

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و
ارال رایگان

Medabook.com



مدابوک



پک جامه ناس تلفنی، رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

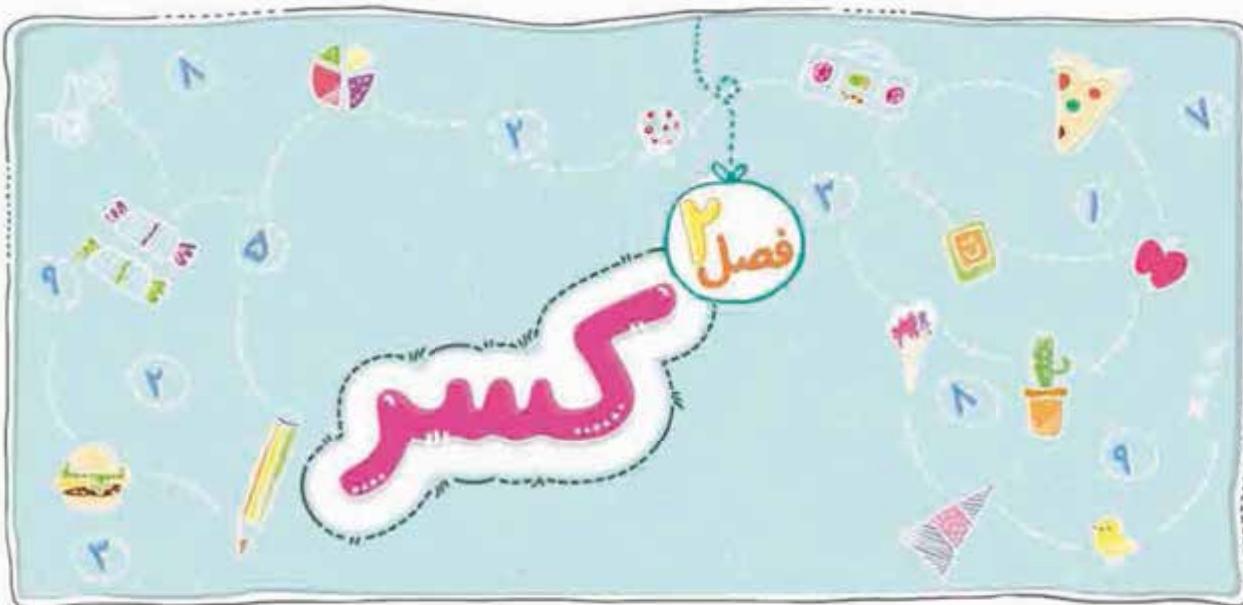
دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۳۸۴۳۵۲۱۰



۵	فصل اول: عدد و الگوهای عددی
۵	درس اول: الگوهای عددی
۹	درس دوم: یادآوری عددنویسی
۱۳	درس سوم: بخش‌پذیری
۲۱	درس چهارم: معرفی اعداد صحیح
۵۲	فصل دوم: کسر
۵۴	درس اول: جمع و تفریق کسرها
۵۸	درس دوم: ضرب کسرها
۶۲	درس سوم: تقسیم کسرها
۶۴	درس چهارم: محاسبات با کسر
۹۲	فصل سوم: اعداد اعشاری
۹۲	درس اول: یادآوری اعداد اعشاری
۹۲	درس دوم: یادآوری ضرب و تقسیم
۹۸	درس سوم: تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی
۱۰۲	درس چهارم: تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری
۱۰۵	فصل چهارم: تقارن و مختصات
۱۳۵	درس اول: مرکز تقارن و تقارن مرکزی
۱۳۵	درس دوم: دوران
۱۳۹	درس سوم: محورهای مختصات
۱۴۱	درس چهارم: تقارن و مختصات
۱۴۵	آزمون نیمسال اول
۱۸۲	فصل پنجم: اندازه‌گیری
۱۸۷	درس اول: طول و سطح
۱۸۷	درس دوم: حجم و جرم
۱۹۲	درس سوم: مساحت دایره
۱۹۷	درس چهارم: خط و زاویه
۱۹۹	فصل ششم: تناسب و درصد
۲۴۱	درس اول: نسبت
۲۴۱	درس دوم: تناسب
۲۴۴	درس سوم: درصد
۲۴۸	درس چهارم: کاربرد درصد در محاسبات مالی
۲۵۲	فصل هفتم: تقریب
۳۰۵	درس اول: تقریب
۳۰۵	درس دوم: اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی
۳۰۹	آزمون نیمسال دوم
۳۳۵	

فهرست



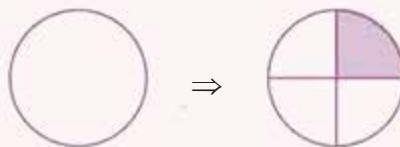
در سال‌های قبل با مفهوم کسر آشنا شدیم و می‌دانیم وقتی بخواهیم قسمتی از یک شکل یا هر چیزی که به صورت مساوی تقسیم شده باشد را نشان دهیم، از کسر استفاده می‌کنیم.

مثلاً در شکل زیر اگر بخواهیم عدد کسری مربوط به قسمت رنگی را بنویسیم، ابتدا تعداد خانه‌های رنگی را در صورت کسر و سپس تعداد کل خانه‌های شکل را در مخرج کسر می‌نویسیم:

$$\frac{\text{تعداد خانه‌های رنگی}}{\text{تعداد کل خانه‌ها}} = \frac{3}{4}$$

عدد کسری مربوط به قسمت رنگی

یا مثلاً اگر بخواهیم $\frac{1}{4}$ از شکل زیر را رنگ کنیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



که در این صورت عدد کسری مربوط به قسمت رنگی در شکل برابر با $\frac{1}{4}$ است.
خب حالا به مثال زیر توجه کنید.

مثال در هر کدام از شکل‌های زیر عدد کسری قسمت رنگ شده را بنویسید.



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{1}{5}$$

یافی ششم
برنامه

به طور کلی کسرها به سه دسته تقسیم می‌شوند:

(۱) **کسرهای کوچک‌تر از واحد** در این کسرها صورت کسر، کوچک‌تر از مخرج آن است مثل:

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{11}, \frac{6}{7}, \dots$$

(۲) **کسرهای واحد** کسرهایی که صورت و مخرج برابر دارند مثل:

$$\frac{4}{4}, \frac{17}{17}, \frac{21}{21}, \dots$$

(۳) **کسرهای بزرگ‌تر از واحد** کسرهایی که صورت آن‌ها از مخرجشان بزرگ‌تر است مثل:

کسرهایی که صورت آنها صفر باشد برابر با صفر هستند. یعنی اگر عدد \circ را بر عددی تقسیم کنیم حاصل $\frac{\circ}{\circ} = \circ$, $\frac{\circ}{20} = \circ$, $\frac{\circ}{55} = \circ$ همیشه صفر خواهد شد:

عددی که از یک قسمت صحیح و یک کسری که معمولاً کوچکتر از واحد است تشکیل شده است. مثل: $\frac{2}{5}$ از بین کسرها، کسرهای بزرگتر از واحد که صورت آنها به مخرجشان بخش‌بذری نباشد را می‌توانیم به صورت عدد مخلوط بنویسیم.

مثل: $\frac{7}{4}, \frac{120}{7}, \frac{49}{17}, \dots$ به مثال زیر توجه کنید:

برای هر کدام از شکل‌های زیر، یک کسر بزرگ‌تر از واحد و یک عدد مخلوط بنویسید.

	واحد	کسر	عدد مخلوط
(1)			$\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{3}$
(2)			$\frac{1}{4}$ $2\frac{3}{4}$
(3)			$\frac{5}{8}$ $0\frac{5}{8}$

برای نوشتن عدد کسری قسمت رنگی در شکل‌های بالا تعداد قسمت‌های رنگی را می‌شماریم و بر کل قسمت‌های شکل واحد تقسیم می‌کنیم:

مثالاً در قسمت (1)، ۱۰ قسمت رنگی داریم و هر شکل واحد به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده؛ پس عدد کسری مربوط به آن برابر با $\frac{1}{3}$ است.

برای نوشتن عدد مخلوط مربوط به شکل (1) ابتدا تعداد شکل‌های واحدی که به طور کامل رنگ شده‌اند را پشت خط کسری می‌نویسیم، سپس عدد کسری مربوط به شکلی که قسمتی از آن رنگ شده است را می‌نویسیم که به صورت مقابل می‌شود:

همین‌طور عدد کسری و عدد مخلوط مربوط به شکل‌های (2) و (3) را می‌نویسیم.

همیشه کشیدن شکل و نوشتن عدد مخلوط مربوط به آن راهت نیست و ممکنه فیلی طول بکشه؛ پس می‌توینیم از روش‌های زیر استفاده کنیم:

تبدیل کسر به عدد مخلوط

روش اول: صورت کسر را به صورت جمع عددهایی که برابر با مخرج کسر هستند تا جای ممکن بنویسیم به علاوه‌ی یک عدد دیگر که برابر با مخرج کسر نیست و اگر با عددهای قبلی جمع شود برابر با صورت کسر می‌شود. و بعد به صورت زیر عمل کنیم:

$$\frac{35}{4} = \frac{4+4+4+4+4+4+3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$$

$$\frac{22}{7} = \frac{7+7+7+1}{7} = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$$



روش دوم: بزرگ‌ترین مضرب مخرج کسر که کوچک‌تر از صورت کسر باشد را در صورت کسر می‌نویسیم به علاوه‌ی عددی که اگر با آن جمع شود برابر با صورت کسر می‌شود؛ در مخرج هم همان عدد مخرج را قرار می‌دهیم:

$$\frac{35}{4} = \frac{32+3}{4} = \frac{32}{4} + \frac{3}{4} = 8 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{35}{4} = \frac{32+3}{4} = \frac{32}{4} + \frac{3}{4} = 8 + \frac{3}{4}$$

$$21 = \text{بزرگ‌ترین مضرب } 7 \text{ که از } 22 \text{ کمتر باشد}$$

$$\frac{22}{7} = \frac{21+1}{7} = \frac{21}{7} + \frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$$

روش سوم: صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت به دست آمده برابر با عدد صحیحی است که پشت خط کسری در عدد مخلوط قرار می‌گیرد. مقسوم‌علیه نشان‌دهنده‌ی مخرج کسر و باقی‌مانده برابر با صورت کسر است.

$$\frac{\text{باقی‌مانده}}{\text{مقسوم‌علیه}} \text{ خارج قسمت} = \text{عدد مخلوط}$$

$$\begin{array}{rcl} 22 & \xrightarrow{\text{مقسوم‌علیه}} & \rightarrow \\ - 21 & \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} & \Rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 35 & \xrightarrow{\text{مقسوم‌علیه}} & \rightarrow \\ - 32 & \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} & \Rightarrow \end{array}$$

خارج قسمت \rightarrow $3\frac{1}{7}$ خارج قسمت \rightarrow $8\frac{3}{4}$

تبدیل عدد مخلوط به کسر همین‌طور با استفاده از روش زیر می‌توانیم عده‌های مخلوط را به عده‌های کسری تبدیل کنیم: ابتدا عدد صحیح پشت خط کسری را در مخرج کسر ضرب می‌کنیم و سپس حاصل را با صورت کسر جمع می‌کنیم و عدد به دست آمده را در صورت کسر می‌نویسیم. عدد مخرج هم همان قبلی می‌ماند. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\frac{3+5}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{35+3}{7} = \frac{38}{7}$$

$$\frac{3+5}{12} = \frac{(3 \times 12) + 5}{12} = \frac{36+5}{12} = \frac{41}{12}$$

فقط تا این‌جا می‌شده گفت یادآوری پیازایی بود که از کسر و عدد مخلوط در سال‌های گذشته یاد گرفتیم.

حالا برایم سراغ قسمت‌های اصلی درس

درس ۱

جمع و تفریق کسرها

همیشه برای این‌که بتوانیم کسرها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم نیاز داریم که مخرج‌های آن‌ها را با هم برابر کنیم در غیر این صورت نمی‌توانیم به راحتی حاصل جمع و تفریق آن‌ها را محاسبه کنیم.

فقط چه‌هوری مخرج کسرها رو یکی کنیم؟

ابتدا باید کوچک‌ترین مضرب مشترک عده‌ای که در مخرج‌های کسرها قرار دارند را بیابیم و آن را در مخرج کسرها بنویسیم، سپس صورت کسر را در عددی ضرب کنیم که اگر مخرج اولیه‌ی کسر در آن عدد ضرب شود برابر با مخرج جدید یا همان کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها می‌شود؛ مثلاً اگر بخواهیم دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ را با هم جمع کنیم، ابتدا کوچک‌ترین مضرب مشترک عدد ۳ و عدد ۵ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots = \text{مضرب‌های } 3$$

$$5, 10, 15, 20 = \text{مضرب‌های } 5$$

$$\frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

و در ادامه کسرها را به صورت زیر می‌نویسیم و با هم جمع می‌کنیم:

اگر در جمع و تفریق عدد مخلوط هم داشتیم، ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس مانند قبل عمل می‌کنیم.



مثال زیر را بینیین، بوتر پر اتون چا بیفته.

حاصل جمع و تفریق‌های زیر را بیابید.

$$\text{الف) } \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{5} + \frac{4}{7}$$

$$\text{پ) } \frac{5}{24} + \frac{7}{16}$$

$$\text{ت) } \frac{5}{9} - \frac{1}{12}$$

$$\text{ث) } \frac{21}{10} - \frac{3}{7}$$

$$\text{ج) } \frac{2}{11} - \frac{2}{33}$$

الف) کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهای ۴ و ۶ برابر است با ۱۲، پس داریم:

$$\frac{3 \times 2}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$$

ب) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس مانند قبل محاسبات را ادامه می‌دهیم:

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{3 \times 5 + 1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{15+1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{16 \times 7}{5 \times 7} + \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{112}{35} + \frac{20}{35} = \frac{132}{35}$$

$$\frac{5 \times 2}{24 \times 2} + \frac{7 \times 3}{16 \times 3} = \frac{10}{48} + \frac{21}{48} = \frac{31}{48}$$

$$\frac{5 \times 4}{9 \times 4} - \frac{1 \times 3}{12 \times 3} = \frac{20}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20-3}{36} = \frac{17}{36}$$

$$\frac{1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{2 \times 11 + 1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{22+1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{23 \times 3}{11 \times 3} - \frac{2 \times 1}{33 \times 1} = \frac{69}{33} - \frac{2}{33} = \frac{69-2}{33} = \frac{67}{33}$$

$$\frac{21}{10} - \frac{3}{7} = \frac{21}{10} - \frac{1 \times 7 + 3}{7} = \frac{21}{10} - \frac{7+3}{7} = \frac{21 \times 7}{10 \times 7} - \frac{10 \times 1}{7 \times 10} = \frac{147}{70} - \frac{10}{70} = \frac{147-10}{70} = \frac{47}{70}$$

کسرهای مساوی اگر هم صورت و هم مخرج کسری را در عددی ضرب کنیم، کسر حاصل برابر با همان کسر قبلی

می‌شود. مثلاً اگر بخواهیم چند کسر مساوی با کسر $\frac{3}{5}$ بنویسیم، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \\ &= \frac{6 \times 3}{10 \times 3} = \frac{18}{30} \\ &= \frac{18 \times 4}{30 \times 4} = \frac{72}{120} \\ &= \frac{72 \times 5}{120 \times 5} = \frac{360}{600} \end{aligned}$$

به شکل‌های زیر توجه کنید:

در شکل «الف»، $\frac{1}{2}$ از شکل رنگ شده است.

در شکل «ب»، $\frac{2}{4}$ از شکل رنگ شده است.

و در شکل «ج»، $\frac{3}{6}$ از شکل رنگ شده است.

اگر دقیق کنید در شکل‌های بالا مساحت قسمت‌های رنگی در هر سه شکل برابر است.

پس عددی کسری قسمت‌های رنگی آن‌ها نیز با هم برابر است؛ اگر صورت و مخرج $\frac{1}{2}$ را در عدد ۲ ضرب کنیم، کسر

$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$ به دست می‌آید:

و اگر صورت و مخرج $\frac{1}{2}$ را در ۳ ضرب کنیم کسر $\frac{3}{6}$ به دست می‌آید.

پس کسرهای $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ و ... با هم برابرند.

پس در جمع و تفریق وقتی صورت و مخرج کسرها را در عددی ضرب می‌کنیم، در نتیجه‌ی حاصل از جمع و تفریق هیچ تغییری ایجاد نمی‌شود، چون کسر هیچ تغییری نمی‌کند و با کسر قبلی برابر است.



مقایسه کسرها برای این‌که بتوانیم کسرها را با هم مقایسه کنیم باید به نکات زیر توجه کنیم:

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$$

اگر مخرج کسرها با هم برابر بود کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد:

$$\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{2}$$

اگر صورت کسرها با هم برابر بود کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد:

اگر صورت و مخرج کسرها هیچ کدام با هم برابر نباشد باید مخرج مشترک کسرها را بیابیم و سپس صورت و مخرج هر کسر را در عددی ضرب کنیم که مخرج آن‌ها برابر با کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها شود. سپس چون مخرج‌ها یکسان می‌شود با توجه به نکته‌ی ۱ کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد:

مثلاً اگر بخواهیم عده‌های رو به رو را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10} = 20 = \text{کوچک‌ترین مضرب مشترک عده‌های } 5, 4, 10$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 4 \\ 5 \times 4 \\ \hline 4 \\ \downarrow \\ 20 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 3 \times 5 \\ 4 \times 5 \\ \hline 5 \\ \downarrow \\ 20 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 7 \times 2 \\ 10 \times 2 \\ \hline 2 \\ \downarrow \\ 20 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{20} < \frac{14}{20} < \frac{15}{20}$$

در مقایسه کسرها حالت‌های خاصی نیز وجود دارد که با توجه به آن‌ها راحت‌تر و سریع‌تر می‌توانیم کسرها را مقایسه کنیم.

$$\frac{2}{3} < \frac{6}{6}$$

کسرهای کوچک‌تر از واحد از کسرهای مساوی با واحد کوچک‌ترند، مثل:

$$\frac{5}{2} > \frac{7}{7}$$

کسرهای بزرگ‌تر از واحد از کسرهای مساوی با واحد بزرگ‌ترند، مثل:

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{2}$$

کسرهای کوچک‌تر از واحد از کسرهای بزرگ‌تر از واحد کوچک‌ترند، مثل:

$$\frac{0}{3} < \frac{1}{20}$$

کسرهایی که صورت آن‌ها برابر با صفر است از هر کسر مثبت کوچک‌ترند، مثل:

مقایسه عده‌های مخلوط توجه کنید که در مقایسه عده‌های مخلوط اگر قسمت‌های کسری هر کدام کوچک‌تر از واحد بود می‌توانیم قسمت صحیح عدد مخلوطها را با هم مقایسه کنیم و عددی بزرگ‌تر است که قسمت صحیحش بزرگ‌تر باشد. اما اگر قسمت کسری آن‌ها کوچک‌تر از واحد نبود و یا قسمت‌های صحیح عدد مخلوطها با هم برابر بود بهترین راه این است که ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم سپس آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. به مثال زیر توجه کنید:

در جاهای خالی علامت را قرار دهید.

$$1) \frac{1}{5} < \frac{3}{5}$$

$$2) \frac{3}{7} < \frac{2}{7}$$

$$3) \frac{1}{3} < \frac{4}{7}$$

$$4) \frac{17}{3} > \frac{5}{3}$$

$$5) \frac{15}{4} < \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$$

۱) چون قسمت کسری عدد مخلوطها، کوچک‌تر از واحد است. پس

می‌توانیم قسمت‌های صحیح آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

۲) چون قسمت‌های کسری کوچک‌تر از واحد هستند، می‌توانیم قسمت‌های

صحیح را با هم مقایسه کنیم و چون قسمت‌های صحیح هر دو با هم برابر است؛ پس کسرهای آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. (چون مخرج یکسان دارند عدد مخلوط را تبدیل به کسر نمی‌کنیم).

$$\frac{2}{7} < \frac{2}{7}$$

$$<$$

$$\frac{11}{3} > \frac{5}{7}$$

$$\frac{35}{21} > \frac{33}{21}$$

چون قسمت صحیح دو عدد با هم برابر است و مخرج کسرهای با هم یکسان نیست؛ پس بهترین راه تبدیل کردن عده‌های مخلوط

به کسر است:

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{7} \xrightarrow{\text{تبدیل عدد مخلوط به کسر}} \frac{1 \times 3 + 2}{3} < \frac{1 \times 7 + 4}{7} \Rightarrow \frac{5 \times 7}{3 \times 7} < \frac{11 \times 3}{7 \times 3}$$

یکی‌کردن مخرجها



۴) چون $\frac{17}{3}$ کسر کوچکتر از واحد نیست پس عدها را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{17}{3} < \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3 \times 3 + 17}{3} < \frac{5 \times 3 + 1}{3} \Rightarrow \frac{9 + 17}{3} < \frac{15 + 1}{3} \Rightarrow \frac{26}{3} > \frac{16}{3}$$

۵) مشابه قسمت (۴) عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{15}{4} &< \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{1 \times 4 + 15}{4} < \frac{2 \times 10 + 7}{10} \Rightarrow \frac{4 + 15}{4} < \frac{20 + 7}{10} \\ &\Rightarrow \frac{19 \times 5}{4 \times 5} < \frac{27 \times 2}{10 \times 2} \Rightarrow \frac{95}{20} > \frac{54}{20} \end{aligned}$$

یه مثال دیگه بینینی:

عدهای زیر را با هم مقایسه کنید.

۱) $\frac{5}{7} < \frac{38}{7}$

۲) $\frac{1}{3} < \frac{3}{10}$

۳) $\frac{3}{2} < \frac{14}{8}$

۱) $\frac{5}{7} < \frac{38}{7} \Rightarrow \frac{5 \times 7 + 3}{7} < \frac{38}{7} \Rightarrow \frac{38}{7} = \frac{38}{7}$

۲) $\frac{1}{3} < \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{1 \times 3 + 2}{3} < \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{10 \times 10}{3 \times 10} < \frac{3 \times 3}{10 \times 3} \Rightarrow \frac{100}{30} > \frac{9}{30}$

۳) $\frac{3}{2} < \frac{14}{8} \Rightarrow \frac{2 \times 4 + 3}{4} < \frac{1 \times 8 + 14}{8} \Rightarrow \frac{11 \times 2}{4 \times 2} < \frac{22}{8} \Rightarrow \frac{22}{8} = \frac{22}{8}$

مقایسه عددهای کسری و عددهای مخلوط روی محور
ابتدا سعی کنید که مخرج کسرها را یکی کنید سپس هر کدام از عدها را روی محور مشخص می‌کنیم عددی که به سمت راست محور نزدیک‌تر است بزرگ‌تر است.

عدهای $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{3}$ را روی محور با هم مقایسه کنید.

ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس مخرج مشترک کسرهای به دست آمده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{4}{5} = \frac{1 \times 5 + 4}{5} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{9 \times 3}{5 \times 2} = \frac{27}{15} \quad , \quad \frac{7}{3} = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} = \frac{35}{15}$$

سپس هر واحد روی محور را به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و سپس عدهای به دست آمده را روی آن مشخص می‌کنیم:



توجه کنید که بدون تبدیل کردن عدهای مخلوط به عدد کسری هم می‌توان آنها را روی محور مشخص کرد.

عدهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$ را روی محور با هم مقایسه کنید.

چون هر کدام ۴ قسمت کامل داردنده معنی عدد صحیح آنها ۴ است. روی محور بعد از عدد ۴ را به صورت زیر

قسمت‌بندی می‌کنیم. ابتدا: $\frac{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 3} = \frac{12}{6}$ ، $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ = مضرب مشترک ۲ و ۳

پس بین عدد ۴ و ۵ روی محور را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:



که چون کسر $\frac{4}{6}$ به سمت راست محور نزدیک‌تر است پس بزرگ‌تر است:



جمع و تفریق عددهای کسری و اعداد مخلوط روی محور برای محاسبه‌ی جمع و تفریق روی محورها نیز نیاز است مخرج مشترک کسرهای داده شده را حساب کنیم و سپس هر واحد روی محور را، به تعداد آن به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم؛ حالا به اندازه‌ی اولین عدد از نقطه‌ی صفر به سمت راست می‌رویم و سپس از همانجا به اندازه‌ی دومین عدد به جلو می‌رویم (به عقب می‌رویم) اگر جمع باشد (اگر تفریق باشد).

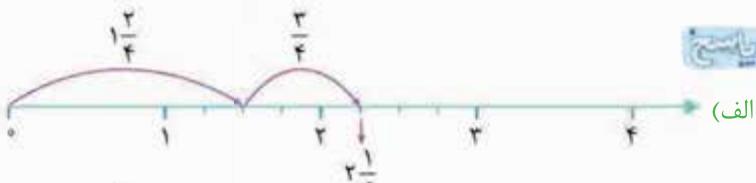
جمع و تفریق‌های زیر را روی محور نشان دهید و جواب را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$$

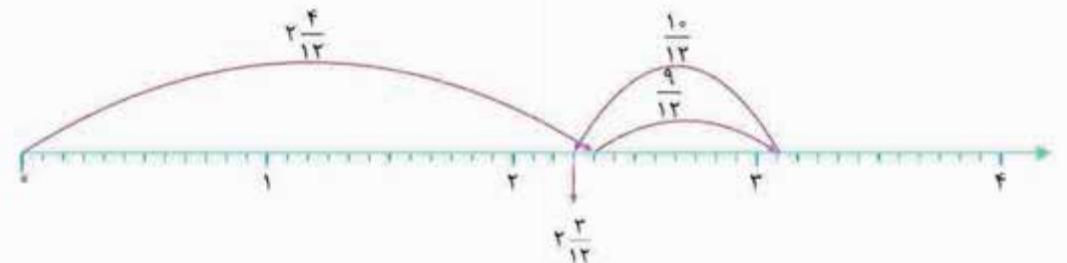
$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$



$$\frac{4 \times 2}{5 \times 2} - \frac{7}{10} = \frac{8}{10} - \frac{7}{10} = \frac{1}{10}$$



$$\frac{2 \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2}}{= \frac{4}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{3}{12}}$$



درس ۲

ضرب کسرها

ضرب کسرها حالت‌های مختلفی دارد که در زیر به آن‌ها اشاره شده است:

۱) **ضرب کسر در کسر** در این حالت صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم؛ مثلاً:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

۲) **ضرب کسر در عدد صحیح** ابتدا مخرج را یک قرار می‌دهیم؛ سپس مانند قبل داریم:

$$\frac{5}{14} \times 9 = \frac{5}{14} \times \frac{9}{1} = \frac{5 \times 9}{14 \times 1} = \frac{45}{14}$$

۳) **ضرب کسر در عدد مخلوط** ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم؛ سپس مانند قبل داریم:

$$\frac{3}{7} \times 2\frac{7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{2 \times 8 + 7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{16 + 7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{23}{8} = \frac{3 \times 23}{7 \times 8} = \frac{69}{56}$$

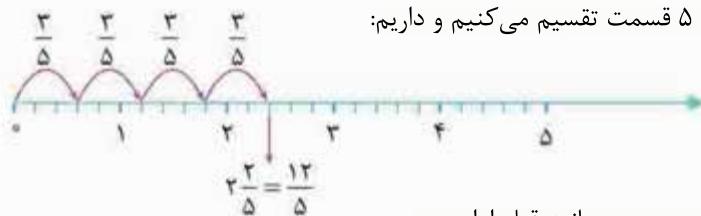
$$2\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} \times \frac{3 \times 8 + 3}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{9}{3} \times \frac{27}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{9 \times 27 \times 11}{3 \times 8 \times 5} = \frac{4257}{120}$$

یافی ششم

نمایش ضرب عدد صحیح در کسر و عدد مخلوط روی محور  ابتدا اگر عدد مخلوط داشتیم آن را تبدیل به کسر می‌کنیم و هر واحد محور را به اندازه‌ی عدد مخرج به طور مساوی تقسیم‌بندی می‌کنیم، سپس از نقطه‌ی شروع می‌کنیم و هر بار به اندازه‌ی صورت کسر روی قسمت‌های محور حرکت می‌کنیم این کار را به تعداد عدد صحیحی که در عدد کسری ضرب شده تکرار می‌کنیم. در آخر نقطه‌ای که روی آن هستیم حاصل ضرب دو عدد داده شده است. به مثال زیر توجه کنید:

ضرب‌ها روی محور نمایش دهید و حاصل را بیابید.

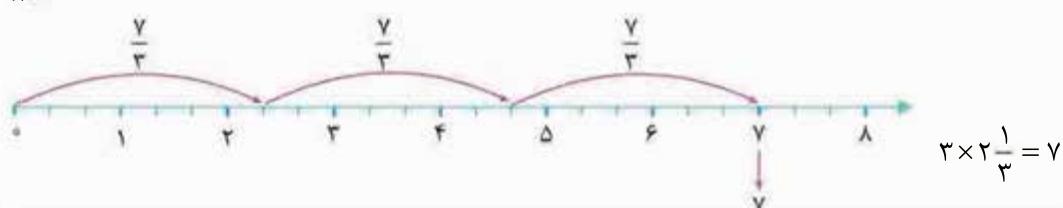
الف $4 \times \frac{3}{5}$



ب) $3 \times 2\frac{1}{3}$

(الف) ابتدا واحدهای محور را به ۵ قسمت تقسیم می‌کنیم و داریم:

$$\times 2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow 3 \times 2\frac{1}{3} = 3 \times \frac{7}{3}$$



ضرب اعداد مخلوط با استفاده از شکل  چون این روش مشابه به دست آوردن مساحت مستطیل است، به روش محاسبه‌ی مساحتی معروف شده است. ابتدا هر عدد مخلوط را روی یکی از اضلاع مستطیل مانند نمونه‌های زیر قرار می‌دهیم و سپس مساحت هر قسمت تشکیل شده را محاسبه می‌کنیم. با جمع محاسبات به دست آمده در هر قسمت، حاصل ضرب عدد مخلوط‌ها به دست می‌آید:

۱) $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4}$

1	1	$1 \times \frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 1$	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 1$	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} &= (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} \times 1) + (\frac{1}{4} \times 1) + (\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}) = 1 + 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{12} \\ &= 2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 2 + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = 2 + \frac{13}{12} = 2 + 1\frac{1}{12} = 3\frac{1}{12} \end{aligned}$$

برابر با $\frac{1}{12}$

۲) $\frac{3}{5} \times 2\frac{4}{15}$

1	1	1	$1 \times \frac{4}{5}$
1	1×1	1×1	$1 \times \frac{4}{5}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15} \times 1$	$\frac{4}{15} \times 1$	$\frac{4}{15} \times \frac{4}{5}$

$$\begin{aligned} &= (1 \times 1) + (1 \times \frac{4}{5}) + (1 \times \frac{4}{5}) + (\frac{4}{15} \times 1) \\ &+ (\frac{4}{15} \times 1) + (\frac{4}{15} \times 1) + (\frac{4}{15} \times \frac{4}{5}) = 5 + \frac{4 \times 15}{5 \times 15} + \frac{12 \times 5}{15 \times 5} + \frac{8}{75} = 5\frac{80 + 60 + 8}{75} \\ &= 5\frac{148}{75} = \frac{578}{75} \end{aligned}$$



معکوس هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر با ۱ شود، آن دو عدد را معکوس یکدیگر می‌گویند.
 تنها عددی که معکوس ندارد عدد ۰ است.

برای نوشتمن معکوس یک کسر که مخالف صفر است، جای صورت و مخرج آن را با هم عوض می‌کنیم؛ عدد به دست آمده معکوس کسر اولیه است. مثل:

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{2} \quad \frac{6}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{6} \quad \frac{5}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{5}$$

برای نوشتمن معکوس عددهای مخلوط ابتدا آن‌ها را به صورت کسر می‌نویسیم و سپس معکوس آن را به دست می‌آوریم.
 مثل:

دقت کنید که هر کدام از عددهای بالا را در معکوسش ضرب کنیم جواب برابر با واحد می‌شود:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1 \quad \frac{6}{1} \times \frac{1}{6} = \frac{6 \times 1}{1 \times 6} = \frac{6}{6} = 1$$

حالا با استفاده از شکل نشان می‌دهیم که حاصل ضرب یک عدد در معکوسش برابر با یک است.
 به مثال‌های زیر دقتش کنید:

واحد	شکل رنگ‌شده	کسر مربوط	عمل جدید	شکل جدید	عبارت ریاضی
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$		$\frac{2}{3}$	از قسمت رنگی $\frac{2}{3}$ را هاشور بزنید.		$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
$\frac{1}{6} \times 6$		6	از قسمت رنگی $\frac{1}{6}$ را هاشور بزنید.		$\frac{1}{6} \times 6 = 1$

در قسمت (الف) شکل $\frac{3}{2}$ را نشان داده‌ایم سپس $\frac{2}{3}$ از قسمتی که رنگ‌شده را هاشور زده‌ایم که شکل هاشورخورده شکل مربوط به حاصل ضرب $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$ است.

در قسمت (ب) نیز شکل مربوط به عدد ۶ را با توجه به واحد مشخص کرده‌ایم و سپس $\frac{1}{6}$ آن را رنگ کرده‌ایم که شکل هاشورخورده شکل مربوط به ضرب $6 \times \frac{1}{6}$ است.
 حالا به مثال زیر توجه کنید:

در جای خالی عددی قرار دهید تا رابطه درست باشد.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} > 1$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} < 1$$

(الف) اگر هر عدد را در معکوس خودش ضرب کنیم، برابر با ۱ می‌شود.

برای این‌که بزرگ‌تر از ۱ شود، باید در عددی بزرگ‌تر از معکوسش ضرب شود، یعنی در جای خالی باید کسری

$$\frac{5}{3}, \frac{4}{2}, \dots$$

بزرگ‌تر از کسر $\frac{4}{3}$ قرار دهیم:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} = \frac{11}{5}$$

(ب) ابتدا عدد مخلوط $\frac{1}{2}$ را به کسر تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{4}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{20}, \dots$$

حالا برای این‌که رابطه درست باشد، باید در عددی کوچک‌تر از معکوس خودش یعنی $\frac{5}{11}$ ضرب شود که می‌توانند عددهای زیر باشند:

ساده کردن کسرها تا حد امکان در این روش می‌توانیم عده‌های صورت و مخرج کسر را به صورت ضرب دو یا چند عدد بنویسیم و سپس اعداد مشترک در صورت و مخرج را ساده کنیم (حذف کنیم) و به جای آن‌ها عدد ۱ را بگذاریم: به مثال زیر دقت کنید:

کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید و حاصل را بنویسید.

$$\frac{28}{49} = \frac{4 \times 7}{7 \times 7} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{15 \times 34}{17 \times 3} = \frac{5 \times 3 \times 17 \times 2}{17 \times 3} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\frac{81 \times 4 \times 25}{7 \times 5 \times 27} = \frac{3 \times 3 \times 9 \times 4 \times 5 \times 5}{7 \times 5 \times 9 \times 3} = \frac{3 \times 4 \times 5}{7} = \frac{60}{7}$$

پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی کسرها می‌دانیم که اگر هم صورت و هم مخرج کسری را در عددی ضرب کنیم، کسر حاصل با کسر اولیه مساوی خواهد بود. مثال زیر را ببینید.

در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید به طوری که همه‌ی کسرها با هم برابر شوند.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{10} = \frac{6}{5} \quad \text{ب)} \quad \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{4} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \quad \text{ب)} \quad \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} \quad \text{الف)}$$

حالا توجه کنید اگر بخواهیم عددی که باید در جای خالی قرار دهیم را محاسبه کنیم می‌توانیم از دو روش زیر استفاده کنیم:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

روش اول: چون عدد مخرج یعنی ۴ در ۶ ضرب شده پس صورت هم باید در ۶ ضرب شود:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

روش دوم: به صورت مقابل ضرب دری (پروانه‌ای) عمل می‌کنیم:

دو عددی که در یک حلقه قرار دارند را در هم ضرب می‌کنیم و بر عددی که در حلقه‌ی دیگر قرار دارد تقسیم می‌کنیم.

جواب حاصل برابر با عددی که باید در  قرار دهیم می‌شود.

$$\frac{6}{\text{ }} = \frac{3 \times 24}{4} = 3 \times \frac{24}{4} = 3 \times 6 = 18$$

به عبارت دیگر اول عدد ۲۴ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم تا ببینیم عدد ۶ در چند ضرب شده است که به ۲۴ رسیده است؟

بعد عدد ۳ را در همان عدد ضرب می‌کنیم.

جاهای خالی را پر کنید.

$$\text{الف)} \quad \frac{2}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{2} = \frac{2 \times 18}{3} = 12$$

$$\text{ب)} \quad \frac{10}{21} = \frac{10}{5} \Rightarrow \boxed{2} = \frac{21 \times 10}{5} = 42$$



به طور کلی در تساوی دو کسر مثل $\frac{?}{\square} = \frac{\triangle}{\square}$ ، از رابطه‌ی زیر برای به دست آوردن ؟ استفاده می‌کنیم:
 $? = \frac{\triangle \times \square}{\square}$

درس ۳

تقسیم کسرها

نمایش تقسیم کسر روی محور ابتدا اگر عدد مخلوط و یا عدد صحیحی در تقسیم وجود داشت، به کسر تبدیل می‌کنیم و مخرج مشترک می‌گیریم. بعد از تقسیم‌بندی محور، عدد سمت چپ را روی محور مشخص می‌کنیم. حالا از آن نقطه شروع می‌کنیم و به اندازه‌ی کسر دوم به سمت صفر حرکت می‌کنیم. تعداد حرکت‌های ما روی محور تا به صفر برسیم جواب است.

تقسیم‌های زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل را بنویسید.

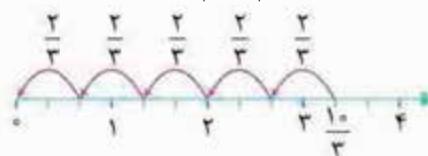
$$\frac{10}{3} \div \frac{2}{3}$$

$$6 \div \frac{3}{4}$$

(الف) چون با ۵ حرکت به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ از $\frac{10}{3}$ به صفر رسیدیم؛ پس پاسخ ۵ است.

$$\frac{10}{3} \div \frac{2}{3} = 5$$

$$\frac{6 \times 4}{1 \times 4} \div \frac{3}{4} = \frac{24}{4} \div \frac{3}{4}$$

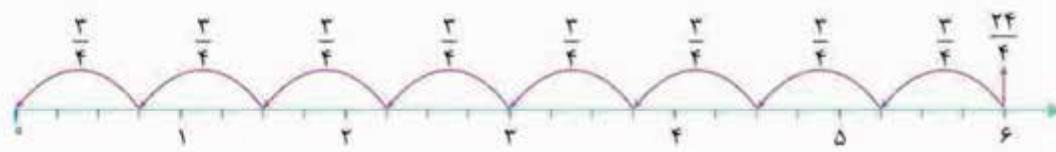


مثال

پاسخ

(ب)

$$6 \div \frac{3}{4} = 8$$

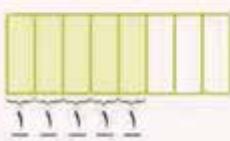


پاسخ برابر با 8 است.

یافی ششم

ابتدا اگر عدد مخلوط و یا عدد صحیح داشتیم، آن‌ها را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس راحت‌تر است که مخرج مشترک بگیریم و تقسیم را روی شکل به صورت زیر انجام دهیم. به نمونه‌ها دقت کنید:

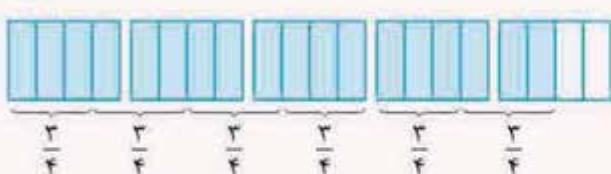
$$\frac{5}{8} \div \frac{1}{8}$$



چون مخرج یکسان و برابر با 8 دارند؛ پس یک شکل می‌کشیم و آن را به 8 قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم؛ سپس به اندازه‌ی عدد سمت چپ یعنی 5 قسمت از آن را رنگ می‌کنیم:

$$\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \text{ جدامی کنیم که برابر با } 5 \text{ قسمت به اندازه‌ی } \frac{1}{8} \text{ می‌شود. } 5 = \frac{1}{8} \times 40$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{4 \times 2 + 1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9 \times 2}{2 \times 2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \div \frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = 6$$



با روش‌های زیر می‌توانیم تقسیم کسر را بدون کشیدن محور و یا شکل نیز انجام دهیم:

روش اول: از کسرها مخرج مشترک می‌گیریم و بعد برای به دست آوردن حاصل تقسیم فقط صورت کسر اول را بر $\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{5}{1} = 5$ صورت کسر دوم تقسیم می‌کنیم: $\frac{2 \times 2}{3 \times 2} \div \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

تبدیل تقسیم به ضرب »

روش دوم: کسر اول را می‌نویسیم. به جای علامت تقسیم علامت ضرب می‌گذاریم و کسر دوم را معکوس می‌کنیم. حالا اگر حاصل ضرب عبارت جدید را بیابیم، برابر همان تقسیم اولیه خواهد بود.

$$\frac{4}{3} \div \frac{20}{9} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{20} = \frac{4 \times 9}{3 \times 20} = \frac{4 \times 3 \times 3}{3 \times 4 \times 5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{2 \times 5 + 4}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{14}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{14}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{5}$$

خب حالا به مثال زیر پاسخ دهید.

حاصل تقسیم‌های زیر را بیابید.

$$\frac{4}{21} \div \frac{14}{3}$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{5} \div \frac{35}{2}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{10} \div \frac{2}{5}$$

$$\frac{20}{36} \div \frac{15}{40}$$

با استفاده از روش تبدیل تقسیم به ضرب همه را حل می‌کنیم:

$$\text{الف) } \frac{4}{21} \div \frac{14}{3} = \frac{4}{21} \times \frac{3}{14} = \frac{2}{49}$$

$$\text{ب) } \frac{8}{12} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \times \frac{3}{2} = 1$$

$$\text{پ) } \frac{7}{5} \div \frac{35}{2} = \frac{7}{5} \times \frac{2}{35} = \frac{2}{25}$$

$$\text{ت) } \frac{4}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{4 \times 5 + 2}{5} \div \frac{1 \times 4 + 1}{4} = \frac{22}{5} \div \frac{5}{4} = \frac{22}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{88}{25}$$

$$\text{ث) } \frac{1}{10} \div \frac{1}{5} = \frac{2 \times 10 + 1}{10} \div \frac{1 \times 5 + 2}{5} = \frac{21}{10} \div \frac{7}{5} = \frac{21}{10} \times \frac{5}{7} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ج) } \frac{20}{36} \div \frac{15}{40} = \frac{20}{36} \times \frac{40}{15} = \frac{40}{27}$$

از قبل می‌دانیم که اگر عددی را در معکوس خودش ضرب کنیم، حاصل برابر با یک می‌شود.

از این نکته می‌توانیم نتیجه بگیریم که هر عدد و کسری را بر خودش تقسیم کنیم، حاصل برابر با ۱ می‌شود.

مثالاً عدد $\frac{2}{5}$ را در نظر بگیرید.

$$\text{ضرب } \frac{2}{5} \text{ در معکوس خودش} \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1 \Rightarrow \text{تقسیم } \frac{2}{5} \text{ بر خودش} \Rightarrow \frac{2}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

حالا با توجه به نکته‌ی گفته شده جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\text{الف) } \frac{3}{4} \div \frac{9}{11} < 1 \quad \text{ب) } \frac{9}{11} \div \frac{3}{4} > 1$$

الف) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس چون حاصل تقسیم عددی بر خودش برابر با ۱ می‌شود؛ پس برای این که حاصل کوچک‌تر از ۱ شود باید عددی بزرگ‌تر از خودش قرار دهیم:

$$\frac{1 \times 4 + 3}{4} \div \frac{7}{4} < 1 \Rightarrow \frac{7}{4} \div \frac{7}{4} < 1$$



$$\frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \dots$$

در جای خالی می‌تواند عدد بزرگ‌تر از $\frac{7}{4}$ قرار بگیرد؛ مثل:

(ب) برای این‌که حاصل تقسیم بزرگ‌تر از یک شود باید $\frac{9}{11}$ بر عددی کوچک‌تر از خودش تقسیم شود؛ پس

$$\frac{8}{11}, \frac{7}{11}, \dots$$

می‌توانیم از عدهای کوچک‌تر از $\frac{9}{11}$ استفاده کنیم؛ مثل:

درس ۱۴

محاسبات با کسر

ترتیب انجام عملیات: توجه کنید در عبارت‌های ریاضی نمی‌توان بدون ترتیب و به دلخواه عبارت را حل کنیم بلکه باید با ترتیب زیر حل کنیم:

(ابتدا اولویت با عبارتی است که داخل پرانتز است. دوم اولویت با ضرب و تقسیم‌ها از سمت چپ عبارت و همین‌طور در اولویت‌های بعدی جمع و تفریق است.)
به مثال‌های زیر توجه کنید:

حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

$$1\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{15} \times \frac{4}{7} + 2 \quad (\text{الف})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 \times 3 + 2}{3} \div \frac{2 \times 15 + 1}{15} \times \frac{4}{7} + 2 = \underbrace{\frac{5}{3}}_{15} \div \underbrace{\frac{31}{15}}_{7} \times \frac{4}{7} + 2 = \underbrace{\frac{5}{3}}_{31} \times \underbrace{\frac{15}{7}}_{4} + 2 = \frac{25}{31} \times \frac{4}{7} + 2 \end{aligned}$$

$$= \frac{100}{217} + \frac{2 \times 217}{1 \times 217} = \frac{100 + 434}{217} = \frac{534}{217}$$

$$\begin{aligned} &(\text{ب}) \quad 2\frac{1}{5} \times \left(\frac{3 \times 3}{1 \times 3} - \frac{1 \times 3 + 2}{3} \right) - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = 2\frac{1}{5} \times \left(\frac{9}{3} - \frac{5}{3} \right) - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} \times \frac{4}{3} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$= \frac{11}{5} \times \frac{4}{3} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{44}{15} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{44}{15} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{44 \times 2}{15 \times 2} - \frac{3 \times 15}{2 \times 15} = \frac{88 - 45}{30} = \frac{43}{30}$$

کسرهای مركب به کسرهایی که در صورت و مخرج آن‌ها عبارت‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم باشد، کسر مركب می‌گوییم و برای به دست آوردن حاصل این کسر ابتدا حاصل صورت و مخرج را جداگانه حساب می‌کنیم و سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.
به نمونه‌ی حل شده‌ی زیر توجه کنید:

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{1}}{\frac{5}{7} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3 \times 5 + 1}{5} - \frac{2 \times 7 + 1}{7}}{\frac{5}{7} + \frac{1 \times 4 + 1}{4}} = \frac{\frac{16 \times 2}{5} - \frac{5 \times 5}{7}}{\frac{5 \times 4}{7} + \frac{5 \times 7}{4}} = \frac{\frac{32}{5} - \frac{25}{7}}{\frac{20}{7} + \frac{35}{4}} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{55}{28}} = \frac{7}{5} \div \frac{55}{28} = \frac{7}{5} \times \frac{28}{55} = \frac{14}{275}$$

خب حالا مانند نمونه‌ی بالا حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{6}}{\frac{5}{4} - \frac{6}{5}} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{\frac{5}{4} \div \frac{7}{8}}{\frac{3}{3} \frac{1}{3} \frac{3}{10}} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) \div \left(1 + \frac{1}{4} \right)}{\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \right) \div \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right)} \quad (\text{پ})$$

ریاضی ششم

الف) $\frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{6}}{\frac{3}{5} - \frac{6}{5}} = \frac{\frac{1 \times 5 + 1}{5} - \frac{3}{6}}{\frac{5 \times 4 + 3}{4 \times 5} - \frac{6 \times 5}{5 \times 4}} = \frac{\frac{6 \times 6 - 3 \times 5}{23 \times 5} - \frac{3 \times 5}{6 \times 4}}{\frac{30 - 30}{115} - \frac{15}{24}} = \frac{\frac{21}{91}}{\frac{21}{30} \div \frac{91}{20}} = \frac{\frac{21}{30} \times \frac{20}{91}}{\frac{2}{13}}$

ب) $\frac{\frac{1}{4} \div \frac{7}{8}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{10}} = \frac{\frac{5 \times 4 + 1}{4} \div \frac{7}{8}}{\frac{3 \times 3 + 1}{3} \times \frac{1}{10}} = \frac{\frac{21}{4} \div \frac{7}{8}}{\frac{10}{3} \times \frac{1}{10}} = \frac{\frac{21}{4} \times \frac{8}{7}}{\frac{6}{1}} = 6$

ب) $\frac{\left(1 - \frac{1}{\varphi}\right) \div \left(1 + \frac{1}{\varphi}\right)}{\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) \div \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{\varphi} - \frac{1}{\varphi}\right) \div \left(\frac{4}{\varphi} + \frac{1}{\varphi}\right)}{\left(\frac{2 \times 5 + 3}{5} + \frac{1 \times 5 + 1}{5}\right) \div \left(\frac{3 \times 4 + 1}{4} + \frac{2 \times 5 + 1}{5}\right)}$

 $= \frac{\left(\frac{1}{\varphi}\right) \div \left(\frac{5}{\varphi}\right)}{\left(\frac{13 + 6}{5}\right) \div \left(\frac{13 \times 5 + 11 \times 4}{4 \times 5 + 5 \times 4}\right)} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{\frac{19}{5} \div \left(\frac{65 + 44}{20 + 20}\right)} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{19}{5} \div \left(\frac{109}{20}\right)} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{19}{20} \times \frac{109}{109}} = \frac{8}{15} \div \frac{76}{109}$
 $= \frac{8}{15} \times \frac{109}{76} = \frac{218}{285}$

توجه کنید که در محاسبه عبارت $\frac{15}{76}$ به جای تبدیل آن به $\frac{8}{109}$ می‌توانیم از روش دور در دور، نزدیک در نزدیک

$$\frac{15}{76} = \frac{15 \times 109}{15 \times 76} = \frac{218}{285}$$

که در زیر آورده شده است، استفاده کنیم:

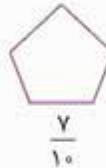
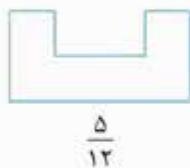
دقت کنید در این روش حاصل ضرب دو عددی که دورتر از هم قرار دارند، در صورت کسر و حاصل ضرب دو عددی که نزدیک به هم قرار دارند، در مخرج کسر نوشته می‌شود. خب حالا حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{3}{11} = \frac{3 \times 36 + 11}{1 \times 25 + 24} = \frac{119}{49} = \frac{119 \times 25}{36 \times 49} = \frac{425}{252} , \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}} = \frac{1}{3 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{11} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{6} \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{11} - \frac{\frac{3 \times 3 + 1}{3} - \frac{1 \times 2 + 1}{2}}{\frac{3 \times 6 + 4}{6} \times \frac{1 \times 8 + 4}{8}} = \frac{3}{11} - \frac{\frac{9 + 1}{3} - \frac{2 + 1}{2}}{\frac{12 + 4}{6} \times \frac{16 + 4}{8}} = \frac{3}{11} - \frac{\frac{10 \times 2}{2} - \frac{3 \times 3}{2}}{\frac{16 \times 2}{6} \times \frac{20 \times 4}{8}} = \frac{3}{11} - \frac{\frac{20}{2} - \frac{9}{2}}{\frac{20}{6} \times \frac{20}{3}} = \frac{3}{11} - \frac{\frac{11}{2}}{\frac{20}{3}} = \frac{3}{11} - \frac{11 \times 3}{6 \times 20}$$
 $= \frac{3 \times 8}{120} - \frac{11}{40} = \frac{24}{40} - \frac{11}{40} = \frac{13}{40}$



...پرسش‌های تشریحی ...



۱۵ الف

۲۳ ب

۱۴ پ



۳ شکل روبرو $\frac{5}{8}$ را نشان می‌دهد. شکل واحد را رسم کنید.

۴ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و سپس مشخص کنید نصف عدد پنجم از کدام عددها بزرگ‌تر است؟

$$\frac{1}{5}, 2, 0 / 2, 1\frac{2}{5}, 3\frac{2}{3}, 5$$

۵ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$2, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, 1, \frac{26}{8}, 5, \frac{15}{2}$$

۶ چهار کسر بین ۲ و ۳ بنویسید که از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر باشد.

۷ حاصل جمع و تفریق کسرهای زیر را به دست آورید:

الف: $\frac{3}{4} + \frac{3}{7}$

ب: $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$

پ: $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$

۸ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف: $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

ب: $\frac{11}{15} - \frac{2}{9}$

پ: $\frac{2}{7} - \frac{3}{8}$

ت: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

۹ حاصل $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{15}$ را با کمک روش‌های زیر به دست آورید.

رسم شکل

محور

الف: مخرج مشترک گیری

۱۰ مجموع کسرهای هر سطر و هر ستون مربع زیر برابر است با $\frac{2}{3}$.

جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	
		$\frac{1}{5}$
$\frac{7}{30}$		

یافی ششم



۱۱ خیاطی پارچه‌ای را به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم کرد و $\frac{1}{5}$ از آن‌ها را برای دوخت لباسی استفاده کرد. آیا پارچه‌ای باقی‌مانده است که در دوخت لباس استفاده نشده باشد؟ اگر پاسخ مثبت است بگویید چه مقدار از پارچه باقی‌مانده است؟

۱۲ حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{8}{9} \times \frac{5}{7}$$

را در جاهای خالی طوری قرار دهید که:

$$\text{بزرگترین حالت ممکن شود.}$$

$$\text{اف} \quad \text{حاصل} \times \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

$$\text{کوچکترین حالت ممکن شود.}$$

۱۳ اگر علی و فاطمه هر کدام $\frac{2}{5}$ از پول خود را در فروشگاه خرج کرده باشند آیا می‌توان گفت که هر دو به یک اندازه مساوی پول خرج کرده‌اند؟

۱۴ حاصل ضرب‌های زیر را بیابید و تا حد امکان آن را ساده کنید.

$$\text{الف} \quad \frac{1}{5} \times \frac{5}{7}$$

$$\text{ب} \quad \frac{7}{4} \times \frac{49}{11}$$

$$\text{پ} \quad \frac{2}{15} \times \frac{11}{14}$$

۱۵ حاصل ضرب‌های زیر را با استفاده از محور به دست آورید.

$$\text{الف} \quad \frac{5}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\text{ب} \quad \frac{3}{8} \times \frac{7}{2}$$

$$\text{پ} \quad \frac{14 \times 54 \times 21}{36 \times 28 \times 5}$$

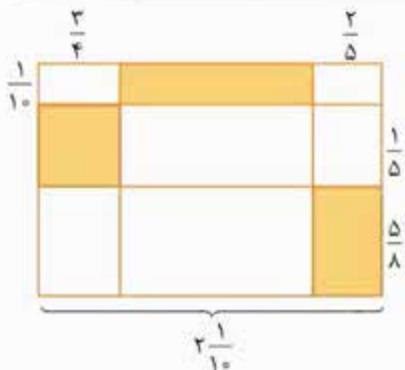
۱۶ کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید سپس حاصل هر کدام را در صورت امکان به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\text{الف} \quad \frac{120 \times 25}{15 \times 10}$$

$$\text{ب} \quad \frac{10 \times 17 \times 72}{27 \times 15 \times 34}$$

$$\text{پ} \quad \frac{14 \times 54 \times 21}{36 \times 28 \times 5}$$

۱۷ فاطمه $\frac{9}{25}$ از یک کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای را خوانده است. او می‌خواهد طی ۴ روز بعد کتاب را تمام کرده باشد. در هر روز باید چند صفحه کتاب بخواند؟



۱۸ مساحت قسمت رنگی را محاسبه کنید.

$$\text{الف} \quad (1 - \frac{1}{8}) \times (1 - \frac{1}{7}) \times (1 - \frac{1}{6}) \times (1 - \frac{1}{5})$$

۱۹ حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$\text{پ} \quad \frac{100}{99} \times \frac{99}{98} \times \frac{98}{97} \times \dots \times \frac{50}{49}$$



۲۱ علی $\frac{5}{7}$ از پولش را به خواهرش فاطمه داد و فاطمه $\frac{1}{3}$ از آن را برای خرید ۲ دفتر پرداخت کرد. اگر قیمت هر دفتر ۴۲۰ تومان باشد، کل پول علی چه قدر بوده است؟

۲۲ مساحت مثلثی برابر است با ۴۰ سانتیمتر مربع. اگر $\frac{1}{5}$ ارتفاع وارد بر قاعده‌ی آن ۳ باشد، اندازه‌ی قاعده‌ی مثلث را محاسبه کنید.

۲۳ جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\frac{3}{57} = \frac{\text{_____}}{19}$$

$$\frac{12}{13} = \frac{\text{_____}}{78}$$

$$\frac{40}{\text{_____}} = \frac{8}{21}$$

۲۴ در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید که رابطه درست باشد.

الف	$\frac{2}{5} \times \text{_____} = \frac{1}{7} \times \text{_____}$	ب	$\frac{2}{5} \times \text{_____} < \frac{1}{7} \times \text{_____}$	پ	$\frac{2}{5} \times \text{_____} > \frac{1}{7} \times \text{_____}$
-----	---	---	---	---	---

۲۵ هر کدام از تقسیم‌های زیر را روی محور و با شکل نمایش دهید و پاسخ آن را بنویسید.

الف	$\frac{8}{9} \div \frac{2}{9}$	ب	$10 \div \frac{1}{4}$	پ	$\frac{2}{3} \div \frac{7}{9}$
-----	--------------------------------	---	-----------------------	---	--------------------------------

۲۶ حاصل هر کدام از تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف	$\frac{14}{15} \div \frac{2}{15}$	ب	$\frac{6}{34} \div \frac{5}{2}$	پ	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{18}$
ت	$\frac{1}{5} \div \frac{3}{21}$	ث	$\frac{2}{8} \div \frac{2}{16}$	ج	$\frac{3}{21} \div \frac{10}{49}$

۲۷ اگر ۱۰۰ کیلو برج را به کیسه‌های $\frac{1}{3}$ کیلوگرمی بسته‌بندی کنیم، چه تعداد کیسه نیاز داریم؟

۲۸ ۳ بطری که هر کدام $\frac{1}{10}$ لیتر آب میوه دارند را در لیوان‌هایی با گنجایش $\frac{3}{100}$ می‌ریزیم. چند لیوان پر می‌شود؟

۲۹ پدر بزرگ فاطمه نصف حیاط خانه را موزاییک کرد و نصف دیگر را به ۵ قسمت تقسیم کرد و دو قسمت آن را حصار کشید تا مرغ و خروس‌هایش را نگه دارد و یک قسمت آن را سبزی کاشت و $\frac{1}{5}$ از قسمت باقی‌مانده را گل و گیاه کاشت. او چه کسری از حیاط را گل و گیاه کاشته است؟

۳۰ برای درست کردن رنگ بنفسنجک (یاسی) ۱ کیلوگرم رنگ آبی، $\frac{2}{3}$ کیلوگرم رنگ قرمز و $\frac{1}{5}$ کیلوگرم رنگ سفید استفاده کرده‌ایم. اگر برای هر یک متر دیوار به $\frac{7}{15}$ کیلوگرم رنگ نیاز باشد، با این مقدار رنگ چند متر دیوار را می‌توانیم رنگ بزنیم؟

۳۱ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

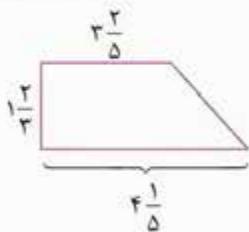
الف	$1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{1 + 4}}$	ب	$1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$	پ	$\frac{2 + \frac{3}{2 - \frac{1}{3}}}{\frac{5}{10} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}$	پ	$\frac{\frac{2}{2} + (1 \div \frac{2}{5})}{\frac{5}{15} - (\frac{2 \times \frac{3}{2}}{3})}$
-----	-------------------------------------	---	---	---	---	---	--



اگر داشته باشیم $\frac{1}{10}$ چه عددی می‌تواند باشد؟

$$\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \dots$$

رابطه و دو عدد بعدی در الگوی عددی مقابل را بنویسید.



محیط و مساحت شکل زیر را حساب کنید.

اگر علی بخواهد یک پاکت شیر که هو کدام $\frac{1}{10}$ لیتر شیر دارد را در لیوان‌های با گنجایش $\frac{2}{100}$ بریزد، چند لیوان را می‌تواند پر کند؟

پارچه‌ای به طول $\frac{15}{21}$ متر را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم؛ طول هر قسمت چهقدر است؟

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ...

$$\frac{4}{11} = \frac{8}{22} = \dots$$

کدام یک از گزینه‌های زیر در تساوی مقابل قرار نمی‌گیرد؟

$$\frac{56}{154} (4)$$

$$\frac{200}{561} (3)$$

$$\frac{48}{132} (2)$$

$$\frac{20}{55} (1)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ گیلان)



(نمونه ۹۷ - ۹۶ ایلام)

$$\frac{7}{8} (2)$$

$$\frac{15}{16} (4)$$

$$\frac{2}{16} (1)$$

$$\frac{2}{8} (3)$$

همهی مثلث‌های شکل زیر متساوی‌الاضلاع هستند. چه کسری از بزرگ‌ترین مثلث رنگ شده است؟



$$\frac{15}{64} (2)$$

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{4} (1)$$

$$\frac{7}{32} (3)$$

حاصل عبارت $\frac{6}{20} + \frac{3}{10} - \frac{7}{30}$ کدام است؟

$$4) صفر$$

$$\frac{11}{30} (3)$$

$$\frac{5}{60} (2)$$

$$\frac{2}{50} (1)$$

$$\frac{4}{15} + \frac{5}{12}$$

کدام یک از کسرهای زیر را به عبارت رو به رو اضافه کنیم تا دو واحد کامل شود؟

$$\frac{78}{60} (4)$$

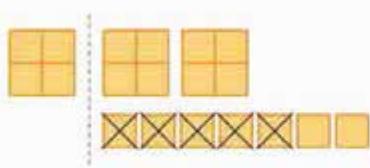
$$\frac{17}{6} (3)$$

$$\frac{19}{6} (2)$$

$$\frac{7}{6} (1)$$

(گلستان - ۹۶)

کدام گزینه، تفريق شکل زیر را به درستی نشان می‌دهد؟



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} (2)$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} (4)$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} (1)$$

$$\frac{2}{4} - \frac{5}{4} (3)$$



(نمونه ۹۶-۹۷ اردبیل)

$$8 - 2\frac{2}{3} = \text{_____} + 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6}$$

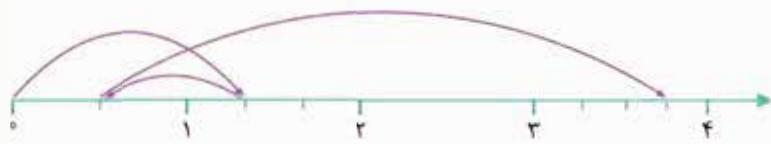
$$\frac{1}{6}(2)$$

$$\frac{5}{6}(1)$$

$$1\frac{2}{3}(4)$$

$$1\frac{1}{3}(3)$$

(نمونه ۹۶-۹۷ زنجان)



محور زیر، کدام عبارت را به درستی نشان می‌دهد؟

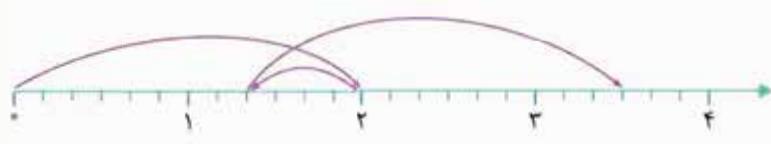
$$1\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2\frac{5}{4}(1)$$

$$1\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}(2)$$

$$1\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + 2\frac{5}{4}(3)$$

$$1\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + 3\frac{2}{3}(4)$$

کدام یک از گزینه‌های زیر مربوط به محور زیر است؟



$$\text{_____} = \frac{49}{50} + \frac{48}{49} + \dots + \frac{1}{2}, \quad \text{_____} = \frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{2}$$

$$50(4)$$

$$49(3)$$

حاصل جمع دو عبارت رویه‌رو با هم کدام است؟

$$1\frac{51}{50}(2)$$

$$\frac{49}{50}(1)$$

(نمونه ۹۶-۹۷ ایلام)

کدام کسر زیر بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ قرار دارد؟

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$\frac{11}{18}(1)$$

کدام گزینه بین دو عدد ۸ و ۱۱ قرار دارد؟

$$\frac{11}{2} \div 8(2)$$

$$\frac{11-8}{2}(1)$$

کدام یک بین دو عدد $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{4}$ قرار دارد؟

$$\frac{11+8}{2}(4)$$

$$\frac{11 \times 8}{2}(3)$$

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$\frac{11}{18}(1)$$

$$\frac{7}{10}(4)$$

$$\frac{2}{4}(3)$$

$$\frac{7}{5}(2)$$

$$\frac{3}{10}(1)$$

کدام یک از کسرهای زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{70}{81}(4)$$

$$\frac{4}{9}(3)$$

$$\frac{25}{27}(2)$$

$$\frac{1}{3}(1)$$

کدام یک از گزینه‌های زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{7}(4)$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{2}{7}(3)$$

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7}(2)$$

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{7}(1)$$

اگر کسرهای $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{23}{12}$, $\frac{23}{24}$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، کدام کسر وسط قرار می‌گیرد؟ (نمونه ۹۶-۹۷ فرانسه شمالی)

$$\frac{9}{12}(4)$$

$$\frac{2}{3}(3)$$

$$\frac{2}{4}(2)$$

$$\frac{5}{6}(1)$$

یادآوری ششم



(نمونه ۹۷ - ۹۶ قم)

$$-\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{10}, \frac{7}{3}, \frac{12}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7}, \frac{7}{3}, \frac{12}{4}, -\frac{5}{2}, \frac{1}{10} \quad (3)$$

$$-\frac{5}{4}, \frac{12}{3}, \frac{3}{7}, \frac{7}{3}, \frac{1}{10} \quad (2)$$

$$\frac{12}{4}, \frac{3}{7}, \frac{7}{3}, \frac{1}{10}, -\frac{5}{2} \quad (1)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ مازندران)

اگر اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، چهارمین عدد از سمت چپ برابر است با:

$$1, \frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{2}, \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{11}{5} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

کدام یک از گزینه‌ها از بقیه کوچک‌تر است؟ ۱۹

$$\frac{2}{13} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{12} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

در جای خالی چند عدد طبیعی می‌توانیم قرار دهیم تا حاصل عبارت زیر بزرگ‌تر از $\frac{3}{4}$ و کوچک‌تر از $\frac{3}{2}$ شود؟ ۲۰

$$\frac{-3}{5} - \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

حاصل $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ برابر با کدام است؟ ۲۱

$$\frac{3}{20} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{11}{20} \quad (2)$$

$$\frac{9}{20} \quad (1)$$

اگر ثلث نصف عدد $\frac{3}{5}$ را در ربع ۱۵ ضرب کنیم، حاصل برابر با کدام گزینه خواهد شد؟ ۲۲

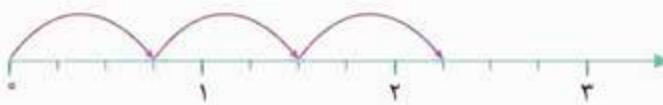
$$\frac{39}{2} \quad (4)$$

$$\frac{39}{8} \quad (3)$$

$$\frac{13}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{13} \quad (1)$$

کدام گزینه عبارت متناظر با محور زیر را نشان می‌دهد؟ ۲۳



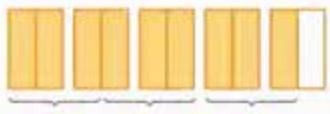
$$3 \times \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$2 \times \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$3 \times \frac{2}{3} \quad (3)$$

$$3 \times \frac{3}{4} \quad (4)$$

شکل مقابل مربوط به کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ ۲۴



$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \div \frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \div \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{2} \quad (3)$$

به جای کدام یک از گزینه‌های زیر را می‌توانیم قرار دهیم تا عبارت زیر درست باشد؟ ۲۵

$$\frac{7}{15} = \frac{\text{_____}}{165} \times \frac{1}{2}$$

$$75 \quad (2)$$

$$\frac{75}{2} \quad (4)$$

$$\frac{77}{2} \quad (1)$$

$$154 \quad (3)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ فرانسان پنوبی)

$$\frac{36 \times 56 \times 16}{24 \times 54 \times 64} =$$

$$\frac{7}{18} \quad (2)$$

$$4) \text{ صفر}$$

$$\frac{8}{18} \quad (1)$$

$$\frac{5}{19} \quad (3)$$

حاصل کسر زیر، به ساده‌ترین صورت کدام است؟ ۲۶



$$\frac{32 \times 225 \times 77 \times 28}{70 \times 121 \times 35} =$$

- ساده شدهی عبارت، برابر با معکوس کدامیک از گزینه‌های زیر است؟
- (۱) $\frac{576}{11}$ (۲) $\frac{576}{576}$ (۳) $\frac{11}{576}$ (۴) $\frac{11}{506}$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ قم)

۲۷ $\frac{1}{3}$ برابر $\frac{2}{5}$ را با کدامیک از عده‌های زیر جمع کنیم تا حاصل برابر کسر واحد شود؟

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{3}{15}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۲۸ اختلاف عدد $\frac{1}{3}$ با نصف معکوسش چه عددی است؟

- (۱) $\frac{40}{21}$ (۲) $\frac{89}{42}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{22}{21}$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ گلستان)

۲۹ اگر صورت کسری را بر $\frac{1}{5}$ تقسیم کنیم و مخرج آن را ۵ برابر کنیم، کسر

- (۱) تقسیم بر ۵ می‌شود. (۲) ۵ برابر می‌شود. (۳) تغییری نمی‌کند.

۳۰ مخرج کسری را بر $\frac{2}{5}$ تقسیم می‌کنیم و صورت آن را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم، کسر

- (۱) $\frac{25}{4}$ برابر می‌شود. (۲) $\frac{4}{25}$ برابر می‌شود. (۳) ۱۰ برابر می‌شود. (۴) تغییر نمی‌کند.

۳۱ به مخرج کسر $\frac{24}{21}$ چه مقدار اضافه کنیم تا کسر $\frac{3}{4}$ به دست آید؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۳۲ کدامیک از کسرهای زیر با کسر $\frac{5}{11}$ برابر است به طوری که اختلاف صورت و مخرج آن ۷۲ می‌باشد؟ (نمونه ۹۷ - ۹۶ گلستان)

- (۱) $\frac{60}{132}$ (۲) $\frac{216}{288}$ (۳) $\frac{144}{72}$ (۴) $\frac{72}{144}$

۳۳ فاطمه ربع یک شبانه‌روز را درس می‌خواند. اگر خواهوش $\frac{1}{5}$ او درس بخواند، حساب کنید چه کسری از شبانه‌روز را درس می‌خواند؟

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۳۴ $\frac{3}{4}$ یک ظرف پر از آب است. اگر ۱۴ لیتر آن را در بطری‌های یک لیتری بریزیم، آب داخل ظرف نصف گنجایش کل ظرف

می‌شود. حساب کنید گنجایش ظرف برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{56}{3}$ (۲) $\frac{112}{2}$ (۳) $\frac{56}{2}$ (۴) $\frac{28}{4}$

۳۵ مادر آریا می‌خواهد ۲ کیک را بین او و سه نفر از دوستانش به طور مساوی تقسیم کند. به آریا چه کسری از یک کیک می‌رسد؟ (نمونه ۹۷ - ۹۶ کردستان)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۶ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$11\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\times \dots \times \left(1-\frac{1}{21}\right) = \frac{11}{21}$$

$$\frac{2}{11} = \frac{1}{2}$$

۳۷ نصف حاصل عبارت رویه را برابر با کدام گزینه است؟

- $$(2 - \frac{7580}{24153}) \times (3 - \frac{75}{241}) \times (4 - \frac{80}{153}) \times (5 - \frac{50}{10}) = \frac{15}{241}$$

- (۱) $\frac{71}{5}$ (۲) $\frac{15}{241}$ (۳) صفر (۴) $\frac{21}{2}$

۳۸ حاصل عبارت زیر، کدام گزینه است؟ (نمونه ۹۷ - ۹۶ اردبیل)

$$\left[\frac{7}{8} - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)\right] \div 125 = \frac{1}{4}$$

$$1 = \frac{1}{8}$$





(نمونه ۹۷ - ۹۶ اردیل)

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$$

$$(4 + 30 \times (50 - 26) \div 2 - 8) + 20 \div 4 = \\ 413 \quad (4)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ مرکزی)

$$(1\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{2}) - \frac{\frac{2}{3} - 1\frac{2}{6}}{\frac{2}{5} + 1} =$$

$$2 + 7\frac{1\frac{3}{5}}{1 + \frac{1}{1\frac{4}{5}}} \div \frac{1}{2} =$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$$

$$2 - \frac{5 - \frac{1}{\frac{1}{4}}}{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}} =$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}} \quad B = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ مازندران)

$$0/5 \quad (4)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ قم)

$$\frac{\left(\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{2}{3} \div \frac{5}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}\right)} =$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ فراسان رضوی)

$$\frac{\frac{6}{8} \times \frac{5}{8} + 1 \div \frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}}{11 + 4 \div 6 \times 12} =$$

$$\frac{2}{3} + 1 \div \frac{15}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}$$

$$\frac{5}{6} \quad (2)$$

$$1\frac{11}{30} \quad (4)$$

$$361 \quad (3)$$

حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$1) \text{ صفر}$$

$$2) \frac{11}{15} \quad (3)$$

$$3) \text{ با توجه به ترتیب عملیات، حاصل عبارت مقابله کدام گزینه است؟} \\ 4) 405 \quad (2) \\ 5) 351 \quad (1)$$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$1) \frac{4}{5} \quad (1)$$

$$2) \frac{1}{3} \quad (3)$$

حاصل عبارت رو به رو کدام است؟

$$1) \frac{2}{5} \quad (1)$$

$$2) \frac{1}{5} \quad (3)$$

مجموع عبارت رو به رو با معکوسش برابر کدام است؟

$$1) \frac{169}{60} \quad (1)$$

$$2) \frac{159}{60} \quad (3)$$

حاصل نصف معکوس عبارت رو به رو کدام است؟

$$1) 2 \quad (1)$$

$$2) 1 \quad (3)$$

حاصل $A + B$ برابر با کدام گزینه می باشد؟

$$1) \frac{55}{123} \quad (1)$$

$$2) \frac{1}{23} \quad (3)$$

حاصل عبارت $\frac{\frac{5}{8} + (\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}) + \frac{1}{8}}{4 - 2\frac{1}{6}}$ برابر است با:

$$1) \frac{11}{2} \quad (2) \\ 2) \frac{33}{13} \quad (1)$$

معکوس حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$1) \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$2) \frac{4}{9} \quad (4)$$

$$3) \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1) \text{ صفر}$$

$$2) 0/012 \quad (2)$$

$$3) 0/023 \quad (3)$$

حاصل عبارت مقابله کدام است؟

$$1) \frac{7}{12} \quad (1)$$

$$2) \frac{13}{24} \quad (3)$$

$$1) \frac{1}{6} \quad (2)$$

$$2) \frac{7}{15} \quad (4)$$



(نمونه ۹۷ - ۹۸ کیلان)

۵۱ مقدار کسر $\frac{1-0/5 \times \frac{2}{3}}{1+0/5 \div 0/75}$ برابر است با:

$$\frac{7}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{15} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1\frac{4}{15}}{1\frac{1}{15}} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۱)}$$

۵۲ قرینهٔ حاصل عبارت مقابله کدام است؟

$$\frac{\frac{3}{5} \div (2 + \frac{1}{1+\frac{1}{3}})}{\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}}$$

$$\frac{125}{192} \text{ (۲)}$$

$$\frac{192}{1550} \text{ (۴)}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{132}{125} \text{ (۱)} \\ &-\frac{192}{1375} \text{ (۳)} \end{aligned}$$

(نمونه ۹۶ - ۹۷ اصفهان)

$$\frac{\frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \dots + \frac{49}{50} + \frac{1}{2}}{2 \times 1\frac{1}{3} \div 6} =$$

$$\frac{12/75}{50} \text{ (۲)}$$

$$50 \text{ (۴)}$$

$$\begin{aligned} &12/5 \text{ (۱)} \\ &25 \text{ (۳)} \end{aligned}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ البرز)

$$\frac{0/2 \div 0/04 - \frac{1}{10}}{\frac{1}{2} \times \frac{1-\frac{1}{5}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{10}}} =$$

$$\frac{0/01}{1} \text{ (۲)}$$

$$1 \text{ (۴)}$$

$$\begin{aligned} &45/0 \text{ (۱)} \\ &4/5 \text{ (۳)} \end{aligned}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ فراسان رضوی)

$$\frac{\frac{6}{8} \times \frac{5}{8} + 1 \div \frac{4}{5} - \frac{1}{8}}{11 + 4 \div 6 \times 12} =$$

$$\frac{0/01}{0/03} \text{ (۲)}$$

$$0/02 \text{ (۳)}$$

۵۴ پاسخ گردشدهٔ عبارت زیر با تقریب کمتر از $1/0$ کدام است؟

(نمونه ۹۷ - ۹۶ گیلان)

$$(\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}) \times (\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}) \times \dots \times (\frac{1}{9} \div \frac{1}{10}) =$$

$$\frac{5}{1} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{10} \text{ (۴)}$$

$$\begin{aligned} &5/0 \text{ (۱)} \\ &\frac{1}{2} \text{ (۳)} \end{aligned}$$

۵۵ حاصل عبارت زیر برابر است با:

(نمونه ۹۷ - ۹۶ زنجان)

$$\frac{\frac{49}{50} + \frac{48}{50} + \frac{47}{50} + \dots + \frac{1}{50}}{(1-\frac{1}{3}) \times (1-\frac{1}{4}) \times (1-\frac{1}{5}) \times \dots \times (1-\frac{1}{100})} =$$

$$\frac{5/25}{9,6} \text{ (۲)}$$

$$12,4/2 \text{ (۳)}$$

$$\begin{aligned} &13250 \text{ (۱)} \\ &13350 \text{ (۲)} \\ &12250 \text{ (۳)} \\ &12350 \text{ (۴)} \end{aligned}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ همدان)

۵۶ در ثلث $(\frac{1}{3} + \frac{1}{4})$ چندتا از خمس $(\frac{1}{3} + \frac{1}{4})$ وجود دارد؟

$$5 \text{ (۴)}$$

$$4 \text{ (۳)}$$

$$3/2 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۱)}$$

۵۷ در عبارت $\frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{3}$ به جای \square و \square کدام دو عدد آمده در گزینه‌ها را می‌توانیم قرار دهیم؟

$$3,1 \text{ (۴)}$$

$$9,6 \text{ (۳)}$$

$$12,4/2 \text{ (۲)}$$

$$5,2/1 \text{ (۱)}$$

۵۸ به جای \square کدامیک از اعداد زیر را قرار دهیم تا رابطهٔ $\frac{1}{\square} = \frac{1}{3}$ برقرار باشد؟

$$8 \text{ (۴)}$$

$$3 \text{ (۳)}$$

$$7/2 \text{ (۲)}$$

$$4/1 \text{ (۱)}$$

۵۹ از عددی ۲۹ واحد کمتر از $\frac{5}{7}$ همان عدد است. آن عدد کدام است؟

$$15 \text{ (۴)}$$

$$49 \text{ (۳)}$$

$$42/2 \text{ (۲)}$$

$$21/1 \text{ (۱)}$$

۶۰ از کیکی رازهرا و $\frac{2}{5}$ آن را پدرش خورد. اگر نصف مقدار باقی‌مانده از کیک را مادرش بخورد، چه مقدار از کیک باقی می‌ماند؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{13}{60} \text{ (۳)}$$

$$\frac{13}{30} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

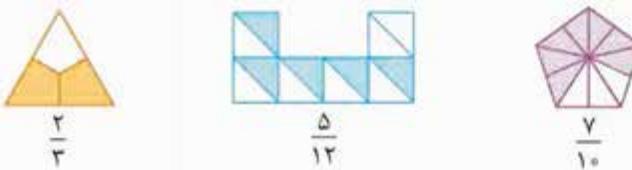
پاسخ ششم



پاسخ نامه: پرسش‌های تشریحی



۱) شکل‌ها را به صورت زیر به تعداد مخرج هر کسر، به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و سپس به اندازه‌ی عدد صورت خانه‌هاییش را رنگ می‌کنیم:



۲) (الف) شکل واحد را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که به ۶ قسمت مساوی قابل تقسیم باشد و چون عدد صحیح پشت کسر ۱ است یک واحد را کامل رنگ می‌کنیم و یک واحد دیگر می‌کشیم و $\frac{5}{6}$ از آن را رنگ می‌کنیم.

$$\frac{1}{6} = \frac{11}{6}$$



می‌توانیم عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم سپس شکل بکشیم که باز هم نتیجه همین خواهد بود.

$$(ب) \quad \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

۳) اگر کسر $\frac{5}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنیم داریم:

یعنی ۱ واحد کامل داریم و یک $\frac{2}{3}$ از واحد و چون مخرج کسر برابر با ۳ است پس شکل به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده است و یک واحد شکل به صورت زیر خواهد بود:



۴) ابتدا عددها را مرتب می‌کنیم:

روش اول: می‌توانیم همه‌ی عددها را به صورت کسری بنویسیم و سپس مخرج‌ها را مخرج مشترک‌گیری یکی کنیم و آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$\frac{6}{30}, \frac{6}{30}, \frac{6}{30}, \frac{11}{30}, \frac{11}{30}, \frac{15}{30} \xrightarrow{\text{حالا مرتب می‌نویسیم}} \frac{6}{30} < \frac{6}{30} < \frac{11}{30} < \frac{11}{30}, \frac{15}{30}$$

روش دوم: می‌توانیم عددهای طبیعی داده شده را بیابیم و مشخص کنیم که بقیه‌ی عددها از آن‌ها کوچک‌تر هستند یا بزرگ‌تر:
 عددهای $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, 5$ $\frac{1}{5}$ مشخص است که از ۲ کوچک‌تر هستند و عدد $\frac{2}{3}$ چون از سه واحد کامل بیشتر است پس از ۲ بزرگ‌تر است و از عدد ۵ هم کوچک‌تر است.

خب حالا عددهای $\frac{2}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ و $\frac{1}{5}$ که هر سه قبل از عدد ۲ هستند را با هم مقایسه می‌کنیم:

عدد $\frac{2}{5}$ بزرگ‌تر از واحد است و عددهای $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ هر دو کمتر از واحد هستند پس ترتیب عددهای بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} < \frac{1}{5} < 2 < \frac{2}{3} < 5$$

سپس در آخر نصف عدد پنجم را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 + 2}{3} = \frac{11}{3} \quad \text{عدد پنجم}$$

که عددهای 5 و $\frac{2}{3}$ از $\frac{11}{6}$ بزرگ‌ترند.

$$\frac{1}{2} \times \frac{11}{3} = \frac{11}{6} \quad \text{نصف عدد پنجم}$$



۵ می توانیم مخرج همهٔ عددها را یکسان کنیم سپس آن‌ها را مقایسه کنیم ولی راه بهتر این است که عددهای طبیعی را مشخص کنیم و سپس بقیهٔ عددها را با آن‌ها مقایسه کنیم:

$$\frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}, \quad \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \quad / \quad \frac{1}{3}, \frac{4}{5} < 1 < 2 < 3\frac{1}{4} < 5 < 7\frac{1}{2}$$

حالا $\frac{1}{3}$ و $\frac{4}{5}$ که هر دو کمتر از ۱ هستند را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1 \times 5}{3 \times 5}, \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \Rightarrow \frac{5}{15} < \frac{12}{15}$$

پس اعداد بالا به صورت رو به رو مرتب می‌شوند:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

ابتدا عدد $\frac{2}{3}$ را به صورت کسری می‌نویسیم:

حالا چون چهار کسر بین دو عدد ۲ و ۳ می‌خواهیم که از $\frac{7}{3}$ نیز بزرگ‌تر باشد یعنی ۴ کسر بین $\frac{7}{3}$ و ۳ می‌خواهیم و باید صورت و مخرج کسرها را ضرب در $= 5 + 1 = 5$ کنیم و سپس کسرهای خواسته شده را بنویسیم:

$$\frac{7 \times 5}{3 \times 5}, \frac{3 \times 5 \times 3}{1 \times 5 \times 3} \Rightarrow \frac{35}{15}, \frac{36}{15}, \frac{37}{15}, \frac{38}{15}, \frac{39}{15}, \frac{40}{15}$$

در آخر چهار کسری که مشخص کردایم کسرهای بین $\frac{7}{3}$ و ۳ هستند.

۶ ابتدا در هر عبارت مخرج کسرها را یکسان می‌کنیم سپس عملیات جمع و تفریق را انجام می‌دهیم:

$$(الف) \frac{3 \times 7}{4 \times 2} + \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{21}{28} + \frac{12}{28} = \frac{33}{28}$$

$$(ب) \frac{2 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 1}{10 \times 1} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$(الف) \frac{8 \times 2}{9 \times 2} - \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{16}{18} - \frac{15}{18} = \frac{1}{18}$$

ابتدا عدد مخلوطها را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس حاصل هر عبارت را به دست می‌آوریم:

$$(الف) \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3 \times 4 + 1}{4} - \frac{1 \times 5 + 2}{5} = \frac{13 \times 5}{4 \times 5} - \frac{7 \times 4}{5 \times 4} = \frac{65}{20} - \frac{28}{20} = \frac{37}{20} = 1\frac{17}{20}$$

$$(ب) \frac{11}{15} - \frac{5}{9} = \frac{5 \times 15 + 11}{15} - \frac{5 \times 9 + 2}{9} = \frac{75 + 11}{15} - \frac{45 + 2}{9} = \frac{86 \times 3}{15 \times 3} - \frac{47 \times 5}{9 \times 5} = \frac{258}{45} - \frac{235}{45} = \frac{23}{45}$$

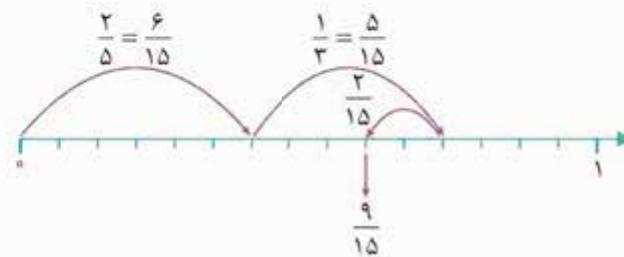
$$(الف) \frac{4}{7} - \frac{3}{8} = \frac{4 \times 7 + 2}{7} - \frac{3 \times 8 + 2}{8} = \frac{30 \times 8}{7 \times 8} - \frac{26 \times 7}{8 \times 7} = \frac{240}{56} - \frac{182}{56} = \frac{58}{56} = \frac{29}{28} = 1\frac{1}{28}$$

$$(ب) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1 \times 2 + 1}{2} + \frac{3 \times 4 + 2}{4} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} + \frac{14}{4} = \frac{6}{4} + \frac{14}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

۷ (الف) مخرج مشترک سه کسر داده شده را می‌نویسیم و به صورت زیر حاصل عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} - \frac{2 \times 1}{15 \times 1} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} - \frac{2}{15} = \frac{6 + 5 - 2}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

(ب) هر واحد از محور را به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم سپس عبارت را روی محور نمایش می‌دهیم:



(ب)

$$\frac{6}{15} + \frac{5}{15} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15}$$



۱۰: چون مجموع هر سه خانه‌ی سطر یا ستون باید $\frac{2}{3}$ باشد، ابتدا مجموع دو عدد موجود در سطر یا ستون را به دست می‌آوریم.
سپس حاصل را از $\frac{2}{3}$ کم می‌کنیم تا عدد خانه‌ی سوم آن سطر یا ستون محاسبه شود؛ پس داریم:

$$\begin{array}{l} \text{سطر اول} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 \times 3}{10 \times 3} + \frac{2 \times 2}{15 \times 2} = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} = \frac{7}{30} \\ \frac{2 \times 10}{3 \times 10} - \frac{7}{30} = \frac{20}{30} - \frac{7}{30} = \frac{13}{30} \end{array} \right. \\ \text{ستون اول} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 \times 3}{10 \times 3} + \frac{7}{30} = \frac{3}{30} + \frac{7}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{array} \right. \\ \text{سطر دوم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 \times 5}{3 \times 5} + \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15} \\ \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{8}{15} = \frac{10}{15} - \frac{8}{15} = \frac{2}{15} \end{array} \right. \\ \text{ستون دوم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \\ \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{4}{15} = \frac{10}{15} - \frac{4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \end{array} \right. \\ \text{ستون سوم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{13}{30} + \frac{1 \times 6}{5 \times 6} = \frac{13}{30} + \frac{6}{30} = \frac{19}{30} \\ \frac{2 \times 10}{3 \times 10} - \frac{19}{30} = \frac{20}{30} - \frac{19}{30} = \frac{1}{30} \end{array} \right. \end{array}$$

۱۱: ابتدا حساب می‌کنیم که چه مقدار پارچه را استفاده کرده است:
چون کل پارچه را 20 قسمت کرده بود و 15 قسمت از 20 قسمت را استفاده کرده است پس $5 = 20 - 15$ قسمت از 20 قسمت
یعنی $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ از پارچه باقی مانده است.

۱۲: حاصل هر یک از ضرب کسرهای بالا را با ضرب صورت در صورت و مخرج در مخرج به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4} = \frac{15}{32} \quad \frac{3}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{10 \times 5} = \frac{3}{50} \quad \frac{8}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{8 \times 5}{9 \times 7} = \frac{40}{63}$$

۱۳: (الف) به ترتیب بزرگ‌ترین عدد در کارت‌های بالا را در صورت قرار می‌دهیم و کوچک‌ترین عدها را در مخرج‌ها (دقت کنید

$$\frac{5}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 10 \quad \frac{5}{1} \text{ و } \frac{4}{1} \text{ نیز همین حاصل را دارد.}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{2}{1} = 5 + 2 = 7 \quad \text{(ب) همین طور برای جمع داریم:}$$

(پ) برای این که حاصل جمع کوچک‌ترین حالت شود، کوچک‌ترین عدد در کارت‌ها را در صورت‌ها قرار می‌دهیم و بزرگ‌ترین عدد عدها را در مخرج‌ها: (دقت کنید برای ساخت کوچک‌ترین کسرها باید به ترتیب بزرگ‌ترین عدد در مخرج کوچک‌ترین عدد قرار بگیرد). البته به جز صفر زیرا وقتی صورت کسر صفر باشد مخرج کسر هر عددی باشد حاصل صفر است.

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{1} = 0 + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

توجه کنید که در مخرج 0 فرقی نمی‌کند چه عددی قرار دهیم، پاسخ کسر همواره صفر خواهد بود.

پس بزرگ‌ترین عدد را در مخرج زیر، عدد 1 قرار می‌دهیم که عدد حاصل کوچک‌ترین حالت ممکن شود.

۱۴: خیر؛ چون ممکن است مقدار پولی که هر کدام دارند با هم متفاوت باشد. که در این صورت $\frac{2}{5}$ از پول هر کدام با هم متفاوت خواهد بود.

مثلاً ممکن است علی 10 واحد پول داشته باشد که $\frac{2}{5}$ آن برابر می‌شود با:



$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \times 10 = 4$$

یعنی 4 واحد پول خرج کرده است



و فاطمه ۵ واحد پول داشته باشد که $\frac{2}{5}$ آن برابر می‌شود با:

$$\frac{2}{5} \times 5 = 2 \text{ یعنی ۲ واحد پول خرج کرده است.}$$

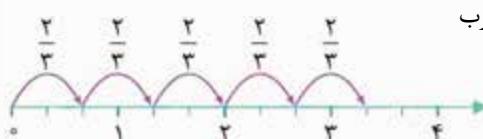
پس نمی‌توانیم بگوییم هر دو به اندازه‌ی مساوی پول خرج کرده‌اند.

۱۵ عده‌های مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس حاصل ضرب را به دست می‌آوریم:

$$(الف) \frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} \times \frac{3 \times 2 + 5}{2} = \frac{11}{5} \times \frac{26}{7} = \frac{286}{35} = 8 \frac{6}{35}$$

$$(ب) \frac{1}{4} \times \frac{49}{11} = \frac{1 \times 4 + 7}{4} \times \frac{49}{11} = \frac{11}{4} \times \frac{49}{11} = \frac{49}{4} = 12 \frac{1}{4}$$

$$(پ) \frac{2}{15} \times 1 \frac{11}{14} = \frac{4 \times 15 + 2}{15} \times \frac{1 \times 14 + 11}{14} = \frac{62}{15} \times \frac{25}{14} = \frac{155}{21} = 7 \frac{8}{21}$$



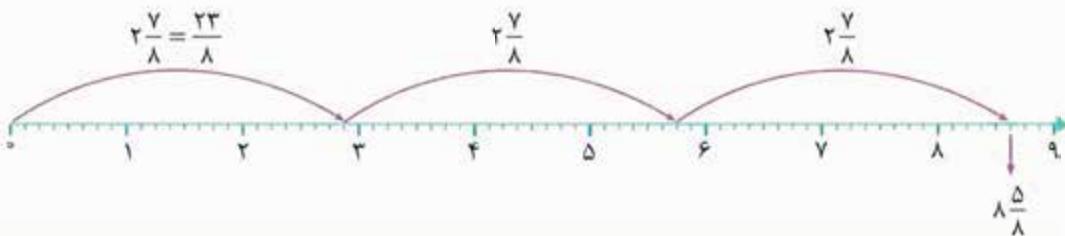
۱۶ (الف) هر واحد محور را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، سپس ضرب

$$\frac{2}{3} \times 5 \text{ را روی آن نمایش می‌دهیم:}$$

بعد از ۵ حرکت به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ واحد روی نقطه‌ی $\frac{1}{3}$ قرار می‌گیریم؛ پس حاصل ضرب بالا برابر است با $\frac{1}{3}$.

(ب) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس مانند قسمت قبل ضرب را روی محور نمایش می‌دهیم:

$$3 \times 2 \frac{7}{8} = 3 \times \frac{2 \times 8 + 7}{8} = 3 \times \frac{23}{8}$$



پس حاصل ضرب بالا برابر است با $\frac{5}{8}$.

۱۷ همان‌طور که در سؤال گفته شده ابتدا عده‌ها را تا حد امکان ساده می‌کنیم، سپس حاصل را می‌یابیم:

$$(الف) \frac{120 \times 25}{15 \times 104} = \frac{5 \times 5}{1 \times 13} = \frac{25}{13} = 1 \frac{12}{13}$$

$$(ب) \frac{10 \times 17 \times 72}{27 \times 15 \times 34} = \frac{8}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$$

$$(پ) \frac{14 \times 54 \times 21}{36 \times 28 \times 5} = \frac{9 \times 7}{4 \times 5} = \frac{63}{20} = 3 \frac{3}{20}$$

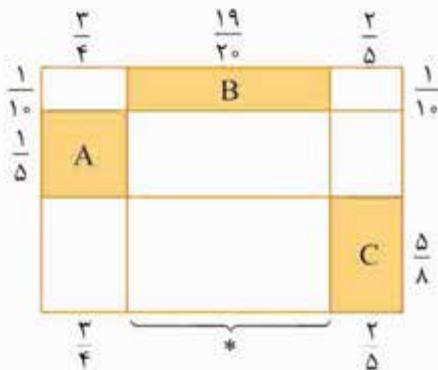
$$\frac{9}{25} \times 300 = 108$$

۱۸ ابتدا $\frac{9}{25}$ کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

چون ۱۰۸ صفحه از کتاب را خوانده پس $300 - 108 = 192$ صفحه باقی‌مانده که اگر بخواهد در ۴ روز بخواند، باید در هر روز

$$\frac{1}{4} = 48 \text{ صفحه بخواند.}$$

یادگاری ششم



۱۹ مساحت هر کدام از قسمت‌های رنگی را حساب می‌کنیم سپس جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$(*) : 2\frac{1}{10} - \left(\frac{2 \times 4}{5 \times 4} + \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \right) = \frac{21}{10} - \left(\frac{8}{20} + \frac{15}{20} \right) = \frac{21 \times 2}{10 \times 2} - \left(\frac{23}{20} \right) \\ = \frac{42}{20} - \frac{23}{20} = \frac{19}{20}$$

$$\text{مساحت } A = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

$$\text{مساحت } B = \frac{1}{10} \times \frac{19}{20} = \frac{19}{200}$$

$$\text{مساحت } C = \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{4}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = \frac{3 \times 10}{20 \times 10} + \frac{19}{200} + \frac{1 \times 50}{4 \times 50} = \frac{30 + 19 + 50}{200} = \frac{99}{200}$$

۲۰ (الف) ابتدا حاصل هر پرانتز را محاسبه می‌کنیم سپس داریم:

$$\left(\frac{1 \times 8}{1 \times 8} - \frac{1}{8} \right) \times \left(\frac{1 \times 7}{1 \times 7} - \frac{1}{7} \right) \times \left(\frac{1 \times 6}{1 \times 6} - \frac{1}{6} \right) \times \left(\frac{1 \times 5}{1 \times 5} - \frac{1}{5} \right) = \left(\frac{7}{8} \right) \times \left(\frac{6}{7} \right) \times \left(\frac{5}{6} \right) \times \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$(ب) \frac{100}{99} \times \frac{99}{98} \times \frac{98}{97} \times \dots \times \frac{50}{49} = \frac{100}{49} = 2\frac{2}{49}$$

چون قیمت هر دفتر 420 تومان است و فاطمه پول دو دفتر را پرداخت کرده است یعنی $(420 \times 2) = 840$ تومان پرداخت

کرده است و چون $\frac{1}{7}$ از $\frac{5}{7}$ پول علی برابر با 840 تومان است، داریم:

$$\frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = 840 \Rightarrow \frac{5}{21} = \frac{840}{1} \Rightarrow \frac{5}{21} = \frac{840}{1} \div \frac{5}{21} = \frac{840 \times 21}{5} = 3528$$

پس علی 3528 تومان پول داشته است.

$$\frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \text{مساحت مثلث}$$

۲۱ (الف) ابتدا فرمول محاسبه مساحت مثلث را می‌نویسیم:

چون $\frac{1}{5}$ ارتفاع برابر با 3 است، پس ارتفاع برابر با 15 . حالا داریم:

$$\frac{40}{1} = \frac{15 \times 2}{2} \Rightarrow \text{قاعده} = \frac{40 \times 2}{15} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

۳

با استفاده از روش ضرب دری جاهای خالی را در هر کدام از تساوی‌ها می‌یابیم:

$$\frac{3}{57} = \frac{1}{19} \Rightarrow \boxed{\square} = \frac{3 \times 19}{57} = 1$$

$$\frac{12}{13} = \frac{1}{78} \Rightarrow \boxed{\square} = \frac{12 \times 78}{13} = 72$$

$$\frac{40}{21} = \frac{8}{\boxed{\square}} \Rightarrow \boxed{\square} = \frac{40 \times 21}{8} = 105$$

۲۲ (الف) برای این‌که هر دو عبارت با هم برابر شوند، باید $\frac{2}{5}$ را در $\frac{1}{7}$ و برعکس $\frac{1}{7}$ را در $\frac{2}{5}$ ضرب کنیم:

$$\frac{2}{5} \times \boxed{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \times \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{2}{5} \times \boxed{\frac{1}{7}} < \frac{1}{7} \times \boxed{\frac{2}{5}}$$

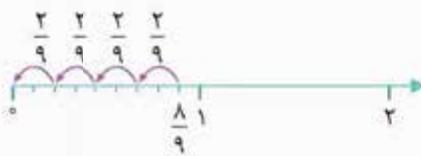
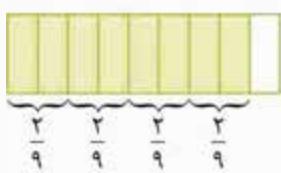
$$\frac{2}{5} \times \boxed{\frac{2}{7}} > \frac{1}{7} \times \boxed{\frac{2}{5}}$$

۲۳ (ب) اگر بخواهیم سمت راست بزرگ‌تر شود، می‌توانیم $\frac{1}{7}$ را در عددی بزرگ‌تر از $\frac{2}{5}$ ضرب کنیم، مثل:

۲۴ (پ) و همانند قسمت قبل:

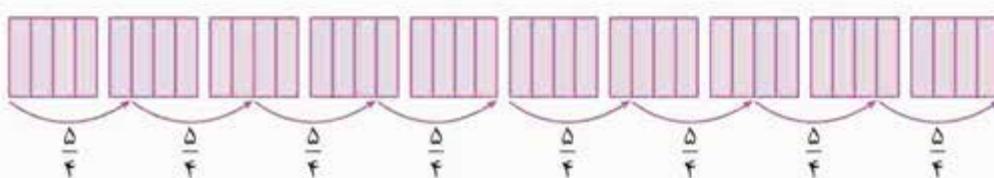


۲۵ ابتدا اگر عدد مخلوط داشتیم به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس شکل و محور مربوط به آن را می‌کشیم:



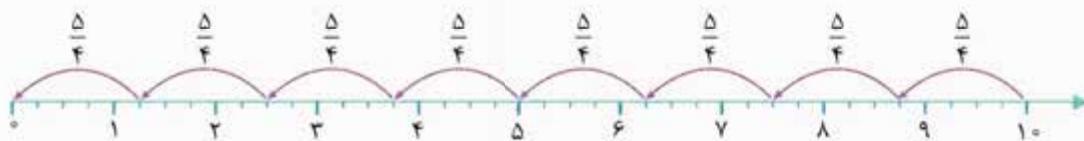
$$\frac{1}{9} \div \frac{2}{9} = 4$$

(الف)

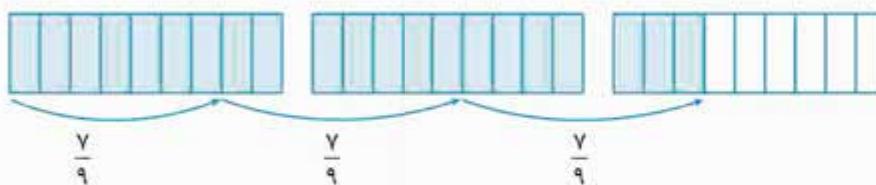


(ب)

$$10 \div 1\frac{1}{4} = 10 \div \frac{1 \times 4 + 1}{4} = 10 \div \frac{5}{4} = 8$$

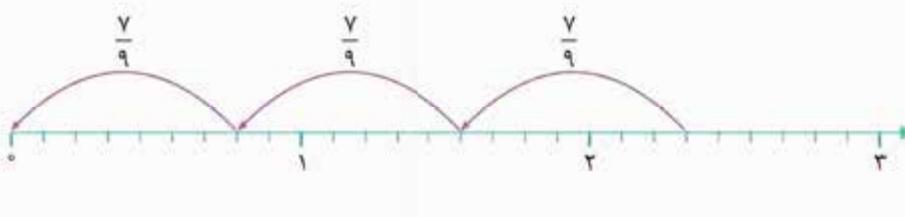


$$10 \div \frac{5}{4} = 8$$



(پ)

$$2\frac{1}{3} \div \frac{7}{9} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} \div \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{3 \times 3} \div \frac{7}{9} = \frac{21}{9} \div \frac{7}{9} = 3$$



$$2\frac{1}{3} \div \frac{7}{9} = 3$$

۲۶ با استفاده از روش تبدیل تقسیم به ضرب پاسخ هر کدام را می‌باشیم:

$$(الف) \frac{4}{15} \div \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \times \frac{15}{2} = 2$$

$$(ب) \frac{6}{34} \div \frac{5}{2} = \frac{6}{34} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{85}$$

$$(پ) \frac{2}{3} \div \frac{2}{18} = \frac{2}{3} \times \frac{18}{2} = 6$$

$$(ت) 1\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{21} = \frac{1 \times 5 + 1}{5} \div \frac{3 \times 21 + 2}{21} = \frac{6}{5} \div \frac{65}{21} = \frac{6}{5} \times \frac{21}{65} = \frac{126}{325}$$

$$(ث) 2\frac{1}{8} \div 2\frac{2}{16} = 2\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{8} = \frac{2 \times 8 + 1}{8} \div \frac{2 \times 8 + 1}{8} = \frac{17}{8} \times \frac{8}{17} = 1$$

$$(ج) 3\frac{10}{21} \div 1\frac{10}{49} = \frac{3 \times 21 + 10}{21} \div \frac{1 \times 49 + 10}{49} = \frac{73}{21} \div \frac{59}{49} = \frac{73}{21} \times \frac{49}{59} = \frac{511}{177}$$

یافی ششم
بررسی



$$\frac{1}{3} = \frac{3 \times 3 + 1}{3} = \frac{10}{3}$$

۲۷ ابتدا وزن کیسه‌های کوچک را به صورت کسری می‌نویسیم:

حالا چون 100 کیلوگرم برج را به دسته‌های $\frac{1}{3}$ کیلوگرمی تقسیم می‌کنیم برای محاسبه‌ی تعداد کیسه‌های کوچک داریم:

$$100 \div \frac{1}{3} = 100 \times \frac{3}{1} = 300$$

پس 30 کیسه‌ی کوچک نیاز داریم.

$$\frac{1}{10} = \frac{1 \times 10 + 8}{10} = \frac{18}{10}$$

۲۸ گنجایش هر بطری را به صورت کسری می‌نویسیم:

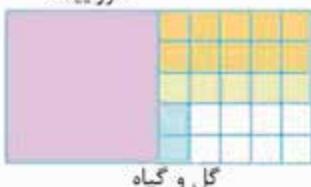
می‌خواهیم 3 بطری که هر کدام $\frac{1}{10}$ لیتر آبمیوه دارند را در لیوان‌هایی با گنجایش $\frac{3}{100}$ برشیم؛ پس ابتدا مقدار آبمیوه‌ی موجود را به دست

می‌آوریم، سپس آن را تقسیم بر گنجایش لیوان‌ها یعنی $\frac{3}{100}$ می‌کنیم:

$$\frac{54}{10} \div \frac{3}{100} = \frac{54}{10} \times \frac{100}{3} = 180$$

با 3 بطری فوق 180 لیوان پر می‌شود.

موزاییک



۲۹ حیاط خانه را به صورت یک مستطیل در نظر می‌گیریم، سپس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اگر هر خط تقسیم‌بندی را در کل شکل ادامه دهیم، می‌بینیم که کل حیاط

به 5 قسمت مساوی تقسیم می‌شود که 2 قسمت از آن را گل و گیاه تشکیل

می‌دهد یعنی پدربرزگ $\frac{1}{25}$ از کل حیاط را گل و گیاه کاشته است.

۳۰ برای این‌که حساب کنیم این مقدار رنگ برای چند متر دیوار کافی است به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1 \times 15}{1 \times 15} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{1 \times 3}{5 \times 3}}{7} = \frac{\frac{15}{15} + \frac{10}{15} + \frac{3}{15}}{7} = \frac{\frac{28}{15}}{7} = \frac{28 \times 15}{15 \times 7} = 4$$

پس مقدار رنگی که درست کردہ‌ایم برای 4 متر دیوار کافی است.

۳۱ حاصل هر کدام از عبارت‌ها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$(الف) 1 + \frac{2}{1+4} = 1 + \frac{2}{1+5} = 1 + \frac{1}{8} = 1 + \frac{2 \times 5}{8 \times 1} = \frac{1 \times 8}{1 \times 8} + \frac{10}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$(ب) 1 + \frac{\frac{1 \times 2 + 1}{1 \times 2}}{1 + \frac{1}{1 \times 2 + 1}} = 1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{3}{1 + \frac{1 \times 3 + 2}{1 \times 3 + 3}} = 1 + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{1 \times 10}{1 \times 10} + \frac{9}{10} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$$

$$(پ) \frac{2 + \frac{3}{2 \times 3 - 1}}{\frac{5}{10} \div \frac{1}{2 \times 3 - 1}} = \frac{2 + \frac{1}{5}}{\frac{5}{10} \div \frac{1}{5}} = \frac{2 \times 5 + 9}{5 \div 3} = \frac{19}{5 \times 3} = \frac{19}{15} = \frac{19 \times 30}{25 \times 5} = \frac{114}{25} = 4\frac{14}{25}$$

$$(ت) \frac{\frac{2}{5} + (1 \div \frac{2}{5})}{\frac{3}{15} - (2 \times \frac{1}{2})} = \frac{\frac{2}{5} + (\frac{5}{2})}{\frac{3}{15} - (\frac{2}{2} \times \frac{3}{2})} = \frac{\frac{10}{2} + \frac{5}{2}}{\frac{45}{15} - \frac{6}{2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{36}{12}} = \frac{15 \times 1}{2 \times 36} = \frac{5}{24}$$



۳۲ ابتدا مخرج مشترک بگیریم و سپس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{Yellow} \times 2}{25 \times 2} + \frac{\text{Yellow} \times 10}{5 \times 10} - \frac{\text{Yellow} \times 25}{2 \times 25} = \frac{1}{10} \quad \frac{2 \text{Yellow}}{50} + \frac{10 \text{Yellow}}{50} - \frac{25 \text{Yellow}}{50} = \frac{1 \times 5}{10 \times 5} \Rightarrow 2 \text{Yellow} + 10 \text{Yellow} - 25 \text{Yellow} = 5$$

که ، و به ترتیب می‌توانند ۵، ۲ و ۱ باشند. حالا حاصل ضرب $\text{Yellow} \times \text{Yellow} \times \text{Yellow}$ را حساب می‌کنیم: $5 \times 2 \times 1 = 10$

۳۳

ابتدا اعداد را به صورت عدد کسری می‌نویسیم:

$$\frac{1 \times 5 + 2}{5}, \frac{2 \times 5 + 4}{5}, \frac{4 \times 5 + 1}{5}, \dots$$

$\frac{7}{5}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{21}{5}$
(۱)	(۲)	(۳)

$$\frac{7}{5}, \frac{14}{5}, \frac{21}{5}, \frac{28}{5}, \frac{35}{5}$$

مشخص است که صورت هر کسر برابر است با شماره‌ی عدد ضرب در فاصله‌ی کسرها یعنی $\frac{7}{5}$; پس رابطه‌ی عددی الگوی بالا برابر است با:

$$\frac{7}{5} \times \text{شماره‌ی عدد} = \text{عدد}: \text{رابطه}$$

برای به دست آوردن مساحت ابتدا شکل را به صورت زیر به یک مثلث و یک مستطیل تقسیم می‌کنیم، سپس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? &= 4 \frac{1}{5} - 3 \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5 + 1}{5} - \frac{3 \times 5 + 2}{5} = \frac{21}{5} - \frac{17}{5} = \frac{4}{5} \\ \text{مساحت مستطیل} &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 5 + 2}{5} \times \frac{1 \times 3 + 2}{3} = \frac{17}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{17}{3} \\ \text{مساحت مثلث} &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{1 \times 3 + 2}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{5}{2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{مساحت مثلث} + \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت کل شکل}$$

۳۴ اگر دقت کنید $\frac{1}{100}$ لیتر شیر را می‌خواهیم به لیوان‌های $\frac{2}{100}$ لیتری تقسیم کنیم؛ پس از تقسیم استفاده می‌کنیم و کل شیر موجود را به گنجایش لیوان‌ها تقسیم می‌کنیم تا تعداد لیوان‌هایی که پر می‌شوند به دست بیاید:

$$\frac{8}{10} \div \frac{2}{100} = \frac{8}{10} \times \frac{100}{2} = 40$$

پس ۴۰ لیوان با گنجایش $\frac{2}{100}$ پر می‌شود.

$$\frac{15}{21} \div \frac{5}{7} = \frac{15}{21} \times \frac{7}{5} = \frac{1}{1}$$

۳۵ مشخص است که باید از تقسیم استفاده کنیم؛ پس داریم:

طول هر قطعه پارچه $\frac{1}{7}$ متر است.

پاسخ نامه: پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینه‌ی «۳» هر کدام از گزینه‌ها را به ساده‌ترین صورت ممکن می‌نویسیم. اگر برابر با $\frac{4}{11}$ بود، در تساوی بالا قرار می‌گیرد.

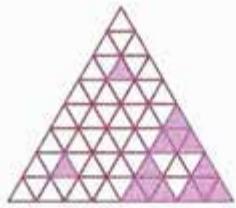
$$\frac{20 \div 5}{55 \div 5} = \frac{4}{11} \quad \text{گزینه‌ی (۱)}$$

$$\frac{48 \div 4}{132 \div 4} = \frac{12 \div 3}{33 \div 3} = \frac{4}{11} \quad \text{گزینه‌ی (۲)}$$

گزینه‌ی «۳» شکل را به صورت مقابل به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم:



حالا کسر مربوط به قسمت رنگی برابر است با $\frac{2}{16}$.



شکل را به صورت مقابل به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم:

۳

$$\frac{14}{64} = \frac{7}{32}$$

که کسر مربوط به قسمت‌های رنگی برابر است با:

ابتدا مخرج‌ها را یکسان می‌کنیم، سپس حاصل عبارت را می‌یابیم:

۴

$$\frac{6 \times 3}{20 \times 3} + \frac{3 \times 6}{10 \times 6} - \frac{7 \times 2}{30 \times 2} = \frac{18}{60} + \frac{18}{60} - \frac{14}{60} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

ابتدا جمع دو کسر بالا را محاسبه می‌کنیم، سپس حاصل را از ۲ واحد کم می‌کنیم:

۵

$$\frac{4 \times 4}{15 \times 4} + \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{16}{60} + \frac{25}{60} = \frac{41}{60} \Rightarrow \frac{2 \times 60}{1 \times 60} - \frac{41}{60} = \frac{120}{60} - \frac{41}{60} = \frac{79}{60} = 1\frac{19}{60}$$

که برابر با گزینه‌ی (۲) است.

۶

اگر دقت کنید هر ۴ مربع کوچک یک واحد را تشکیل می‌دهند؛ پس در ابتدا $\frac{3}{4}$ واحد داریم که $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

از آن‌ها خط خورده است یعنی حذف شده‌اند؛ پس تفریق مربوط به شکل برابر است با:

۷

ابتدا عده‌های مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و جمع و تفریق‌ها را انجام می‌دهیم سپس به صورت زیر عددی که باید در جای خالی قرار بگیرد را به دست می‌آوریم:

$$8 - \frac{2}{3} = \text{ } + 1\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$8 - \frac{2 \times 3 + 2}{3} = \text{ } + \frac{1 \times 3 + 1}{3} + \frac{2 \times 6 + 1}{6}$$

$$\frac{8 \times 3}{1 \times 3} - \frac{8}{3} = \text{ } + \frac{4 \times 2}{3 \times 2} + \frac{3}{16}$$

$$\frac{24}{3} - \frac{8}{3} = \text{ } + \frac{8}{6} + \frac{13}{6}$$

$$\frac{16}{3} = \text{ } + \frac{21}{6} \Rightarrow \text{ } = \frac{16 \times 2}{3 \times 2} - \frac{21}{6} = \frac{32}{6} - \frac{21}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

۸

اولین فلش به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ واحد است؛ پس پاسخ یا گزینه‌ی (۱) است یا گزینه‌ی (۳).

دومین فلش یا حرکت چون از بین دو عدد ۱ و ۲ که به ۳ قسمت تقسیم شده است، به قسمتی از محور می‌رود که به دو قسمت تقسیم شده است. نمی‌توانیم بگوییم که دو خانه جایه‌جا شده و ابتدا باید بین آن‌ها مضرب مشترک بگیریم (یعنی هر دو واحد را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم) که برابر با 6 می‌شود. پس هر واحد را به ۶ قسمت تقسیم می‌کنیم:

$$1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$$

پس در مرحله‌ی دوم $\frac{5}{6}$ واحد به عقب برگشته‌ایم؛ پس تا اینجا داریم:

که این در گزینه‌ی (۳) آمده است.

۹

با توجه به محور ابتدا ۲ واحد کامل حرکت کردہ‌ایم، سپس $\frac{4}{6}$ به عقب برگشته‌ایم یعنی از ۲ باید $\frac{4}{6}$ کم

$$2 - \frac{4}{6} + \frac{1}{6}$$

کنیم و سپس $\frac{1}{6}$ به سمت راست حرکت کردہ‌ایم یعنی عبارت مربوط به محور برابر است با:

که برابر با گزینه‌ی (۳) است. در گزینه‌ی (۳) کسر $\frac{2}{6}$ برابر با همان $\frac{4}{6}$ است. و حاصل عبارت برابر می‌شود با $\frac{3}{6}$.

۱۰

دو عبارت و را به صورت زیر با هم جمع می‌کنیم:

$$\text{ } + \text{ } = \left(\frac{49}{50} + \frac{1}{50} \right) + \left(\frac{48}{49} + \frac{1}{49} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{50}{50} + \frac{49}{49} + \dots + \frac{2}{2} = 1 + \underbrace{\dots}_{49} = 49$$

$$\begin{array}{rcl} \frac{2 \times 2}{3 \times 2} & & \frac{5}{6} \\ \downarrow & & \\ \frac{4}{6} & & \frac{5}{6} \end{array}$$

ابتدا بین دو کسر $\frac{2}{6}$ و $\frac{5}{6}$ مخرج مشترک می‌گیریم:

۱۱

گزینه‌ی (۴)



حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): چون مخرج این کسر برابر با ۱۸ است، برای این‌که با دو کسر بالا مقایسه شود، باید مخرج کسرهای $\frac{4}{6}$ و $\frac{5}{6}$ را به ۱۸ برسانیم:

$$\frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} \Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{15}{18}$$

که $\frac{11}{18}$ بین این دو کسر قرار ندارد.

گزینه‌ی (۲): $\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ که بین دو کسر $\frac{4}{6}$ و $\frac{5}{6}$ قرار ندارد.

گزینه‌ی (۳): چون مخرج کسر برابر با ۱۲ است، مخرج کسرهای $\frac{4}{6}$ و $\frac{5}{6}$ را هم به ۱۲ می‌رسانیم و سپس مقایسه می‌کنیم: که $\frac{7}{12}$ بین این دو کسر قرار ندارد:

گزینه‌ی (۴): $\frac{3 \times 2}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ که بین دو کسر $\frac{1}{12}$ و $\frac{1}{12}$ قرار دارد؛ پس گزینه‌ی (۴) صحیح است.

گزینه‌ی «۴» حاصل هر کدام از گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{11-8}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{که بین دو عدد ۸ و ۱۱ نمی‌باشد.}$$

$$\frac{11}{2} \div 8 = \frac{11}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{11}{16} \quad \text{X}$$

$$\frac{11 \times 8}{2} = \frac{88}{2} = 44 \quad \text{X}$$

$$\frac{11+8}{2} = \frac{19}{2} = 9\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 4 + 3}{4} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} \quad \begin{matrix} 4 \times 4 \\ \downarrow \\ 5 \times 4 \end{matrix} \quad \frac{35}{20} \quad \frac{16}{20}$$

گزینه‌ی «۲» عدد مخلوط $1\frac{3}{4}$ را به کسر تبدیل می‌کنیم.
سپس بین دو کسر مخرج مشترک‌گیری می‌کنیم:

حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که مشخص شود کدام‌یک بین دو کسر $\frac{16}{20}$ و $\frac{35}{20}$ است:

$$\frac{3 \times 2}{10 \times 2} = \frac{6}{20} \quad \text{X}$$

$$\frac{7 \times 4}{5 \times 4} = \frac{28}{20} \quad \checkmark \quad \frac{16}{20} < \frac{28}{20} < \frac{35}{20}$$

گزینه‌ی «۲» بین کسرهای داده شده در گزینه‌ها مخرج مشترک می‌گیریم و سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1 \times 27}{3 \times 27}, \frac{25 \times 3}{27 \times 3}, \frac{4 \times 9}{9 \times 9}, \frac{70}{81} \quad \xrightarrow{\text{مرتب می‌نویسیم}} \frac{27}{81}, \frac{75}{81}, \frac{36}{81}, \frac{70}{81} \quad \frac{27}{81} < \frac{36}{81} < \frac{70}{81} < \frac{75}{81}$$

پس پاسخ گزینه‌ی (۲) است.

گزینه‌ی «۳» ابتدا حاصل عبارت هر گزینه را به دست می‌آوریم، سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7} \quad \text{گزینه‌ی (۱):}$$

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{7} = \frac{0}{7} = 0 \quad \text{گزینه‌ی (۲):}$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{49} \quad \text{گزینه‌ی (۴):}$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1 \quad \text{گزینه‌ی (۳):}$$

که مشخص است گزینه‌ی (۳) یعنی ۱ واحد از بقیه بزرگ‌تر است.

چون همه‌ی عده‌ها کسری هستند، کوچک‌تر از واحدند؛ پس بهترین راه برای مقایسه مخرج مشترک‌گیری است:

= ۲۴ مخرج مشترک بین کسرهای بالا

$$\frac{5 \times 4}{6 \times 4}, \frac{2 \times 6}{4 \times 6}, \frac{9 \times 2}{12 \times 2}, \frac{23}{24}, \frac{2 \times 8}{3 \times 8} \Rightarrow \frac{20}{24}, \frac{12}{24}, \frac{18}{24}, \frac{23}{24}, \frac{16}{24}$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب نویسی}} \frac{12}{24} < \frac{16}{24} < \frac{18}{24} < \frac{20}{24} < \frac{23}{24} \quad \text{که کسر } \frac{18}{24} = \frac{9}{12} \text{ وسط قرار دارد.}$$



- گزینه‌ی ۴** یکی یکی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: در هر کدام یک عدد به اشتباه مرتب شده باشد، آن گزینه را حذف می‌کنیم:
- گزینه‌ی (۱): عدد منفی از همه اعداد کوچک‌تر است که در اینجا به اشتباه مرتب شده است.
 - گزینه‌ی (۲): $\frac{12}{4} = 3$ بزرگ‌تر از بقیه اعداد می‌باشد که به اشتباه دومین عدد نوشته شده است.
 - گزینه‌ی (۳): عدد ۵ – باید کوچک‌ترین عدد باشد.
 - گزینه‌ی (۴): به درستی مرتب شده است.

- گزینه‌ی ۳** عده‌های طبیعی را مشخص می‌کنیم و عده‌های کسری بزرگ‌تر از واحد را به صورت عدد مخلوط می‌نویسیم؛ سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:
- $$\frac{5}{1}, \frac{11}{5}, \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{2} = \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{1}$$
- که عدد چهارم برابر است با $\frac{3}{4}$.

گزینه‌ی ۴ کسر مربوط به هر گزینه را به ساده‌ترین صورت ممکن می‌نویسیم، سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$\frac{5}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{16}{3} = \frac{64}{9}$ <p>(۱) گزینه‌ی (۱)</p>	$\frac{3}{12} = \frac{1}{15} \times \frac{15 \times 3}{12} = \frac{5}{27}$ <p>(۲) گزینه‌ی (۲)</p>
$\frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{16}$ <p>(۳) گزینه‌ی (۳)</p>	$\frac{1}{2} = \frac{1}{13} \times \frac{11}{13} = \frac{22}{117}$ <p>(۴) گزینه‌ی (۴)</p>

- گزینه‌های (۱) و (۳) با هم برابرند؛ پس گزینه‌های (۲) و (۴) را با هم مقایسه می‌کنیم که گزینه‌ی (۴) از همه کوچک‌تر است.
- اگر عده‌های ۹, ۸, ۷, ۶ را در جای خالی قرار دهیم، می‌بینیم که حاصل بین 0° و $\frac{3}{4}$ قرار می‌گیرد:

$$\frac{6-3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{7-3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{8-3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{5}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{9-3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$$

- عده‌های کوچک‌تر از $\frac{6}{10}$ را قرار نمی‌دهیم پس به کسر منفی برخورد نمی‌کنیم و عده‌های بزرگ‌تر از $\frac{9}{10}$ در جای خالی حاصل بزرگ‌تر از $\frac{3}{4}$ می‌دهد.

گزینه‌ی ۲ ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس حاصل ضرب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{3 \times 4 + 1}{4} \times \frac{1 \times 5 + 2}{5} = \frac{13}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{91}{20} = 4\frac{11}{20}$$

گزینه‌ی ۲ حاصل برابر است با:

$$(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}) \times \frac{1}{4} \times 15 = (\frac{1}{6} \times \frac{2 \times 5 + 3}{5}) \times \frac{15}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{13}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{13}{8}$$

- گزینه‌ی ۴** چون هر واحد از محور به 4 قسمت تقسیم شده است و 3 حرکت به اندازه $\frac{3}{4}$ واحد داریم؛ پس ضرب مربوط به محور برابر است با:
- $$3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



گزینه‌ی ۳ هر واحد شکل به ۲ قسمت تقسیم شده و $\frac{1}{2}$ واحد شکل رنگ شده داریم که به $\frac{3}{4}$ واحد تقسیم شده‌اند؛ پس گزینه‌ی (۳) مربوط به شکل می‌باشد.

$$\frac{7}{15} = \frac{\square}{165 \times 2} \Rightarrow \square = \frac{11}{165 \times 2 \times 7} = 154$$

گزینه‌ی ۴ با استفاده از روش ضرب‌دری داریم:

ابتدا عددها را تا حد امکان ساده می‌کنیم، سپس حاصل را به دست می‌آوریم:

$$\frac{36 \times 56 \times 16}{24 \times 54 \times 64} = \frac{7}{18}$$

$$\frac{2 \times 18}{1 \times 4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{9 \times 1}{45 \times 7} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{32 \times 225 \times 77 \times 28}{70 \times 121 \times 35} = \frac{32 \times 9 \times 2}{11} = \frac{576}{11}$$

$$\frac{10 \times 11 \times 5}{2 \times 1} = \frac{1}{1}$$

چون معکوس حاصل عبارت را خواسته؛ پس گزینه‌ی (۲) صحیح است.

گزینه‌ی ۴ ابتدا $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{2}{5}$ را محاسبه می‌کنیم، سپس حاصل آن را از ۱ واحد کم می‌کنیم تا بینیم چه کسری باید

با آن جمع شود که حاصل برابر با واحد شود: $\frac{1}{2} - \frac{14}{15} = \frac{15-14}{15} = \frac{1}{15}$

گزینه‌ی ۲ ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و نصف معکوس آن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3} \xrightarrow{\text{نصف معکوس}} \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

$$\frac{7 \times 14}{3 \times 14} - \frac{3 \times 3}{14 \times 3} = \frac{98}{42} - \frac{9}{42} = \frac{89}{42} = 2 \frac{5}{42}$$

حالا اختلاف دو عدد را حساب می‌کنیم:

کسر دلخواه $\frac{5}{2}$ را در نظر می‌گیریم، سپس اعمال گفته شده را روی آن انجام می‌دهیم؛ داریم:

$$\frac{\square}{\square} \Rightarrow \frac{\square \div \frac{1}{5}}{\square \times 5} = \frac{\square \times \frac{5}{1}}{\square \times 5} = \frac{\square}{\square}$$

پس کسر تغییری نمی‌کند.

گزینه‌ی ۳ کسر $\frac{5}{2}$ را در نظر می‌گیریم و مخرج آن را بر $\frac{2}{5}$ تقسیم کرده و صورت آن را در $\frac{5}{2}$ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{\square}{\square} \Rightarrow \frac{\square \times \frac{5}{2}}{\square \div \frac{2}{5}} = \frac{\square \times \frac{5}{2}}{\square \times \frac{5}{2}} = \frac{\square}{\square}$$

پس کسر حاصل هیچ تغییری نمی‌کند.

چون باید به مخرج کسر عددی اضافه کنیم تا کسر برابر با $\frac{3}{4}$ شود؛ پس صورت آن ثابت است و می‌توانیم

ابتدا به صورت زیر حساب کنیم که مخرج عدد ۲۴ چه عددی باشد تا کسر برابر با $\frac{3}{4}$ شود:

چون مخرج کسر ۲۱ است، باید ۱۱ واحد به آن اضافه کنیم تا برابر با ۳۲ شود. پس گزینه‌ی (۳) صحیح است.

گزینه‌ی ۴ ابتدا کسرهای داده شده در گزینه‌ها را ساده می‌کنیم تا مقایسه کنیم که آیا با $\frac{5}{11}$ برابر است یا خیر؟

$$\frac{144 \div 72}{144 \div 72} = \frac{2}{1} \quad \text{؛ گزینه‌ی (۲)}$$

$$\frac{72 \div 72}{72 \div 72} = \frac{1}{1} \quad \text{؛ گزینه‌ی (۱)}$$

$$\frac{216}{288} = \frac{108}{144} = \frac{54}{72} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{؛ گزینه‌ی (۳)}$$

حالا اختلاف صورت و مخرج را هم به دست می‌آوریم:

که برابر با ۷۲ است؛ پس گزینه‌ی (۴) صحیح است.

یافی ششم

۸۶



گزینه‌ی ۴ فاطمه ربع شبانه‌روز یعنی $\frac{1}{4}$ از شبانه‌روز را درس می‌خواند و چون خواهش $\frac{1}{5}$ برابر او درس می‌خواند، پس داریم:

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 5 + 1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$$

خواهر فاطمه $\frac{3}{10}$ از شبانه‌روز را درس می‌خواند.

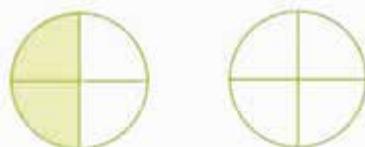
گزینه‌ی ۱ چون $\frac{3}{4}$ ظرف پر از آب است، اگر $\frac{1}{4}$ آن خالی شود، $\frac{1}{2}$ آب داخل آن باقی می‌ماند. پس $\frac{1}{4}$ از آب را در

بطری‌های ۱ لیتری ریخته‌ایم که برابر با ۱۴ لیتر است. پس گنجایش ظرف برابر است با:

$$\frac{1}{4} \times 14 = 56 \text{ لیتر} \Rightarrow \text{گنجایش ظرف} \times \frac{1}{4} = 56 \text{ لیتر}$$

پس گنجایش ظرف برابر با ۵۶ لیتر است.

گزینه‌ی ۱ ۲ کیک را با دو شکل مشابه زیر نشان می‌دهیم که هر کدام باید بین آریا و ۳تا از دوستانش یعنی ۴ نفر



$$2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

تقسیم شوند:

گزینه‌ی ۱ ابتدا حاصل عبارت داخل پرانتز را حساب می‌کنیم، سپس همه را در هم ضرب می‌کنیم:

$$11 \left(\frac{1 \times 3}{1 \times 2} - \frac{1}{3} \right) \left(\frac{1 \times 4}{1 \times 4} - \frac{1}{4} \right) \times \dots \times \left(\frac{1 \times 21}{1 \times 21} - \frac{1}{21} \right) = 11 \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \times \dots \times \left(\frac{20}{21} \right) = \frac{22}{21}$$

گزینه‌ی ۳ توجه کنید که حاصل آخرین عبارت داخل پرانتز برابر با صفر است:
و چون ضرب هر عددی در صفر برابر با صفر می‌شود؛ پس حاصل عبارت بالا برابر است با صفر.

گزینه‌ی ۴ با توجه به ترتیب عملیات به صورت زیر حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\left[\frac{7}{8} - \left(\frac{1}{8} + \frac{1 \times 4}{2 \times 4} \right) - \frac{1}{8} \right] \div 125 = \left[\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{8} \right) - \frac{1}{8} \right] \div 125 = \left(\frac{1}{8} \right) \div 125 = \frac{1}{8} \times \frac{1000}{125} = 1$$

با توجه به ترتیب در عملیات حاصل عبارت بالا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{2}{3} - \frac{2 \times 1}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{2}{3} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{2 \times 10}{30} - \frac{2 \times 2}{15 \times 2} + \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{20}{30} - \frac{4}{30} + \frac{25}{30} = \frac{41}{30} = 1\frac{11}{30}$$

گزینه‌ی ۳ حاصل عبارت بالا را به صورت زیر به دست می‌آوریم:
 $(4 + 30 \times (50 - 26) \div 2 - 8) + 20 \div 4$

$$= (4 + 360 \times \frac{1}{2} - 8) + 20 \times \frac{1}{4} = (4 + 360 - 8) + 5 = 356 + 5 = 361$$

عددهای مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس حاصل عبارت داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} & \left(1\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{2} \right) - \frac{\frac{2}{3} - 1\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{1 \times 5}{1 \times 5}} = \left(\frac{1 \times 9 + 7}{9} \times \frac{1 \times 2 + 1}{2} \right) - \frac{\frac{2 \times 3 + 2}{3} - \frac{1 \times 3 + 1}{3}}{\frac{2}{5} + \frac{5}{5}} \\ & = \left(\frac{16}{9} \times \frac{3}{2} \right) - \frac{\frac{11}{3} - \frac{4}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{8}{3} - \frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{5}} = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} = \frac{3}{3} = 1 \end{aligned}$$



گزینه‌ی «۱» ۴۳

حاصل عبارت داده شده را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & 2+7 \frac{\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{\frac{1}{4}}} \div \frac{1}{2} = 2+7 \frac{\frac{1 \times 5 + 3}{5}}{1+\frac{1}{\frac{1 \times 5 + 4}{5}}} \div \frac{1}{2} = 2+7 \frac{\frac{8}{5}}{1+\frac{1}{\frac{1 \times 9 + 5}{9}}} \div \frac{1}{2} = 2+7 \frac{\frac{8}{5}}{\frac{1 \times 9 + 5}{9}} \div \frac{1}{2} \\
 & = 2+7 \frac{\frac{8}{5}}{\frac{14}{9}} \div \frac{1}{2} = 2+7 \times \frac{1 \times 9}{5 \times 14} \div \frac{1}{2} = 2+ \frac{36}{5} \div \frac{1}{2} = 2+ \frac{36}{5} \times 2 = \frac{2 \times 5}{1 \times 5} + \frac{72}{5} = \frac{82}{5} = 16 \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

ابتدا حاصل عبارت را به دست می‌آوریم: گزینه‌ی «۱» ۴۴

$$2 + \frac{1}{\frac{1 \times 2}{1 \times 2} + \frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2 \times 5}{1 \times 5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

خب حالا چون مجموع حاصل این عبارت با معکوسش را خواسته داریم:
ابتدا حاصل عبارت را محاسبه می‌کنیم: گزینه‌ی «۲» ۴۵

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 \times 4 - \frac{1}{1 \times 4}}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{6 - \frac{4}{3}}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{1} = 2
 \end{aligned}$$

حالا عدد خواسته شده یعنی نصف معکوس عدد ۲ را به دست می‌آوریم:
نصف $\frac{1}{2}$ برابر است با $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. گزینه‌ی «۲» ۴۶

حاصل هر کدام از عبارت‌ها را جداگانه محاسبه می‌کنیم، سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم: گزینه‌ی «۲» ۴۷

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \times 3 + \frac{1}{1 \times 3}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \times 4 + \frac{3}{4}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \times 7 + \frac{4}{7}}}} = \frac{1}{11} = \frac{1}{11}$$

$$B = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \times 2 + \frac{1}{1 \times 2}}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 \times 3 + \frac{2}{3}}}}} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow A + B = \frac{7 \times 5}{11 \times 5} + \frac{3 \times 11}{5 \times 11} = \frac{35 + 33}{55} = \frac{68}{55} = 1 \frac{13}{55}$$

حاصل عبارات صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم: گزینه‌ی «۴» ۴۸

$$\begin{aligned}
 & \frac{\frac{5}{8} + (\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}) + \frac{1}{8}}{\frac{4 \times 6 - 2 \times 6 + 1}{1 \times 6}} = \frac{\frac{5}{8} + (\frac{1}{6} + \frac{1}{8})}{\frac{24 - 13}{6}} = \frac{\frac{5}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}}{\frac{11}{6}} = \frac{\frac{3 \times 3 + 1 \times 2}{4 \times 3} + \frac{6 \times 2}{6 \times 2}}{\frac{11}{6}} = \frac{\frac{9}{12} + \frac{2}{12}}{\frac{11}{6}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{11}{6}} = \frac{1}{12} = \frac{1 \times 5}{11 \times 12} = \frac{5}{132} = 0 \frac{5}{132}
 \end{aligned}$$



با توجه به ترتیب عملیات حاصل عبارت‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم، سپس آن‌ها را بر هم

گزینه‌ی «۳» ۳۸

تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{3} \times \frac{4}{3}\right)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}}{\frac{4}{9} \div \frac{16}{9}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

توجه کنید که معکوس حاصل عبارت بالا را می‌خواهیم؛ پس معکوس ۲ یعنی $\frac{1}{2}$ جواب است.

با توجه به ترتیب انجام عملیات حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

گزینه‌ی «۴» ۳۹

$$\frac{\frac{6}{8} \times \frac{5}{8} + 1 \div \frac{4}{5} - 1 \times \frac{1}{8}}{11 + 4 \div 6 \times 12} = \frac{\frac{30}{64} + 1 \times \frac{5}{4} - \frac{1 \times 1 \times 1}{8}}{11 + 4 \times \frac{1}{6} \times 12} = \frac{\frac{30}{64} + \frac{5 \times 2}{4 \times 2} - \frac{1}{8}}{11 + 8}$$

$$\frac{\frac{30}{64} + \frac{1 \times 8}{8 \times 8}}{19} = \frac{\frac{38}{64}}{19} = \frac{38 \times 1}{64 \times 19} = \frac{1}{32} \approx 0.03$$

$$\begin{array}{r} 1/00 \\ - 0/96 \\ \hline 0/04 \end{array}$$

با توجه به ترتیب عملیات حاصل عبارت را به دست می‌آوریم:

گزینه‌ی «۱» ۴۰

$$\frac{\frac{2}{3} + 1 \div \frac{15}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}}{= \frac{2}{3} + 1 \times \frac{2}{15} \times \frac{3 \times 4 + 3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}} = \frac{2}{3} + \frac{2}{15} \times \frac{15}{4} - \frac{7}{12} = \frac{2}{3} + \frac{2}{4} - \frac{7}{12}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک بین ۳ کسر برابر است با ۱۲}} \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{2 \times 3}{4 \times 3} - \frac{7}{12} = \frac{8}{12} + \frac{6}{12} - \frac{7}{12} = \frac{7}{12}$$

با توجه به ترتیب عملیات، حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

گزینه‌ی «۴» ۴۱

$$1 - \frac{\frac{1}{10} \times \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{10} \div \frac{75}{100}} = 1 + \frac{\frac{1 \times 3}{10} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{10} \times \frac{100}{75}} = 1 + \frac{\frac{3}{10} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$$

ابتدا حاصل عبارت را به دست می‌آوریم، سپس آن را قرینه می‌کنیم:

گزینه‌ی «۳» ۴۲

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{3}{5} \div \left(2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}\right)}{\frac{2}{3} \times \frac{3}{7}} = \frac{\frac{3 \times 5 + 1}{5} \div \left(2 + \frac{1}{\frac{3 + 1}{3}}\right)}{\frac{2 \times 3 + 1}{3} \times \frac{3 \times 7 + 4}{7}} = \frac{\frac{16}{5} \div \left(\frac{2 \times 4 + 3}{1 \times 4}\right)}{\frac{7}{3} \times \frac{25}{7}} = \frac{\frac{16}{5} \div \left(\frac{8 + 3}{4}\right)}{\frac{25}{3}} = \frac{\frac{16}{5} \times \frac{4}{11}}{\frac{25}{3}} = \frac{64}{55} \\ & = \frac{64 \times 3}{55 \times 25} = \frac{192}{1375} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{-192}{1375} \end{aligned}$$



گزینه‌ی ۴

حاصل عبارت‌های صورت و مخرج را محاسبه می‌کنیم سپس آن‌ها را به هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \cdots + \frac{48}{50} + \frac{49}{50} + \frac{1}{2} &= \frac{1+49}{50} + \frac{2+48}{50} + \cdots + \frac{24+26}{50} + \frac{25}{50} + \frac{1}{2} = \underbrace{\frac{50}{50} + \cdots + \frac{50}{50}}_{24} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ 2 \times \frac{1 \times 2 + 1}{2} \times \frac{1}{6} &\quad \begin{array}{c} 1 \\ \times \\ 2 \\ \times \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad \frac{1}{2} \\ &= \frac{24+1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{25 \times 2}{1} = 50. \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۱

حاصل صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم سپس داریم:

$$\begin{aligned} \frac{2}{10} \div \frac{4}{100} - \frac{5}{10} &= \frac{2}{10} \times \frac{100}{4} - \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{1 \times 4} - \frac{5}{10} = \frac{45}{10} = \frac{45 \times 2 \times 5 \times 1}{10 \times 1} = 450. \\ \frac{1 \times 5}{2} - \frac{1}{4} &\quad \begin{array}{c} 1 \\ \times \\ 5 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 10 \end{array} \quad \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{10} \\ &= \frac{1 \times 5}{2} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1 \times 4 \times 5}{2 \times 4 \times 5} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10}. \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۴

ابتدا حاصل عبارت صورت و مخرج را به دست می‌آوریم، سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{6 \times 5}{8 \times 8} + 1 \div \frac{4-1}{5-1} &= \frac{30}{64} + 1 \times \frac{5}{4} - \frac{1 \times 8+1}{8} = \frac{30}{64} + \frac{5 \times 16}{4 \times 16} - \frac{9 \times 8}{8 \times 8} = \frac{30}{64} + \frac{80}{64} - \frac{72}{64} = \frac{38}{64} = \frac{38 \times 1}{64 \times 1} = \frac{1}{32} \approx 0.03 \\ 11+4 \div 6 \times 12 &\quad \begin{array}{c} 11+4 \\ \times \\ 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ \times \\ 12 \\ 6 \\ 1 \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ \times \\ 12 \\ 6 \\ 1 \\ 00 \end{array} \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲

ابتدا حاصل تقسیم داخل پرانتز را به دست می‌آوریم، سپس جواب‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}) \times (\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}) \times \cdots \times (\frac{1}{9} \times \frac{10}{9}) = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

گزینه‌ی ۳

حاصل عبارات صورت و مخرج را به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{49}{50} + \frac{48}{50} + \cdots + \frac{1}{50} &= \frac{49+1}{50} + \frac{48+2}{50} + \cdots + \frac{24+26}{50} + \frac{25}{50} \\ (\frac{1 \times 3}{1 \times 3} - \frac{1}{3}) \times (\frac{1 \times 4}{1 \times 4} - \frac{1}{4}) \times (\frac{1 \times 5}{1 \times 5} - \frac{1}{5}) \times \cdots \times (\frac{1 \times 100}{1 \times 100} - \frac{1}{100}) &= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{99}{100} \\ \underbrace{\frac{50}{2} + \cdots + \frac{50}{2} + \frac{25}{2}}_{1000} &= \frac{24 \times 2 + 1}{1 \times 2} = \frac{48+1}{2} = \frac{49}{2} = \frac{49 \times 50}{2} = 1225. \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۴

ثلث $(\frac{1}{4} + \frac{1}{3})$ و خمس $(\frac{1}{4} + \frac{1}{3})$ را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{3} (\frac{1 \times 4+1}{4} + \frac{1 \times 2}{2}) = \frac{1}{3} (\frac{5}{4} + \frac{2}{4}) = \frac{1}{3} (\frac{7}{4}) = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{5} \times (\frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 4}{3 \times 4}) = \frac{1}{5} \times (\frac{3}{12} + \frac{4}{12}) = \frac{1}{5} \times (\frac{7}{12}) = \frac{7}{60}$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{60} &= \frac{1}{12} \times \frac{5}{60} = \frac{5}{720} = 5 \\ \frac{7}{12} &= \frac{7}{6} \quad \text{حالا برای این‌که مشخص شود در } \frac{7}{12} \text{ چندتا } \frac{7}{6} \text{ وجود دارد، باید } \frac{7}{12} \text{ را بر } \frac{7}{6} \text{ تقسیم کنیم:} \\ \frac{7}{12} &= \frac{1}{12} \times \frac{5}{6} = 5 \end{aligned}$$

لیاضی ششم



۵۹

عددهای گزینه‌ها را در عبارت داده شده قرار می‌دهیم:

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10} \neq \frac{1}{3} \quad \text{X} \quad \frac{1 \times 2}{4 \times 3} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

گزینه‌ها را در جای خالی قرار می‌دهیم و پاسخ هر کدام را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{4 \times 4}{4+4} = \frac{16}{8} = 2 \neq 1\frac{1}{2} \quad \text{X} \quad \frac{7 \times 7}{7+7} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} \neq 1\frac{1}{2} \quad \text{X}$$

$$\frac{3 \times 3}{3+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

چون گفته $\frac{1}{7}$ از عددی ۲۹ واحد کمتر از $\frac{5}{6}$ همان عدد است. به جای عدد را می‌گذاریم، پس داریم:

$$\frac{1}{7} \times \frac{5}{6} = 29$$

حالا گزینه‌ها را در جای خالی قرار می‌دهیم تا ببینیم کدام یک جواب است:

$$\cancel{\frac{1}{7} \times 21 = \frac{5}{6} \times 21 - 29 \Rightarrow 3 = \frac{35}{2} - \frac{58}{2}} \quad \text{X} \quad \frac{1}{6} \times 42 = \frac{5}{6} \times 42 - 29 \Rightarrow 6 = 35 - 29 \quad \checkmark$$

ابتدا کسرهای $\frac{1}{6}$ و $\frac{2}{5}$ را با هم جمع می‌کنیم تا ببینیم چه مقدار از کیک خورده شده است:

$$\frac{1 \times 5}{6 \times 5} + \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{5}{30} + \frac{12}{30} = \frac{17}{30}$$

چون $\frac{17}{30}$ از کیک خورده شده است، $\frac{30}{30} - \frac{17}{30} = \frac{13}{30}$ از کیک باقی‌مانده که نصف آن را مادرش می‌خورد یعنی:

$$\frac{1}{2} \times \frac{13}{30} = \frac{13}{60}$$

$\frac{13}{60}$ از کیک را مادرش می‌خورد و $\frac{13}{60}$ آن باقی می‌ماند.

۹۱