

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جلسه تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



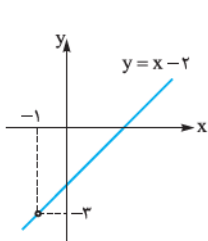


# رفع ابهام (درس ۲)

تا این جا دیدیم که حد هر تابع چندجمله‌ای، سینوس، کسینوس، لگاریتم و نمایی در نقاط دامن‌داز، برابر مقدار آن است. هم‌چنین دیدیم که در جمع، ضرب، تفریق، تقسیم، توان و رادیکال و ... از توابع  $f$  و  $g$  می‌توانیم حد تک‌تک آن‌ها را حساب کنیم. حالا سراغ حالتی می‌رویم که در محاسبه  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)}$  حاصل  $\frac{P(a)}{Q(a)}$  برابر  $\frac{0}{0}$  است. یعنی صورت و مخرج هر دو در  $x = a$  صفر هستند. در این صورت باید اول  $P(x)$  و

$Q(x)$  را ساده کنیم (عامل  $(x-a)$  را حذف کنیم) و سپس حد را به دست آوریم. مثلاً برای محاسبه  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$  اول کسر را به

صورت  $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x+1}$  ساده می‌کنیم و سپس حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1}$  را به دست می‌آوریم که می‌شود  $-\frac{1}{2}$ .



وقتی در محاسبه حد  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  به  $\frac{0}{0}$  می‌رسیم، مقدار  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  در  $x = a$  نامعین است و نمودار  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  در  $x = a$

توخالی خواهد بود. مثلاً نمودار  $\frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = x - 2$  را ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -1-2 = -3$$

پس در نمودار، نقطهٔ توخالی در محل  $(-1, -3)$  داریم.

ریاضیات تجربی پایهٔ کنکور

**تست** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{\frac{1}{2}x^2 - x}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) وجود ندارد (۳) ۶ (۴) ۳

**پاسخ گزینهٔ ۱:** با قراردادن  $x = 2$  در تابع به  $\frac{0}{0}$  می‌رسیم. پس باید تابع را ساده کرده و  $(x-2)$  را از صورت و مخرج ساده کنیم:

$$\frac{2x^2 - 5x + 2}{\frac{1}{2}x^2 - x} = \frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(\frac{1}{2}x)} = \frac{2x-1}{\frac{1}{2}x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{\frac{1}{2}x} = \frac{2 \times 2 - 1}{\frac{1}{2} \times 2} = 3$$

حد تابع برابر است با:

**تست** اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + b}{x-1}$  برابر  $l$  باشد  $b$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

**پاسخ گزینهٔ ۱:** با قراردادن  $x = 1$  در تابع به  $\frac{2+b}{0}$  می‌رسیم اما سؤال گفته جواب حد عدد  $l$  است. پس حتماً  $\frac{2+b}{0}$  به صورت

$$\Rightarrow 2+b=0 \Rightarrow b=-2$$

$\frac{0}{0}$  درمی‌آید (اگر  $2+b$  صفر نباشد، جواب حد عدد حقیقی نمی‌شود).

$$\xrightarrow{b=-2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3 = l$$

حالا حد را حساب کنیم:

پس:  $bl = -2 \times 3 = -6$





**تست** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 10}{x^2 - 8}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{4}$     
  ۲) ۱    
  ۳)  $\frac{13}{12}$     
  ۴)  $\frac{3}{2}$

**پاسخ** گزینه ۳ با قراردادن  $x = 2$  به  $\frac{0}{0}$  می‌رسیم. پس باید  $(x - 2)$  را از صورت و مخرج بزنیم:

$$\frac{x^2 + x - 10}{x^2 - 8} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 5)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{13}{12}$$

تقسیم  
اتحاد چاق و لاغر

تقسیم را ببینید:

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 10 \quad | \quad x - 2 \\ \hline x^2 - 2x^2 \quad | \quad x^2 + 2x + 5 \\ 2x^2 + x \quad | \\ \hline 2x^2 - 4x \quad | \\ \hline 5x - 10 \quad | \\ \hline 5x - 10 \quad | \\ \hline 0 \quad | \end{array}$$

ضرب  $x^2 =$

$$(x-2)(x^2 + \dots + 5) = x^2 + x - 10$$

ضرب  $= -10$

البته می‌توانیم به شکل روبه‌رو هم فکر کنیم:

و حالا ضریب وسطی را با جستجو و کنترل حاصل ضرب پیدا کنیم.

اگر تابع رادیکالی باشد، اول با کمک گویا کردن، آن را از زیر رادیکال بیرون می‌آوریم و سپس ساده می‌کنیم مثلاً:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$\xrightarrow{\text{ها را بزنیم}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

**تست** حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{3 + 2x}}{\sqrt{7 - x} - [x]}$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{1}{3}$     
  ۲)  $\frac{1}{3}$     
  ۳)  $-4$     
  ۴) ۴

**پاسخ** گزینه ۱ اولین کار برداشتن براکت است. وقتی  $x \rightarrow 3^-$  یعنی مقادیر  $x$  از ۳ کم‌ترند پس  $[x] = 2$ . حالا در ضابطه

با قراردادن  $x = 3$  به  $\frac{0}{0}$  می‌رسیم. پس باید  $x - 3$  را از صورت و مخرج بزنیم. گویا می‌کنیم:

$$\frac{(x - \sqrt{3 + 2x})(x + \sqrt{3 + 2x})(\sqrt{7 - x} + 2)}{(\sqrt{7 - x} - 2)(x - \sqrt{3 + 2x})(\sqrt{7 - x} + 2)} = \frac{x^2 - (3 + 2x)}{(7 - x) - 4} \times \frac{\sqrt{7 - x} + 2}{x + \sqrt{3 + 2x}}$$

از گویا کردن ماندند

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{3 - x} \times \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7 - x} + 2}{x + \sqrt{3 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{-(x-3)} \times \frac{\sqrt{7-3}+2}{3+\sqrt{3+6}} = -(3+1) \times \frac{4}{6} = -\frac{8}{3}$$



در حدهای مثلثاتی برای ساده کردن عبارت از روابط مثلثاتی هم استفاده می شود.

**تست** حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{|\sin x - 1|}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۱

**پاسخ گزینه ۳:** می دانیم  $\sin x$  هیچ وقت از ۱ بیشتر نیست. پس  $\sin x - 1$  همواره منفی (یا صفر) است و قدر مطلق آن قریندش می شود یعنی:

$$\frac{\cos^2 x}{-(\sin x - 1)} = \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 1 + 1 = 2$$

یک مثال ترکیبی ببینید:

**تست** کدام است؟  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \cos x}}{\tan x - \cot x}$

- (۱)  $\frac{-1}{4\sqrt{2} + \sqrt{2}}$  (۲)  $\frac{1}{4\sqrt{2} + \sqrt{2}}$  (۳)  $\frac{-1}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}}$  (۴)  $\frac{1}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}}$

**پاسخ گزینه ۱:** با قراردادن  $x = \frac{3\pi}{4}$  به  $0/0$  می رسیم. دقت کنید که  $\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  پس باید ضابطه را ساده

کنیم. اول در صورت گویا می کنیم:

$$\frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \cos x}}{\tan x - \cot x} = \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \cos x}}{\tan x - \cot x} \times \frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \cos x}}$$

$$= \frac{(1 + \sin x) - (1 - \cos x)}{(\tan x - \cot x)(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \cos x})} = \frac{\sin x + \cos x}{(\tan x - \cot x)(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \cos x})}$$

نگران پراختی که از گویا کردن به جا می ماند نباشید. جوابش صفر نیست و هر وقت بخواهید می توانید در آن عدد بگذارید. حالا برای ساده کردن کسر، به جای تانژانت و کتانژانت بر حسب  $\sin x$  و  $\cos x$  می نویسیم:

$$= \frac{\sin x + \cos x}{\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}\right)(\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}})} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos x \sin x} \times \frac{1}{2\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

$$\xrightarrow{\text{رایزیم } \sin x + \cos x} \frac{1}{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x \sin x} \times 2\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

و حالا  $x = \frac{3\pi}{4}$  را قرار دهیم:

$$= \frac{1}{\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2})}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}\right) \times 2\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{1}{-4\sqrt{2}\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{-1}{4\sqrt{2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{-1}{4\sqrt{2} + \sqrt{2}}$$

اگر مخرج کسرها صفر شوند، باید مخرج مشترک بگیریم، ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-x^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(1-x)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

اگر  $x$  به سمت صفر برود، می توانیم به جای برخی تابع ها، تابع ساده تری قرار دهیم. این روابط را هم ارزی می نامیم:

$$(1+x)^n \sim 1+nx$$

جمله دارای کمترین توان  $\sim$  چندجمله ای

$$\sqrt[m]{1+x} \sim 1 + \frac{x}{m}$$



مثال‌ها را ببینید:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^6 - 1}{x^2 + x} \xrightarrow{\text{به جای } (1+x)^6 \text{ باید } 1+6x \text{ قرار دهیم}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+6x-1}{x^2+x} \xrightarrow{\text{به جای } x^2+x \text{ را قرار دهیم}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{x} = 6$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{1-x} - \sqrt[4]{1+x}}{x} \xrightarrow{\text{به جای } \sqrt[3]{1-x} \text{ باید } 1-\frac{x}{3} \text{ قرار دهیم و به جای } \sqrt[4]{1+x} \text{ باید } 1+\frac{x}{4} \text{ بگذاریم}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-\frac{x}{3}) - (1+\frac{x}{4})}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{x}{3} - \frac{x}{4}}{x} = -\frac{7}{12}$

**تست** حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - \sqrt{1-3x}}{2x+3x^2+x^3}$  کدام است؟

$\frac{15}{4}$  (۴)       $\frac{11}{4}$  (۳)       $\frac{9}{4}$  (۲)       $\frac{7}{4}$  (۱)

**پاسخ** گزینه ۲ در هم‌ارزی اجازه داریم به جای  $x$  هر عبارت دیگری قرار دهیم فقط باید حاصل آن عبارت به صفر میل کند. پس برای  $(1+2x)^3$  می‌توان نوشت:

در مخرج هم کم‌ترین توان را انتخاب می‌کنیم پس فقط  $2x$  را می‌نویسیم:

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+6x - (1-\frac{3}{2}x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{15}{2}x}{2x} = \frac{15}{4}$$

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۳۴۶- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$  چند برابر حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۳۴۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) ۱۲

۱۳۴۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9^x - 4^x}{3^x - 2^x}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۲      (۳) ۵      (۴) ۱۳

۱۳۴۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 3x^2 + 2x}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) ۲

۱۳۵۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) ۲

۱۳۵۱- در تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 16}{|x^2 - 4|}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱/۵      (۲) -۲/۵      (۳) ۲/۵      (۴) -۱/۵

۱۳۵۲- اگر  $f(x) = \frac{x}{2x^2 - x}$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \times g(x+3)$  کدام است؟

- (۱) ۱/۲      (۲) -۱/۲      (۳) ۲      (۴) -۲

۱۳۵۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)^2}{(x-1)^4 + (x-1)^3}$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) صفر

فصل یازدهم حد و پیوستگی



۱۳۵۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $-\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۳۵۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^2 - a^2} = 3$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $2$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۵۶- اگر حد تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  برابر ۱ باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $3$

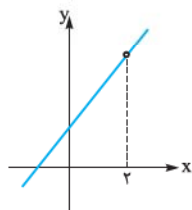
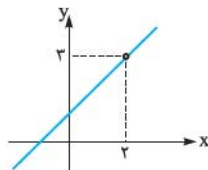
۱۳۵۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + mx + n} = \frac{2}{5}$  مقدار  $m+n$  کدام است؟

- (۱)  $7$  (۲)  $-7$  (۳)  $5$  (۴)  $-5$

۱۳۵۸- اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + mx + n}{x - 2}$  به صورت شکل مقابل باشد،  $m$  کدام است؟

- (۱)  $1$   
(۲)  $-1$   
(۳)  $3$   
(۴)  $-3$

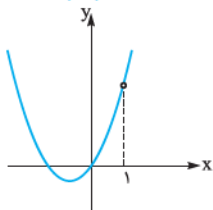
(برگرفته از کتاب درسی)



۱۳۵۹- شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x - a}$  است.  $f(3)$  کدام است؟

- (۱)  $7$   
(۲)  $8$   
(۳)  $9$   
(۴)  $10$

(سراسری - ۸۷)



۱۳۶۰- شکل روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^2 + ax + b}{x - 1}$  است. دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(0, -4)$   
(۲)  $(-4, 0)$   
(۳)  $(-4, 1)$   
(۴)  $(4, 0)$

۱۳۶۱- مجموع حد چپ و راست تابع  $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} + x + 1$  وقتی  $x \rightarrow 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $4$  (۳)  $2$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۶۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|1-x| - |2x-1|}{2x}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) وجود ندارد.

۱۳۶۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + |x|}{2x^2 - |x|}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $4$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-1$

ریاضیات تجربی پایه کنکور



فصل یازدهم حد و پیوستگی

۱۳۶۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x|x| - 2}{2x^2 - x - 6}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۱۳۶۵- حد تابع  $f(x) = \frac{3 - [x]}{x - 3} \sqrt{x^2 - 6x + 9}$  وقتی که  $x \rightarrow 3^-$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $-\infty$

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۳۶۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۶۷- حد تابع  $\frac{1 - \cos x}{|\sin x|} \frac{|\cos x|}{\sin x}$  وقتی  $x \rightarrow 0^-$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۱۳۶۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\cos x - \sin x \cos x}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۳۶۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۱۳۷۰- حد کسر  $\frac{1 + \cos x}{1 + \cos^3 x}$  وقتی  $x \rightarrow \pi$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۱۳۷۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)}{(1 - \tan x)}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲) -۱ (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴) صفر

۱۳۷۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 - \cot x}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۲

۱۳۷۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۷۴- حد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}}$  وقتی که  $x \rightarrow 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۱۳۷۵- حد کسر  $\frac{x - \sqrt{x}}{x - 1}$  وقتی که  $x \rightarrow 1$  چه قدر بیشتر از زمانی است که  $x$  از سمت راست به صفر نزدیک می شود؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$



۱۳۷۶- اگر  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + x}}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۷۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۳۷۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

۱۳۷۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۳۸۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -} \frac{\sqrt{x+4}-2}{|x|}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۸۱- حد عبارت  $\frac{x-\sqrt{2x+3}}{|x-3|}$  وقتی که  $x \rightarrow 3^-$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۳۸۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{2x+3}-3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۳۸۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+6}}{x-\sqrt{3x}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۳۸۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+\sqrt{2-x}}{\sqrt{-4x+1}-3}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $-\frac{9}{8}$

۱۳۸۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax+3a}{x-1-\sqrt{5x+16}} = 2$  آن گاه a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۵

۱۳۸۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2 - (2x+1)^2}{3x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{4}{3}$  (۳) -۲ (۴) صفر

۱۳۸۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{4x-8} - \frac{1}{x^2-4} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

(سراسری - ۸۵)





(سراسری - ۹۶)

۱۳۸۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{6}{x^2 - 2x} - \frac{x+1}{x-2})$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{5}{2}$  (۱)

(سراج - ۹۲)

۱۳۸۹- حد عبارت  $\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x}$  وقتی  $x \rightarrow 2^-$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱۳۹۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} (\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5})$  کدام است؟

$\frac{1}{32}$  (۴)

$\frac{1}{16}$  (۳)

$\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

فصل یازدهم حد و پیوستگی



**راه دوم** در درس نامه گفتیم اگر  $X$  به صفر میل کند عبارت هم‌ارز است با کوچک‌ترین توان  $X$ ، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{2x} = -1$$

**۱۳۵۰- گزینه ۱** چون  $X \rightarrow 1$  و حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2}$  به شکل  $\frac{0}{0}$  است پس باید صورت و مخرج را تجزیه کنیم تا عامل  $(X - 1)$  ایجاد شود. برای این کار دو راه داریم:

**راه اول** چون صورت و مخرج به ازای  $X = 1$  صفر می‌شوند بر  $X - 1$  بخش پذیرند پس هر دو را بر  $X - 1$  تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x + 2 \quad | \quad x - 1 \\ -(x^3 - x^2) \quad \quad \quad x^2 + x - 2 \\ \hline x^2 - 3x + 2 \\ -(x^2 - x) \quad \quad \quad -2x + 2 \\ \hline -2x + 2 \\ -(-2x + 2) \quad \quad \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 2 \quad | \quad x - 1 \\ -(x^3 - x^2) \quad \quad \quad 2x^2 - 2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ -(2x^2 - 2x) \quad \quad \quad 2x - 2 \\ \hline 2x - 2 \\ -(2x - 2) \quad \quad \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

پس صورت و مخرج به شکل زیر تجزیه می‌شوند:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x - 2)}{(x - 1)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$= \frac{1 + 1 - 2}{1 + 2 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

**راه دوم** صورت و مخرج کسر را با دسته‌بندی عوامل تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{صورت: } x^3 - 3x + 2 &= x^3 - 1 - 3x + 3 \\ &= (x - 1)(x^2 + x + 1) - 3(x - 1) = (x - 1)(x^2 + x - 2) \\ &= (x - 1)(x - 1)(x + 2) = (x - 1)^2(x + 2) \\ \text{مخرج: } x^3 + x^2 - 2 &= x^3 - 1 + x^2 - 1 \\ &= (x - 1)(x^2 + x + 1) + (x - 1)(x + 1) \\ &= 4(x - 1)(x^2 + x + 1 + x + 1) = (x - 1)(x^2 + 2x + 2) \end{aligned}$$

حالا در ادامه مثل بالا حاصل حد را پیدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2(x + 2)}{(x - 1)(x^2 + 2x + 2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{x^2 + 2x + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \text{ و } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$$

هر دو حد **گزینه ۲** هستند. پس برای رفع ابهام صورت و مخرج هر کدام از کسرها را تجزیه می‌کنیم تا عاملی را که صفر می‌شود حذف کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x + 3)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x + 3) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3$$

پس اولی  $\frac{1}{3}$  برابر دومی است.

**۱۳۴۷- گزینه ۴** صورت کسر را با اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2x + 4) = 4 + 4 + 4 = 12$$

**۱۳۴۸- گزینه ۲** ممکن است اولش سخت به نظر برسد اما اگر

حواسمان باشد که  $9^x - 4^x = (3^x)^2 - (2^x)^2$  می‌توانیم صورت را با اتحاد مزدوج تجزیه کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 4^x}{3^x - 2^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3^x)^2 - (2^x)^2}{3^x - 2^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3^x - 2^x)(3^x + 2^x)}{3^x - 2^x} = 3^0 + 2^0 = 2$$

**۱۳۴۹- گزینه ۳** **راه اول** باید صورت و مخرج کسر را تجزیه کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-2}{2} = -1$$



۱۳۵۵- کزینیه ۳ صورت را با اتحاد چاق و لاغر و مخرج را با اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x^2 + ax + a^2)}{(x-a)(x+a)} = \frac{a^2 + a^2 + a^2}{a+a} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3}{2}a$$

حالا باید  $\frac{3}{2}a = 3$  شود پس  $a = 2$ .

۱۳۵۶- کزینیه ۲ راه اول چون وقتی  $X \rightarrow 1$  صورت و مخرج کسر

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1}$$

هر دو صفر می‌شوند پس هم صورت و هم مخرج را بر  $X-1$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{-(x^3 - x^2)} \cdot \frac{x-1}{x^2 + (2a+1)x + 2a} = \frac{(2a+1)x^2 - x - 2a}{-((2a+1)x^2 - (2a+1)x)} \cdot \frac{x-1}{2ax - 2a}$$

$$= \frac{(2a+1)x^2 - x - 2a}{-(2ax - 2a)} \cdot \frac{x-1}{ax + 1}$$

$$\frac{ax^2 + x(1-a) - 1}{-(ax^2 - ax)} \cdot \frac{x-1}{ax + 1} = \frac{(x-1)}{(x-1)}$$

پس صورت و مخرج به شکل زیر تجزیه می‌شوند:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + (2a+1)x + 2a)}{(x-1)(ax+1)} = \frac{1+2a+1+2a}{a+1} = \frac{4a+2}{a+1}$$

حالا  $\frac{4a+2}{a+1}$  باید برابر ۱ شود:

$$\frac{4a+2}{a+1} = 1 \Rightarrow 4a+2 = a+1 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

راه دوم صورت و مخرج کسر را با دسته‌بندی عوامل تجزیه می‌کنیم:

$$x^3 + 2ax^2 - x - 2a = (x^3 - x) + (2ax^2 - 2a) = x(x^2 - 1) + 2a(x^2 - 1) = (x-1)(x+1)(x+2a)$$

$$ax^2 + x(1-a) - 1 = (ax^2 - ax) + (x-1) = ax(x-1) + (x-1) = (x-1)(ax+1)$$

حالا حاصل حد را پیدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x+2a)}{(x-1)(ax+1)} = \frac{2(1+2a)}{a+1}$$

و باز هم باید حاصل حد برابر ۱ شود، پس:

$$\frac{2+4a}{a+1} = 1 \Rightarrow 2+4a = a+1 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

۱۳۵۱- کزینیه ۲ مخرج کسر  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 6x - 16}{|x^2 - 4|}$  شامل یک

قدرمطلق است که وقتی  $X \rightarrow 2^-$  صفر می‌شود. پس باید علامت عبارت داخل قدرمطلق را تعیین کنیم:  $|x^2 - 4|$  برابر است با  $|(x-2)(x+2)|$  و وقتی  $X \rightarrow 2^-$  داریم  $|x^2 - 4| \rightarrow 0^- \times 4$  پس عبارت داخل قدرمطلق منفی است:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 6x - 16}{|x^2 - 4|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+8)}{-(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x+8)}{-(x+2)} = \frac{10}{-4} = -2.5$$

۱۳۵۲- کزینیه ۲ حاصل هر کدام از جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(2x-1)} = -1$$

در حد  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x+3)$  وقتی که  $X \rightarrow 0$  عامل  $3$   $(x+3)$  پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x+3) = \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2}$$

پس حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \times g(x+3) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 0} g(x+3) = -1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۳۵۳- کزینیه ۲ راه اول چون تمام عامل‌های صورت و مخرج وقتی

$X \rightarrow 1$  به سمت صفر میل می‌کنند پس از هم‌ارزی کوچک‌ترین توان استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)^3}{(x-1)^4 + (x-1)^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)^3}{(x-1)^3} = 2$$

راه دوم از  $(x-1)^3$  در صورت و مخرج فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{2(x-1)^3}{(x-1)^4 + (x-1)^3} = \frac{(x-1)^3 \times 2}{(x-1)^3(x-1+1)} = \frac{2}{x}$$

و حد آن در  $1$  می‌شود:  $\frac{2}{1} = 2$

۱۳۵۴- کزینیه ۲ راه اول در هم‌ارزی‌ها داشتیم:

$$(1+a)^m \sim 1+ma \quad \text{پس می‌توانیم بنویسیم:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+3x-1}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\Delta x} = \frac{3}{5}$$

راه دوم صورت را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x-1)((1+x)^2 + (1+x) + 1)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 + (1+x) + 1}{5} = \frac{3}{5}$$

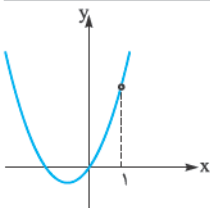
راه سوم اتحاد صورت را باز کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+3x+3x^2+x^3-1}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+3x^2+x^3}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{5} + \frac{3x}{5} + \frac{x^2}{5} \right) = \frac{3}{5}$$

**راه دوم** صورت کسر را با دسته‌بندی تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 6 &= 2x^2 - 4x + 3x - 6 \\ &= 2x(x-2) + 3(x-2) = (x-2)(2x+3) \end{aligned}$$

و بقیه راه حل مثل راه اول.



**۱۳۶۰- گزینه ۲** اولاً نمودار از مبدأ مختصات یعنی  $(0,0)$  عبور می‌کند پس:

$$f(x) = \frac{4x^2 + ax + b}{x-1} \xrightarrow{(0,0)} 0 = \frac{b}{-1} \Rightarrow b = 0$$

و ثانیاً از روی نمودار معلوم است که نقطه  $X=1$  جزء دامنه تابع

$$f(x) = \frac{4x^2 + ax}{x-1}$$

نیست ولی تابع وقتی  $X \rightarrow 1$  حد دارد و

چون مخرج کسر وقتی  $X \rightarrow 1$  که برابر صفر می‌شود پس صورت کسر هم باید برابر صفر شود که حاصل رفع ابهام کسر برابر عدد مشخص شود یعنی:

$$4x^2 + ax \xrightarrow{x=1} 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$$

پس دوتایی  $(a, b)$  می‌شود  $(-4, 0)$ .

**۱۳۶۱- گزینه ۲** در هر کدام از حدهای راست یا چپ باید تعیین

کنیم علامت عبارت داخل قدرمطلق مثبت است یا منفی.  $|x^2 - 1|$  برابر است با  $|(x-1)(x+1)|$  و وقتی  $X$  از سمت راست یا چپ به ۱ میل می‌کند، داریم:

$$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow |(x-1)(x+1)| = |0^+ \times 2| = |0^+|$$

$$x \rightarrow 1^- \Rightarrow |(x-1)(x+1)| = |0^- \times 2| = |0^-|$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1|}{x-1} + x + 1 = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} + x + 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} x + 1 + x + 1 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1|}{x-1} + x + 1 = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} + x + 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x+1) + x + 1 = 0$$

پس مجموع حد راست و چپ تابع برابر است با:  $4 + 0 = 4$

**۱۳۶۲- گزینه ۳** وقتی  $X \rightarrow 0$  هیچ‌کدام از عبارتهای داخل

قدرمطلق صفر نمی‌شوند پس لازم نیست حد راست و چپ را جدا کنیم و داخل قدرمطلق  $|1-x|$  مثبت و داخل قدرمطلق  $|2x-1|$  منفی است پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|1-x| - |2x-1|}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x+2x-1}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

**۱۳۵۷- گزینه ۴** اولاً چون وقتی  $X \rightarrow 2$  صورت کسر

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + mx + n}$$

برابر صفر می‌شود و حاصل حد شده است  $\frac{2}{5}$

(یعنی صفر نشده) پس مخرج کسر هم باید به ازای  $X=2$  برابر صفر شود، پس:

$$x^2 + mx + n \xrightarrow{x=2} 4 + 2m + n = 0 \Rightarrow n = -2m - 4$$

و ثانیاً باید حاصل حد بعد از رفع ابهام برابر  $\frac{2}{5}$  شود، پس صورت و مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم: (در مخرج به جای  $n$  می‌گذاریم  $-2m-4$ )

$$x^2 - 2x = x(x-2)$$

$$x^2 + mx - 2m - 4 = (x^2 - 4) + m(x-2)$$

$$= (x-2)(x+2) + m(x-2) = (x-2)(x+2+m)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + mx - 2m - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2+m)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2+m} = \frac{2}{4+m}$$

پس  $\frac{2}{4+m}$  باید برابر  $\frac{2}{5}$  شود:

$$\frac{2}{4+m} = \frac{2}{5} \Rightarrow 4+m=5 \Rightarrow m=1 \Rightarrow n=-2m-4 \Rightarrow n=-6$$

پس مقدار  $m+n$  برابر است با  $1+(-6) = -5$

**۱۳۵۸- گزینه ۲** در  $X=2$  حد تابع موجود و برابر ۳ است اما

با جای‌گذاری  $X=2$  در تابع به  $\frac{4+2m+n}{0}$  می‌رسیم. پس

$4+2m+n$  باید صفر باشد و صورت کسر بر  $X=2$  بخش‌پذیر است:

$$n = -4 - 2m \Rightarrow x^2 + mx + n = x^2 + mx - 4 - 2m$$

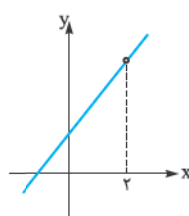
$$= (x-2)(x+2) + m(x-2) = (x-2)(x+2+m)$$

پس ضابطه ساده‌شده تابع به صورت  $\frac{(x-2)(x+2+m)}{x-2}$  یا

$x+2+m$  درمی‌آید که به ازای  $X=2$  می‌شود  $4+m$  و باید ۳ باشد:

$$4+m=3 \Rightarrow m=-1$$

**۱۳۵۹- گزینه ۳** از روی نمودار تابع معلوم است که  $X=2$  جزء



دامنه تابع نیست پس مخرج تابع

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x-a}$$

به ازای  $X=2$  برابر صفر می‌شود یعنی

$$2 - a = 0 \Rightarrow a = 2$$

حالا ضابطه

تابع را ساده می‌کنیم:

**راه اول** صورت تابع را بر مخرجش تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2x^2 - x - 6}{x-2} \Rightarrow \frac{2x^2 - x - 6}{x-2} \left| \begin{array}{l} x-2 \\ 2x+3 \\ 3x-6 \\ -(3x-6) \end{array} \right. \\ &= \frac{(x-2)(2x+3)}{x-2} \Rightarrow f(x) = 2x+3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-2)(2x+3)}{x-2} \Rightarrow f(x) = 2x+3$$

$$f(3) = 2(3) + 3 = 9$$

حالا  $f(3)$  را پیدا می‌کنیم:





$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \sin^2 x)}{1 - \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 + \sin x) = 2$$

۱۳۶۹- **گزینه ۱** اگر  $\sin^3 x$  را به صورت  $\sin x \sin^2 x$  بنویسیم و از اتحاد  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$  استفاده کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos^2 x)}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin x (1 + \cos x)$$

$$= 0 \times 2 = 0$$

۱۳۷۰- **گزینه ۳** مخرج را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{1 + \cos^3 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{1 - \cos x + \cos^2 x} = \frac{1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

۱۳۷۱- **گزینه ۱** اگر به جای  $\tan x$  بنویسیم  $\frac{\sin x}{\cos x}$  و مخرج مشترک بگیریم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)}{(1 - \tan x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)}{(1 - \frac{\sin x}{\cos x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)}{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\frac{1}{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (-\cos x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۳۷۲- **گزینه ۲ راه اول**  $\tan x$  و  $\cot x$  را برحسب سینوس و کسینوس می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 - \cot x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \frac{\sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\cos x}{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x - \cos x}{\sin x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$$

**راه دوم** به جای  $\cot x$  می‌نویسیم  $\frac{1}{\tan x}$  و عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 - \cot x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \tan x)}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{\frac{-1}{\tan x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (-\tan x) = -1$$

۱۳۶۳- **گزینه ۱ راه اول** هم در صورت و هم در مخرج وقتی  $x \rightarrow 0$  تمام عوامل صفر می‌شوند پس می‌توانیم از هم‌ارزی کوچک‌ترین توان استفاده کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + |x|}{2x^2 - |x|} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{-|x|} = -1$$

**راه دوم** حد راست و چپ را جدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 + |x|}{2x^2 - |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 + x}{2x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(3x + 1)}{x(2x - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x + 1}{2x - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^2 + |x|}{2x^2 - |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^2 - x}{2x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(3x - 1)}{x(2x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x - 1}{2x + 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

پس حاصل حد برابر است با -۱.

۱۳۶۴- **گزینه ۲** وقتی  $x \rightarrow 2^-$  حتماً  $1 < x < 2$  است و  $[x] = 1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x[x] - 2}{2x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(2x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{2x+3} = \frac{2+1}{4+3} = \frac{3}{7}$$

۱۳۶۵- **گزینه ۲** وقتی  $x \rightarrow 3^-$  حتماً  $2 < x < 3$  و  $[x] = 2$  است.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3-2)}{(x-3)} \sqrt{(x-3)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)}{x-3} = -1$$

۱۳۶۶- **گزینه ۳** می‌دانیم  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ .

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 + \sin x) = 1 + 1 = 2$$

۱۳۶۷- **گزینه ۳** وقتی  $x \rightarrow 0^-$  یعنی  $x$  در ربع چهارم دایره مثلثاتی است پس  $\sin x < 0$  و  $\cos x > 0$  است پس حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x |\cos x|}{|\sin x| \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos^2 x}{-\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{-\sin^2 x} = -1$$

۱۳۶۸- **گزینه ۳** کافی است در مخرج از  $\cos x$  فاکتور بگیریم و بعد از رابطه  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$  استفاده کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\cos x - \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\cos x (1 - \sin x)}$$



۱۳۷۶- **گزینه ۳** چون در صورت و مخرج تمام عامل‌ها وقتی  $X \rightarrow 0$  به سمت صفر میل می‌کنند پس از هم‌ارزی کوچک‌ترین توان استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 1$$

۱۳۷۷- **گزینه ۲** چون حد تمام عامل‌ها وقتی  $X \rightarrow 1^-$  برابر صفر می‌شود از هم‌ارزی کوچک‌ترین توان استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} = 1$$

۱۳۷۸- **گزینه ۴** صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{(x-2)(x+2)} \times \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

۱۳۷۹- **گزینه ۴** صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \times \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱۳۸۰- **گزینه ۱** وقتی که  $X \rightarrow 0^-$  داخل قدرمطلق  $|x|$  منفی است، برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{|x|} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{(-x)} \times \frac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+4-4)}{(-x)(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{-(\sqrt{x+4}+2)} \\ &= \frac{1}{-(2+2)} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

۱۳۸۱- **گزینه ۲** وقتی که  $X \rightarrow 3^-$  عبارت  $X-3$  منفی است و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - \sqrt{2x+3}}{|x-3|} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x - \sqrt{2x+3})}{-(x-3)} \times \frac{(x + \sqrt{2x+3})}{(x + \sqrt{2x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{-(x-3)(x + \sqrt{2x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-3)(x+1)}{-(x-3)(x + \sqrt{2x+3})} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x+1)}{-(x + \sqrt{2x+3})} \\ &= \frac{3+1}{-(3+3)} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

۱۳۷۳- **گزینه ۱** **راه اول** صورت کسر را تجزیه و صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)(\sqrt{x}+1) = 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

**راه دوم** همان‌طور که با اتحاد مزدوج می‌توانیم بنویسیم  $X^2-1 = (X-1)(X+1)$  به همان ترتیب هم می‌نویسیم  $X-1 = (\sqrt{X}-1)(\sqrt{X}+1)$  پس داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1)(x+1) \\ &= 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

۱۳۷۴- **گزینه ۱** چون  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}}$  به صورت  $\frac{0}{0}$  است و  $X \rightarrow 1$

پس در صورت و مخرج باید عبارت  $X-1$  ایجاد کنیم. برای این کار یک بار صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت و یک بار هم در قسمت چاق عبارت مخرج ضرب می‌کنیم، ببینید:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(1-x)}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})} \times \frac{(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})(1-x)}{(1+\sqrt{x})(1-x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})}{1+\sqrt{x}} = \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

۱۳۷۵- **گزینه ۳** اول حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x-1}$  را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

و بعد حد همان عبارت وقتی که  $X \rightarrow 0^+$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-\sqrt{x}}{x-1} = \frac{0-0}{0-1} = 0$$

پس حد اولی به اندازه  $\frac{1}{2}$  از حد دومی بیشتر است.



$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(x+3)(1+\sqrt{5x+16})}{-5(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(1+\sqrt{5x+16})}{-5}$$

$$= \frac{a(1+1)}{-5} = -\frac{2}{5}a$$

پس باید  $2 = -\frac{2}{5}a$  شود و در نتیجه  $a = -5$ .

۱۳۸۶- **گزینه ۲** داشتیم وقتی که  $a \rightarrow 0$  عبارت  $(1+a)^m$  هم ارز است با  $1+ma$  پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^2 - (2x+1)^2}{3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x) - (1+6x)}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4x}{3x} = -\frac{4}{3}$$

البته می‌شد پراتنز اول را به توان ۲ و پراتنز دوم را به توان ۳ برسانیم و صورت کسر را ساده کنیم که خیلی وقت می‌گرفت.

۱۳۸۷- **گزینه ۱** اول مخرج مشترک می‌گیریم و بعد کسر را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{4x-8} - \frac{1}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2) - 4}{4(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{4(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{4(x+2)} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$$

۱۳۸۸- **گزینه ۱** مخرج مشترک می‌گیریم و صورت کسر را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6}{x^2-2x} - \frac{x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6}{x(x-2)} - \frac{x+1}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - (x+1)x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x^2+x-6)}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x+3)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x+3)}{x} = -\frac{5}{2}$$

۱۳۸۹- **گزینه ۲** وقتی  $x \rightarrow 2^-$  حتماً  $1 < x < 2$  است پس  $[x] = 1$ ، به جای جزء صحیح  $x$  مقدارش را قرار می‌دهیم و بعد مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x(x-2)} + \frac{2 \times 1}{2-x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x+2) - 2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x} = -\frac{1}{2}$$

۱۳۹۰- **گزینه ۱** در داخل پراتنز مخرج مشترک می‌گیریم و بعد عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left( \frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left( \frac{3x+5}{(x+3)(3x+5)} - \frac{2(x+3)}{(x+3)(3x+5)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+3)(3x+5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+3)(3x+5)}$$

$$= \frac{1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

۱۳۸۲- **گزینه ۲** صورت و مخرج کسر را هم در مزدوج صورت و هم در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{2x+3}-3} \times \frac{(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}+2)} \times \frac{(\sqrt{2x+3}+3)}{(\sqrt{2x+3}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1-4)(\sqrt{2x+3}+3)}{(2x+3-9)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{2x+3}+3)}{2(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{3+3}{2 \times (2+2)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۱۳۸۳- **گزینه ۳** صورت و مخرج کسر را هم در مزدوج صورت و هم در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+6}}{x-\sqrt{3x}} \times \frac{(x+\sqrt{x+6})}{(x+\sqrt{x+6})} \times \frac{(x+\sqrt{3x})}{(x+\sqrt{3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-x-6)(x+\sqrt{3x})}{(x^2-3x)(x+\sqrt{x+6})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+2)(x+\sqrt{3x})}{x(x-3)(x+\sqrt{x+6})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x+\sqrt{3x})}{x(x+\sqrt{x+6})} = \frac{5 \times (3+3)}{3 \times (3+3)} = \frac{5}{3}$$

۱۳۸۴- **گزینه ۱** صورت و مخرج کسر را هم در مزدوج صورت و هم در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+\sqrt{2-x}}{\sqrt{-4x+1}-3} \times \frac{(x-\sqrt{2-x})}{(x-\sqrt{2-x})} \times \frac{(\sqrt{-4x+1}+3)}{(\sqrt{-4x+1}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2+x-2)(\sqrt{-4x+1}+3)}{(-4x+1-9)(x-\sqrt{2-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-1)(\sqrt{-4x+1}+3)}{-4(x+2)(x-\sqrt{2-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(\sqrt{-4x+1}+3)}{-4(x-\sqrt{2-x})} = \frac{-3 \times (3+3)}{-4 \times (-2-2)}$$

$$= -\frac{18}{16} = -\frac{9}{8}$$

۱۳۸۵- **گزینه ۱** دقت کنید که حاصل مخرج در  $x = -3$  صفر است. پس با حد مبهم از نوع  $\frac{0}{0}$  سروکار داریم و برای به دست آوردن مقدار حد صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax+3a}{1-\sqrt{5x+16}} \times \frac{(1+\sqrt{5x+16})}{(1+\sqrt{5x+16})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(x+3)(1+\sqrt{5x+16})}{1-5x-16}$$