اهمی عبور نمی‌کند:



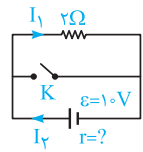
$$R_T = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 2 \Rightarrow R_T = 4 + 2 = 6\Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{1}{6 + 1} = \frac{15}{6 + 1} \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{15}{7} A$$

حال اگر جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی را X بگیریم، جریان مقاومت ۶ اهمی برابر ۲X می‌شود و داریم:

$$I_{\text{کل}} = X + 2X \Rightarrow \frac{15}{7} = 3X \Rightarrow X = \frac{5}{7} A \Rightarrow I_1 = X = \frac{5}{7} A$$

۴۱۹۰۵ مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:



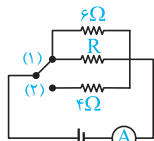
حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مدار به صورت مقابل رسم می‌شود:

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{4}{2 + 0.5} = \frac{10}{2 + 0.5} \Rightarrow r = 0.5\Omega$$

حالت دوم: با بسته شدن کلید K، مقاومت ۲ اهمی اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد، بنابراین جریان I_۱ صفر می‌شود و مدار به شکل مقابل ساده می‌شود:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{10}{0 + 0.5} = \frac{10}{0 + 0.5} \Rightarrow I_1 = 20A$$

۴۱۹۰۶ مدار را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:



حالت اول: اگر کلید در حالت (۱) باشد، مقاومت ۴ اهمی از مدار حذف می‌گردد و مقاومت معادل برابر $R_T = \frac{6 \times R}{6 + R}$ است.

حالت دوم: اگر کلید در حالت (۲) باشد، مقاومت R و ۶ اهمی از مدار حذف می‌شوند و مقاومت معادل برابر ۴Ω است.

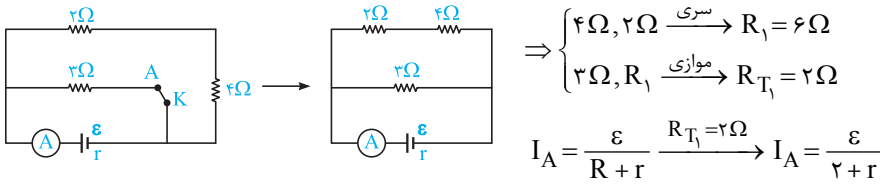
با توجه به رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ ، برای آن‌که جریان ایجاد شده در مدار در دو حالت یکسان باشد، باید مقاومت معادل مدار در دو حالت برابر باشد و می‌توان نوشت:

$$R_T = R_{T_2} \Rightarrow \frac{6R}{6 + R} = 4 \Rightarrow R = 12\Omega$$

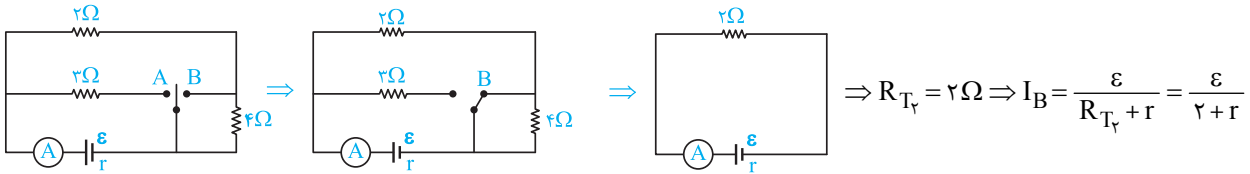


مشابه با سؤال قبل، مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم: **۱۱۹۰۷**

حالت اول: اگر کلید K به A وصل شود، مدار به صورت زیر تبدیل می‌شود:



حالت دوم: اگر کلید K به B وصل شود، اولاً مقاومت ۴Ω اتصال کوتاه می‌شود و ثانیاً مقاومت ۳Ω از مدار حذف می‌شود و مدار به صورت زیر تبدیل می‌شود:

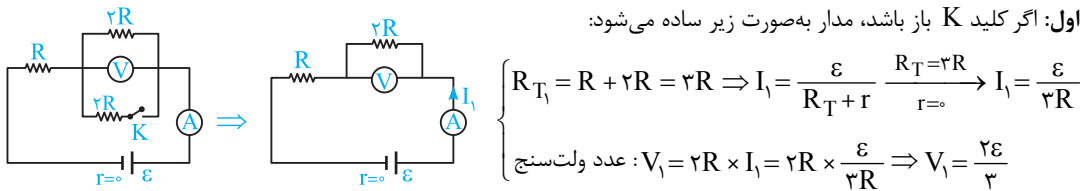


همان‌طور که ملاحظه می‌شود، عدد آمپرسنج در هر دو حالت یکسان است.

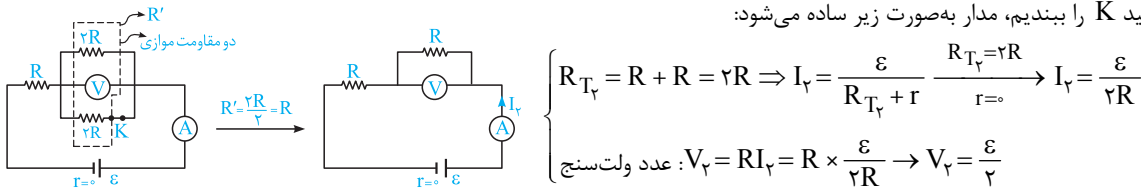
تذکر

با توجه به این‌که مقدار r در صورت سؤال داده نشده است، بدون حل می‌توان گزینه (۱) را انتخاب کرد (چرا؟).

حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مدار به صورت زیر ساده می‌شود: **۴۱۹۰۸**



حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، مدار به صورت زیر ساده می‌شود:

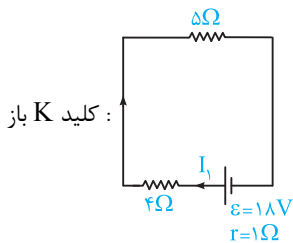


نسبت اعدادی که ولت‌سنج و آمپرسنج در دو حالت نشان می‌دهند برابر است با:

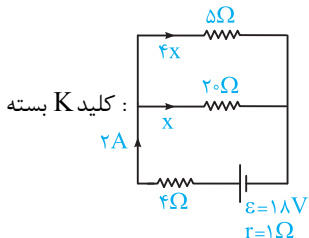
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\epsilon}{2}}{\frac{2\epsilon}{3}} = \frac{3}{4}, \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\epsilon}{2R}}{\frac{\epsilon}{3R}} = \frac{3}{2}$$

* دقت کنیم که با یک تحلیل کیفی نیز می‌شود در این سؤال گزینه درست را انتخاب کرد (چگونه؟).

در مقایسه دو حالت کلید باز و کلید بسته داریم: **۳۱۹۰۹**

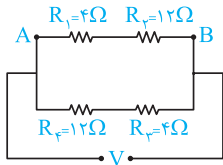


$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_{T_1} + r} = \frac{18}{5 + 4 + 1} = 1.8A \Rightarrow V_{5\Omega} = 5 \times 1.8 = 9V$$



$$\begin{cases} R_{T_2} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} + 4\Omega = 8\Omega \Rightarrow I_2 = \frac{\epsilon}{R_{T_2} + r} = \frac{18}{8 + 1} = 2A \\ 4x + x = 2A \Rightarrow x = 0.4A \Rightarrow V_{5\Omega} = 5 \times (0.4 \times \frac{5}{4}) = 18V \end{cases}$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω، به اندازه یک ولت کاهش می‌یابد (۸ - ۹ = -۱).



۳۱۹۱۰ با توجه به این که منبع ولتاژ ثابت است، حل سؤال نسبتاً ساده بوده و آن را به صورت زیر حل می‌کنیم:

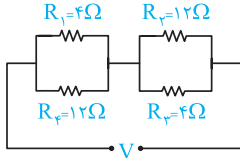
حالت اول: در حالت اول مدار به صورت مقابل بوده و ولتاژ دو سر R_1 برابر است با:

$$V_{AB} = V_{کل} = V$$

$$V = RI \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_2 = 3V_1$$

* به عبارت دیگر چون مقاومت‌های R_1 و R_2 سری بوده و R_3 برابر R_1 است، بنابراین ولتاژ دو سر آن (V_2) سه برابر V_1 است.

$$V_1 + V_2 = V \xrightarrow{V_2=3V_1} V_1 = \frac{1}{4}V$$



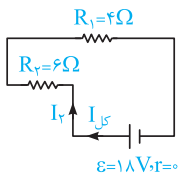
حالت دوم: در حالت دوم، R_1 و R_2 به صورت موازی بوده و همچنین R_3 و R_4 نیز به صورت موازی بوده و حاصل آن‌ها سری است.

$$V'_{1,2} = V'_3 = \frac{V}{2}$$

بنابراین در مقایسه شدت جریان R_1 در دو حالت داریم:

$$\frac{V'_1}{V_1} = \frac{R_1 I'_1}{R_1 I_1} = \frac{\frac{1}{2}V}{\frac{1}{4}V} = 2 \Rightarrow \frac{I'_1}{I_1} = 2$$

۴۱۹۱۱ این مدار را در دو حالت کلید باز و بسته بررسی می‌کنیم (توجه کنید که لامپ‌ها همانند مقاومت در نظر گرفته می‌شوند):



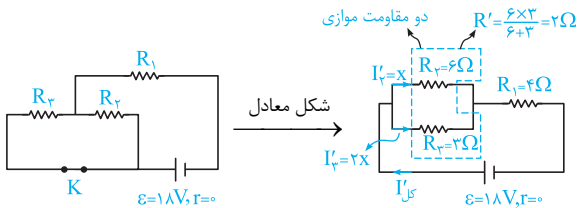
حالت اول: (کلید باز): در این حالت مقاومت R_2 در مدار نبوده و جریان عبوری از لامپ (۲) برابر است با:

$$R_{T1} = 4 + 6 = 10\Omega, \quad I_2 = I_{کل} = \frac{\epsilon}{R_{T1} + r} = \frac{18}{10 + 0} = \frac{18}{10} \text{ A}$$

حالت دوم: (کلید بسته): در این حالت دو مقاومت R_2 و R_3 با یکدیگر موازی بوده و داریم:

$$R_{T2} = R' + R_1 = 2 + 4 = 6\Omega, \quad I'_{کل} = \frac{\epsilon}{R_{T2} + r} = \frac{18}{6 + 0} = 3 \text{ A}$$

حال این جریان ۳A بین دو مقاومت موازی R_2 و R_3 پخش می‌شود.



$$I'_{کل} = I'_2 + I'_3 \xrightarrow{I'_{کل}=3A, I'_2=2x, I'_3=x} x + 2x = 3 \Rightarrow x = 1A \Rightarrow I'_2 = x = 1A$$

بنابراین در مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{I'_2}{I_2} = \frac{1}{\frac{18}{10}} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

۳۱۹۱۲ این سؤال نسبتاً دشوار را در دو حالت تحلیل می‌کنیم:

حالت اول: (هنگامی که هر دو کلید K_1 و K_2 باز هستند): در این حالت از مقاومت R جریانی عبور نمی‌کند و نیروی محرکه مولد برابر است با:

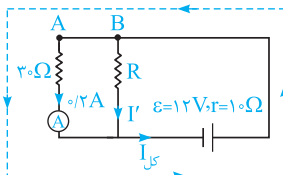
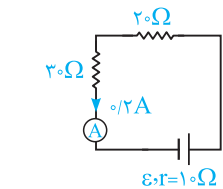
$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_{e1} + r} \Rightarrow 0.2 = \frac{\epsilon}{50 + 10} \Rightarrow \epsilon = 12 \text{ V}$$

حالت دوم: (هنگامی که هر دو کلید K_1 و K_2 بسته هستند): در این حالت مقاومت 20Ω اتصال کوتاه می‌شود و مدار به شکل مقابل درمی‌آید. برای محاسبه R در این مدار داریم:

$$V_A - 0.2 \times 30 + \frac{12}{\epsilon} - 10 \times I_{کل} = V_A$$

$$I_{کل} = 0.6 \text{ A} \Rightarrow I' = I_{کل} - 0.2 = 0.4 \text{ A}$$

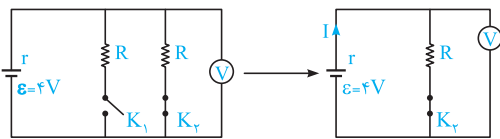
$$V_B - R \times \frac{0.4}{I'} + 12 - 10 \times 0.6 = V_B \Rightarrow R = \frac{6}{0.4} = 15\Omega$$



۱۱۹۱۳

تذکر

همان طور که در خلاصه نکات (۱۰) اشاره کردیم، در تست‌های (۱۹۱۳) تا (۱۹۱۶)، با تست‌های نسبتاً دشواری روبه‌رو هستیم که در آن‌ها باید دو بار جریان در مدار را به دست آورد و دو بار از رابطه $V = RI$ استفاده کرد.



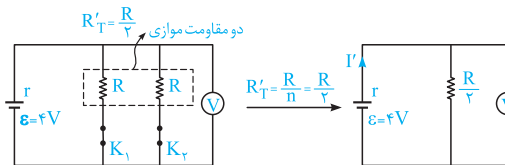
مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر یکی از کلیدها باز و دیگری بسته باشد، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود:

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{\varepsilon=4V} I = \frac{4}{R+r}$$

مقداری که ولت‌سنج در این حالت نشان می‌دهد برابر است با:

$$V = RI \xrightarrow{I = \frac{4}{R+r}} V = R \times \frac{4}{R+r} \Rightarrow R = \frac{4r}{4-V}$$



حالت دوم: اگر هر دو کلید بسته شود، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود:

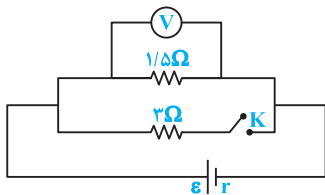
$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow{\substack{\varepsilon=4V \\ R_T = \frac{R}{2} = \frac{2r}{2}}} I' = \frac{4}{\frac{2r}{2} + r}$$

و مقداری که ولت‌سنج در این حالت نشان می‌دهد برابر است با:

$$V' = \frac{R}{2} I' \xrightarrow{I' = \frac{4}{\frac{2r}{2} + r}} V' = \frac{2r}{2} \times \frac{4}{\frac{2r}{2} + r} = 2/4 V$$

مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم (به جای شکل باتری در صورت سؤال، از نماد ---|--- استفاده کرده‌ایم): ۱۱۹۱۴

حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مقاومت ۳ اهمی حذف می‌شود و جریانی عبوری از مدار عبارت است از:

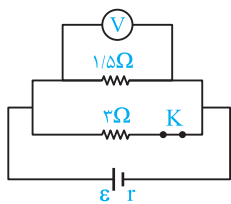


$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{R=1/5\Omega} I = \frac{\varepsilon}{1/5+r}$$

$$\text{عدد ولت‌سنج: } V_1 = RI \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{1/5+r}} V_1 = 1/5 \times \frac{\varepsilon}{1/5+r}$$

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، هر دو مقاومت ۱/۵ Ω و ۳ Ω در مدار به صورت موازی حضور دارند و مقاومت

$$\text{معادل } R_T = \frac{3 \times 1/5}{3 + 1/5} = 1\Omega \text{ است.}$$



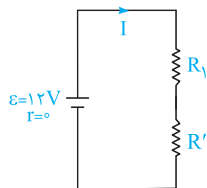
$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow{R_T=1\Omega} I_T = \frac{\varepsilon}{1+r} \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج: } V_2 = R_T I_T \Rightarrow V_2 = 1 \times \frac{\varepsilon}{1+r}$$

در ادامه با توجه به این‌که $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{9}$ است، داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{1+r}}{\frac{1/5 \varepsilon}{1/5+r}} = \frac{1/5+r}{1/5(1+r)} = \frac{1}{9} \Rightarrow r = 0/5\Omega$$

۱۱۹۱۵

برای روشن شدن کلید الکترونیکی، باید ولتاژ دو سر رئوستا برابر ۵ ولت شود. بنابراین می‌توان نوشت:

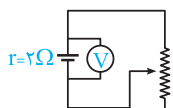


$$V' = RI \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_1+R'}} V' = R' \frac{\varepsilon}{R_1+R'}$$

$$\Rightarrow 5 = 200 \times 10^3 \times \frac{12}{R_1 + 200 \times 10^3} \Rightarrow R_1 = 2/8 \times 10^5 \Omega$$

مقداری که ولت‌سنج در حالت اول نشان می‌دهد برابر است با:

۱۱۹۱۶



$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow V_1 = R_1 \times \frac{\varepsilon}{R_1+r} \xrightarrow{\substack{R_1=20\Omega \\ r=2\Omega}} V_1 = \frac{20\varepsilon}{20+2}$$

از طرفی مقداری که ولتسنج در حالت دوم نشان می‌دهد برابر است با:

$$V_r = R_r I_r \Rightarrow V_r = R_r \times \frac{\epsilon}{R_r + r} \xrightarrow{r=2\Omega} V_r = \frac{R_r \epsilon}{R_r + 2}$$

با توجه به صورت سؤال نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ برابر $\frac{1}{2}$ است و داریم:

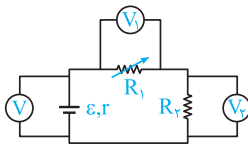
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{R_r \epsilon}{R_r + 2}}{\frac{2\epsilon}{20 + 2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_r(20 + 2)}{20(R_r + 2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_r \approx 1/6 \Omega$$

وقتی R برابر صفر است، اختلاف پتانسیل دو سر مولد صفر می‌شود (گویی ولتسنج را به دو سر یک سیم بدون مقاومت متصل کرده‌ایم) و زمانی که R بی‌نهایت می‌شود، جریان صفر می‌شود و V برابر ϵ است، بنابراین عدد ولتسنج بین صفر تا ϵ تغییر می‌کند.

$$R_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\epsilon}{0 + r} = \frac{\epsilon}{r} \Rightarrow V_1 = \epsilon - r I_1 = \epsilon - r \times \frac{\epsilon}{r} = 0$$

$$R_1 = \infty \Rightarrow I_1 = \frac{\epsilon}{R_1 + r} = 0 \Rightarrow V_1 = \epsilon - r I_1 \xrightarrow{I_1=0} V_1 = \epsilon$$

در حالتی که مقاومت R_1 صفر است، ولتاژ دو سر آن با توجه به رابطه $V_1 = R_1 I$ برابر صفر می‌شود. از طرفی در حالتی که مقاومت R_1 بی‌نهایت شود، جریان در مدار برابر صفر شده و ولتاژ دو سر مقاومت R_1 ، برابر با نیروی محرکه مولد (ϵ) خواهد شد:



$$R_1 = \infty \Rightarrow I = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_r = R_r I = 0 \\ V = \epsilon - r I = \epsilon \end{cases}$$

$$V_{\text{کل}} = V_1 + V_r \Rightarrow \epsilon = V_1 + 0 \Rightarrow V_1 = \epsilon$$

کمی بیشتر: نمی‌توان گفت $V_1 = R_1 I$ بوده و با توجه به صفر بودن I ، V_1 صفر است، زیرا در این حالت $R_1 = \infty$ است و حاصل $\infty \times 0$ ، از لحاظ ریاضی یک حد است که باید رفع ابهام شود.

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید: ۳۱۹۱۹

بررسی تأثیر تغییر مقاومت خارجی بر روی عدد آمپرسنج و ولتسنج و نور لامپ (تست‌های ۱۹۱۹ تا ۱۹۳۴)

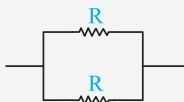
خلاصه نکات

در این قسمت، مطالب آموخته شده در خلاصه نکات‌های قبلی را به صورت مفهومی بررسی خواهیم کرد. برای بررسی سؤالات این قسمت، به طور اجمالی برخی از مفاهیم مورد نیاز را یادآوری می‌کنیم:

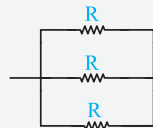
$$\uparrow I = \frac{\epsilon}{\downarrow (R_T) + r}$$

۱ اگر مقاومت خارجی مدار کاهش یابد، جریان کل مدار افزایش می‌یابد و بالعکس.

۲ اگر تعداد مقاومت‌های موازی در مدار افزایش یابد، مقاومت معادل مدار کاهش و جریان کل مدار افزایش می‌یابد.



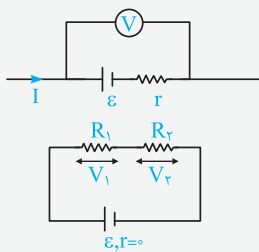
$$R_{T1} = \frac{R}{2}$$



$$R_{T2} = \frac{R}{3}$$

و اگر تعداد مقاومت‌های سری در مدار افزایش یابد، مقاومت معادل مدار افزایش و جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

۳ با افزایش جریان عبوری از باتری، افت پتانسیل در داخل باتری افزایش یافته و اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.



$$I \uparrow \Rightarrow \uparrow r I \text{ : افت پتانسیل}$$

$$\downarrow V = \epsilon - r I \Rightarrow \uparrow \text{ اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.}$$

۴ در مدار شکل مقابل، مجموع دو ولتاژ V_1 و V_2 برابر ϵ می‌باشد (چون مقاومت درونی مولد صفر است).

حال اگر به هر دلیلی V_2 کاهش یابد، باید V_1 افزایش یابد تا مجموع آن‌ها ثابت بماند.

$$\epsilon = V_1 + V_2 \Rightarrow \downarrow V_2 \Rightarrow \uparrow V_1 \text{ باید افزایش یابد تا با کاهش } V_2 \text{ مجموع آن‌ها ثابت بماند.}$$

ثابت

در سؤال‌های ارائه شده در این قسمت، استفاده از مطالب ساده فوق را به خوبی آموزش می‌دهیم.



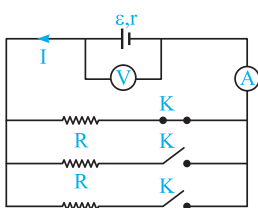
با توجه به رابطه $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ ، هر چه مقاومت R بیشتر شود، جریان در مدار کم‌تر می‌شود و آمپرسنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد. از طرفی با توجه به رابطه $V = \epsilon - rI$ ، واضح است که هر چه جریان در مدار کم‌تر باشد، افت پتانسیل درون مولد (یعنی rI) نیز کم‌تر می‌شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد، بیشتر می‌گردد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد. \uparrow عدد ولت‌سنج (اختلاف پتانسیل دو سر باتری) \Rightarrow \downarrow افت پتانسیل $\Rightarrow I \downarrow \Rightarrow R \uparrow$

سؤال جالب و خوبی است که دانش‌آموزان در آن نمره منفی زیاد می‌گیرند. با توجه به این‌که مقاومت درونی مولد ناچیز است ($r=0$)، افت پتانسیل در مولد (یعنی rI) صفر بوده و نیروی محرکه مولد با اختلاف پتانسیل دوسر آن برابر است ($V = \epsilon$)، بنابراین با تغییر مقاومت مدار، عدد ولت‌سنج تغییر نمی‌کند.

$$V = \epsilon - rI \xrightarrow{r=0} V = \epsilon$$

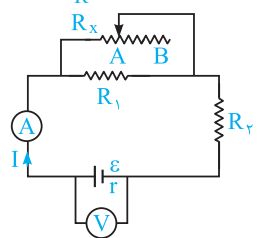
در ادامه با توجه به رابطه $R = R_0(1 + \alpha\Delta\theta)$ ، با کاهش دما، مقاومت مدار کاهش می‌یابد و در نتیجه جریان عبوری از مدار (مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد) افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\epsilon}{R+r}$$



۲۱۹۲۱ اگر با بستن کلیدهای بیشتر تعداد مقاومت‌های موازی در مدار بیشتر شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد ($R_T = \frac{R}{n}$) و در نتیجه شدت جریان خروجی از باتری افزایش می‌یابد و با افزایش شدت جریان، افت پتانسیل در باتری زیاد می‌شود و ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد ($V = \epsilon - rI$).

\downarrow عدد ولت‌سنج دو سر باتری \Rightarrow \uparrow افت پتانسیل $\Rightarrow I \uparrow \Rightarrow R_T = \frac{R}{n} \uparrow \Rightarrow$ \downarrow عدد ولت‌سنج دو سر باتری \Rightarrow \downarrow عدد ولت‌سنج دو سر باتری \Rightarrow \downarrow عدد ولت‌سنج دو سر باتری بسته شود



۲۱۹۲۲ با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت شاخه بالایی (R_x) افزایش یافته و در نتیجه مقاومت معادل R_1 و R_x هم افزایش یافته و مقاومت معادل کل مدار نیز در نهایت افزایش می‌یابد. با رخ دادن این اتفاق، داریم:

$$R_x \uparrow \rightarrow R_T \uparrow \rightarrow I \downarrow \rightarrow \downarrow \text{ افت پتانسیل } \rightarrow V \uparrow$$

این موضوع یعنی $V' > V$ و $I' < I$ می‌شود.

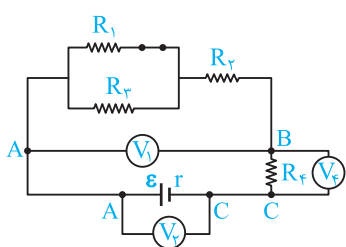
۱۱۹۲۳ با کاهش مقاومت R_1 ، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و در نتیجه شدت جریان و افت پتانسیل در باتری (rI) افزایش می‌یابد. در اثر افزایش شدت جریان، بنا به رابطه $V_p = R_p I$ و $V = \epsilon - rI$ ، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p (یعنی V_p) افزایش و اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V) کاهش می‌یابد. از طرفی چون V کاهش یافته و V_p افزایش یافته است، پس V_1 الزاماً باید کاهش یابد تا تساوی زیر برقرار بماند.

$$R_1 \downarrow \Rightarrow I \uparrow \Rightarrow (rI) \uparrow \Rightarrow \downarrow \text{ (ولتاژ دو سر باتری) } V \downarrow \text{ و } \uparrow (V_p) = R_p (I) \uparrow$$

$$\downarrow V = V_1 + \uparrow (V_p) \Rightarrow V_1 \text{ لزوماً کاهش می‌یابد تا تساوی برقرار شود.}$$

۱۱۹۲۴ با بستن کلید، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد (چرا؟)، در نتیجه جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد و افت پتانسیل در باتری را زیاد می‌کند و در نهایت ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد ($V_p' < V_p$).

ثابت $V_p = \frac{\epsilon}{R_T} - rI \uparrow$: ولتاژ دو سر باتری \Rightarrow \uparrow افت پتانسیل $\Rightarrow I \uparrow \Rightarrow R_T \downarrow \Rightarrow$ کلید K بسته شود



با افزایش جریان (اگر به‌عنوان ابتکار یک ولت‌سنج فرضی در دو سر R_p در نظر بگیریم) ولتاژ دو سر مقاومت R_p زیاد می‌شود (کل $V_p = R_p I$). از طرفی مجموع ولتاژ R_p با V_1 برابر با V_p است، پس V_1 نیز باید کاهش یابد، تا تساوی زیر برقرار بماند.

$\downarrow V_p$ (ولتاژ دو سر باتری) \Rightarrow \uparrow افت پتانسیل $\Rightarrow I \uparrow \Rightarrow R_T \downarrow \Rightarrow$ کلید K بسته شود.

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} \Rightarrow \downarrow V_1 = V_1 + \uparrow (V_p) \Rightarrow V_1 \text{ باید کاهش یابد.}$$