

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جلسه تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



راهبردهای حذف حالت‌های نامطلوب و الگویی

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

هرگاه در مسئله‌ای تعداد داده‌ها و حالت‌های نامطلوب زیاد باشند، ابتدا با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را پیدا می‌کنیم. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم. فرض کنید دوست شما نام یکی از شهرهای ایران (تعداد شهرهای ایران $= 1200$) را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، شهر مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. برای پیدا کردن شهر مورد نظر باید از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده کرد. می‌توان با انتخاب سؤال‌های مناسب، گزینه‌های نامطلوب زیادی را حذف کرد.

سؤالاتی از قبیل: (۱) آیا در استان ... قرار دارد؟ (۲) آیا حرف اول شهر ... است؟

۳ به چند حالت می‌توان سه رقم متمایز از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را انتخاب کرد به طوری که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟

رقم‌های متمایز	مجموع رقم‌ها	پاسخ: جدولی با دو ستون در نظر می‌گیریم. در ستون اول، تمام حالت‌های انتخاب ۳ رقم متمایز و در ستون دوم، مجموع رقم‌ها را می‌نویسیم. هر حالتی که مجموع رقم‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد، جواب است.
۱، ۲، ۳	۶ ✓	
۱، ۲، ۴	۷ ✗	
۱، ۲، ۵	۸ ✗	
۱، ۳، ۴	۸ ✗	
۱، ۳، ۵	۹ ✓	
۱، ۴، ۵	۱۰ ✗	
۲، ۳، ۴	۹ ✓	
۲، ۳، ۵	۱۰ ✗	
۲، ۴، ۵	۱۱ ✗	
۳، ۴، ۵	۱۲ ✓	

راهبرد الگویی

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

تفاوت راهبردهای الگوسازی و الگویی

هدف از الگوسازی، نظم دادن به داده‌های مسئله است، در صورتی که در الگویی، هدف پیدا کردن رابطه بین شکل‌ها یا عددها است.

۲، ۵، ۸، □، □، □



۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۴، ۱۷

۰، ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱

تعداد پاره‌خط‌های شکل (۷)

۴ آ) سه عدد بعدی الگو را پیدا کنید.

ب) شکل هفتم از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟

پاسخ: آ) عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند، بنابراین:

ب) ابتدا تعداد پاره‌خط‌های شکل‌های ۱ تا ۴ را پشت سر هم می‌نویسیم و بعد الگوی موجود را می‌یابیم:

خودت حل کن...

۱۳ مجموع سن سه نفر ۱۲ سال و حاصل ضرب سن آن‌ها ۶۰ سال است. سن سه نفر را مشخص کنید.



۱۴ اعدادی بین ۷۰ و ۸۰ که مجموع ارقام آن‌ها بر ۸ بخش پذیر است را مشخص کنید.

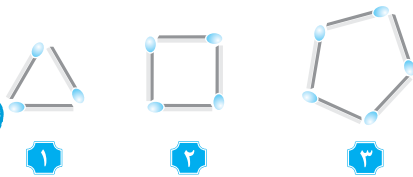
۱۵ در یک مسابقه، برد ۵، مساوی ۳ و باخت یک امتیاز دارد. اگر تیمی ۶ بازی انجام داده باشد و دست کم یک برد، یک مساوی و یک باخت داشته باشد و امتیاز تیم ۱۶ باشد، تعداد برد، مساوی و باخت‌های تیم را مشخص کنید.

۱۶ برای نوشتن اعداد از ۱ تا ۹۹ چند بار رقم ۳ تکرار می‌شود؟

۱۷ علی، داود، محمد و ماهان عضو یک تیم والیبال هستند. محمد از دو نفر بلندتر است، داود از همه بلندتر است و ماهان کوتاه‌ترین فرد نمی‌باشد. افراد را به ترتیب قد مرتب کنید.

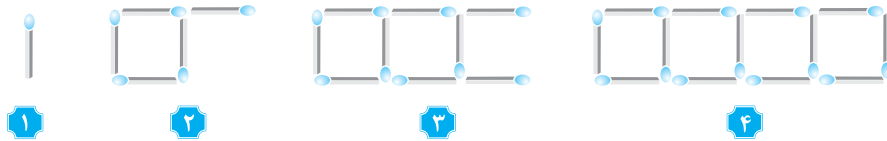


۱۸ شکل هفتم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



(آ)

(ب)



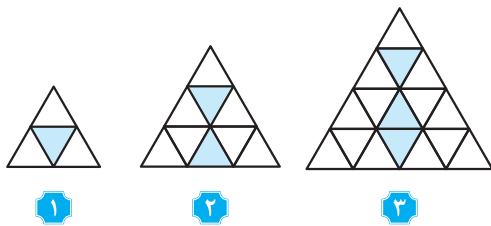
۱۹ سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

(آ) $2, 6, 10, \square, \square, \square$

(ب) $3, 9, 27, \square, \square, \square$

(پ) $1, 4, 9, \square, \square, \square$

۲۰ اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره (۵) رنگی است؟



۱

۲

۳

۲۱ با توجه به الگوی مقابل، سه عدد بعدی را بنویسید.

$1 \times 8 + 1 = 9, 12 \times 8 + 2 = 98, 123 \times 8 + 3 = 987$

(۱)

(۲)

(۳)

راهبردهای حدس و آزمایش و زیرمسئله

راهبرد حدس و آزمایش

ممکن است حل یک مسئله، روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید، سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۵ یک تاس را ۲۰ بار پرتاب کرده‌ایم. اگر اعداد رو شده ۲ یا ۳ و مجموع آن‌ها ۴۵ باشد، از هر عدد چند بار رو شده است؟
 پاسخ: برای حدس اولیه، تعداد دفعاتی که ۲ و ۳ ظاهر می‌شوند را یکسان و برابر ۱۰ می‌گیریم. با توجه به این‌که در این حالت مجموع از ۴۵ بیش‌تر می‌شود، پس باید حالت‌هایی را در نظر بگیریم که تعداد ۳‌ها کم شود:

تعداد ۲	تعداد ۳	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 3 = 50 \times$
۱۱	۹	$11 \times 2 + 9 \times 3 = 49 \times$
۱۲	۸	$12 \times 2 + 8 \times 3 = 48 \times$
۱۳	۷	$13 \times 2 + 7 \times 3 = 47 \times$
۱۴	۶	$14 \times 2 + 6 \times 3 = 46 \times$
۱۵	۵	$15 \times 2 + 5 \times 3 = 45 \checkmark$

با توجه به جدول، ۱۵ بار عدد ۲ و ۵ بار عدد ۳ ظاهر شده است.

راهبرد زیرمسئله

برای حل مسئله‌های چندمرحله‌ای و پیچیده از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم. در این راهبرد ابتدا مسئله را به چند مسئله ساده تبدیل می‌کنیم. فهرستی از این زیرمسئله‌ها را درست می‌کنیم، سپس به ترتیب به آن‌ها پاسخ می‌دهیم. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشیم، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسیم.

۶ پس انداز هفتگی محمد ۴۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، ثلث قیمت کفشی است که دوست دارد بخرد. قیمت کفش چه قدر است؟

پاسخ: ابتدا پس‌انداز ۵ هفته محمد را به دست می‌آوریم:

$5 \times 4000 = 20000$ (تومان)

با توجه به فرض، این مقدار ثلث قیمت کفش است، بنابراین:

$3 \times 20000 = 60000$ (تومان) = قیمت کفش

خودت حل کن...

۲۲ ۳۰ دستگاه موتور و اتومبیل در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۹۴ عدد باشد، چند موتور و چند اتومبیل در پارکینگ وجود دارد؟

۲۳ هنگام تولد علی، پدرش ۲۸ سال سن داشت. اکنون مجموع سن آن‌ها ۵۰ سال است. علی چند سال دارد؟

۲۴ دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۴ برابر دیگری است. اندازه هر زاویه را به دست آورید.

۲۵ به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟ $5 \times \square + 11 = 41$



۲۶ میوه‌فروشی، ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۲۰۰ تومان، ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت ۲۰۰۰ تومان و ۳۰ کیلوگرم انار به قیمت ۴۰۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را به قیمت ۲۵۰۰ تومان، هر کیلوگرم پرتقال را به قیمت ۲۵۰۰ تومان و هر کیلوگرم انار را به قیمت ۵۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروش، از این کار خود چقدر سود برده است؟

۲۷ طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۲، ۱۲ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیواره‌های این استخر را کاشی کنند. اگر قیمت هر مترمربع کاشی ۲۵۰۰ تومان باشد، برای کاشی‌کاری استخر چند تومان پول برای خرید کاشی لازم است؟

۱۵



۲۸ علی $\frac{1}{3}$ پول خود را کتاب و $\frac{1}{5}$ پول خود را دفتر خریده است و ۳۵۰۰۰ تومان برای او باقی مانده است. پول علی چه قدر بوده است؟



۲۹ کشاورزی ۴۵ درصد زمین خود را گندم، $\frac{37}{5}$ درصد آن را جو و بقیه را ذرت بذرپاشی کرده است. اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت ذرت چه قدر است؟

راهبردهای حل مسئله ساده‌تر و روش‌های نمادین

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله، می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله، از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۷ قطر سیاره مشتری، ۱۳۹۸۲۲ کیلومتر و قطر سیاره تیر، ۴۸۷۹ کیلومتر است. قطر سیاره مشتری تقریباً چند برابر قطر سیاره تیر است؟

پاسخ: با توجه به کلمه تقریباً در صورت مسئله می‌توان تقریبی از قطرهای دو سیاره را با روش گرد کردن به دست آورد و سپس این دو عدد را با هم مقایسه کرد:

$$139822 \approx 140000, 4879 \approx 5000 \Rightarrow \frac{\text{قطر سیاره مشتری}}{\text{قطر سیاره تیر}} \approx \frac{140000}{5000} = \frac{140}{5} = 28$$

۸ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

پاسخ: ابتدا حاصل عبارت‌هایی با مجموع کمتر (حل مسئله ساده‌تر) را به دست می‌آوریم و با پیدا کردن یک الگو، حاصل عبارت

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

در حاصل عبارت‌ها، مخرج کسر، بزرگ‌ترین عدد در بین مخرج‌های داده شده است و صورت کسر یک واحد کمتر از مخرج کسر است، بنابراین:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

راهبرد روش‌های نمادین

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به شمار می‌رود.

۹ علی کتاب داستانی را در ۸ ساعت مطالعه کرد و ۷ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۳ صفحه داشته باشد، علی به‌طور

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

پاسخ: فرض کنیم تعداد صفحاتی که علی به‌طور متوسط در هر ساعت می‌خواند \square باشد، طبق سؤال داریم:

$$8 \times \square + 7 = 103$$

تعداد صفحات مطالعه شده توسط علی

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، عددی که درون مربع قرار می‌گیرد برابر ۱۲ است.

خودت حل کن...

۳۰ مساحت تقریبی مربع به ضلع ۱۰۱۲ متر چه قدر است؟

۳۱ مجموع زاویه‌های داخلی یک ۱۵ ضلعی را به دست آورید.

۳۲ اگر ۱۰ نقطه را که هیچ سه‌تای آن‌ها روی یک خط نیستند، دو به دو وصل کنیم، چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

۳۳ عددی را ۳ برابر و ۵ واحد از آن کم کرده‌ایم، حاصل برابر ۱۹ شده است. اگر یک واحد به دو برابر آن عدد اضافه کنیم، حاصل کدام است؟

۳۴ اگر به ۵ برابر عددی ۴ واحد اضافه کنیم، هفت برابر همان عدد به دست می‌آید. آن عدد را پیدا کنید.

۳۵ یک نخ را به شکل یک مربع به ضلع ۸ متر درآورده‌ایم. اگر این نخ را به صورت یک مستطیل در بیاوریم، آن گاه طول مستطیل ۱۲ متر می‌شود. عرض مستطیل را به دست آورید.

۱۷



۳۶ مغازه‌داری ۱۰ جفت کفش مردانه که قیمت هر جفت آن ۴۰۰۰۰ تومان و ۱۵ جفت کفش زنانه که قیمت هر جفت آن ۵۰۰۰۰ تومان است، خریداری کرده است. او هر جفت کفش مردانه را ۵۰۰۰۰ تومان می‌فروشد. اگر وی بخواهد ۳۲۵۰۰۰ تومان سود کند، هر جفت کفش زنانه را به چه قیمتی باید بفروشد؟

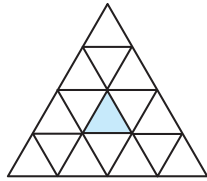
۳۷ اگر به دو برابر یک زاویه، 20° اضافه کنیم، سه برابر همان زاویه به دست می‌آید. اندازه آن زاویه را به دست آورید.

پایخ پرش‌های فصل

با توجه به شکل، ۳ قسمت از ۱۰ قسمت باقی می‌ماند که مربوط به دانش‌آموزانی است که در حال مطالعه هستند، پس:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline ۳ & ۱۲ \\ \hline ۱۰ & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{۱۰ \times ۱۲}{۳} = ۴۰$$

بنابراین تعداد دانش‌آموزان کلاس ۴۰ نفر است.



۵ هر یک از سه مثلث کناری را به چهار مثلث برابر تقسیم می‌کنیم. شکل به صورت مقابل درمی‌آید:

با توجه به شکل، $\frac{۱}{۱۶}$ آن رنگی شده است.

۶ در جدول زیر ابتدا تمام حالت‌هایی که حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۱۲ می‌باشند را مشخص می‌کنیم و در هر حالت حاصل جمع آن‌ها را به دست می‌آوریم:

یکی از دو عدد	عدد دیگر	حاصل جمع
۱	۱۲	۱۳
۲	۶	۸
۳	۴	۷

با توجه به جدول، اگر دو عدد ۳ و ۴ باشند، آن‌گاه حاصل جمع آن‌ها، کم‌ترین مقدار می‌باشد.

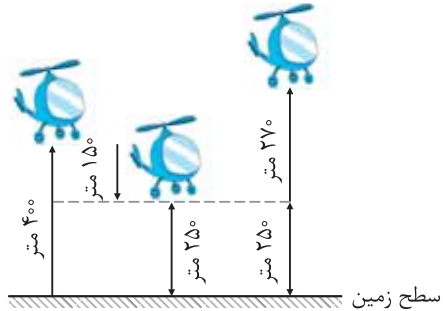
۷ در جدول زیر، ابتدا دو عدد طبیعی که حاصل جمع آن‌ها برابر ۱۰ است را مشخص می‌کنیم و در هر حالت حاصل ضرب آن‌ها را در ردیف جدول مربوطه قرار می‌دهیم. با توجه به این‌که کوچک‌ترین عدد طبیعی برابر یک است، در ستون مربوط به عدد اول، اعداد ۱ تا ۵ را قرار می‌دهیم:

یکی از دو عدد	عدد دیگر	حاصل ضرب
۱	۹	۹
۲	۸	۱۶
۳	۷	۲۱
۴	۶	۲۴
۵	۵	۲۵

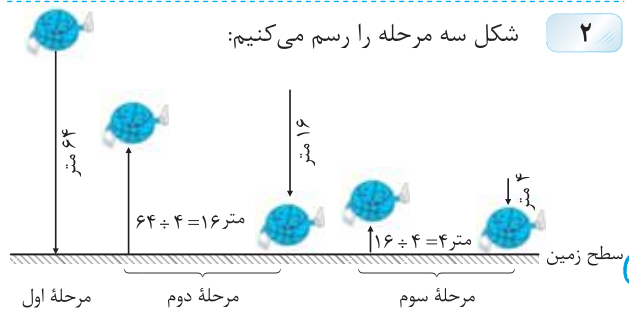
با توجه به جدول در حالتی که هر دو عدد ۵ باشند، حاصل ضرب آن‌ها بیش‌ترین مقدار را دارد.

۸ با توجه به شرط سؤال، فقط می‌توان از رقم‌های ۱ و ۲ در یکان استفاده کرد. بعد از مشخص کردن یکان، رقم‌هایی که می‌توانند در ده‌گان و صدگان قرار گیرند را تعیین می‌کنیم. ۴ عدد می‌توان با شرط مسئله نوشت:

صدگان	دهگان	یکان
۳	۲	۱
۴	۲	۱
۴	۳	۱
۴	۳	۲



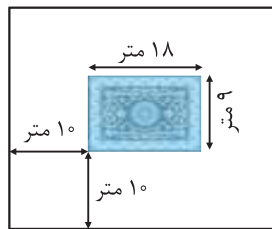
مرحله سوم: ارتفاع بالگرد (متر) $۲۵۰ + ۲۷۰ = ۵۲۰$



۲ شکل سه مرحله را رسم می‌کنیم:

طول مسیری که توپ طی کرده است، برابر است با:

$$۶۴ + ۱۶ + ۱۶ + ۴ + ۴ = ۱۰۴ \text{ (متر)}$$



با توجه به شکل، هم طول و هم عرض سالن ۲۰ متر بیش‌تر از طول و عرض زمین والیبال می‌باشند، بنابراین:

$$۹ + ۲۰ = ۲۹ \text{ عرض سالن, } ۱۸ + ۲۰ = ۳۸ \text{ طول سالن}$$

$$۳۸ \times ۲۹ = ۱۱۰۲ \text{ (مترمربع) مساحت سالن}$$

۴ با استفاده از راهبرد رسم شکل، مسئله را حل می‌کنیم: چون با دو کسر از کل کلاس سر و کار داریم و ضمناً مخارج کسرها مساوی نیستند، بهتر است ابتدا مخارج کسرها را یکی کنیم.

$$\frac{۱}{۵} = \frac{۲}{۱۰} \text{ دانش‌آموزان که والیبال بازی می‌کنند.}$$



$$\frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۱۲} \text{ دانش‌آموزان که فوتبال بازی می‌کنند.}$$

حاصل جمع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۶۲ ✗	۶۰	۱	۱
۳۳ ✗	۳۰	۲	۱
۲۴ ✗	۲۰	۳	۱
۲۰ ✗	۱۵	۴	۱
۱۸ ✗	۱۲	۵	۱
۱۷ ✗	۱۰	۶	۱
۱۹ ✗	۱۵	۲	۲
۱۵ ✗	۱۰	۳	۲
۱۳ ✗	۶	۵	۲
۱۲ ✓	۵	۴	۳

۱۴ اعداد بین ۷۰ و ۸۰ را در جدول زیر مشخص می‌کنیم و در هر حالت مجموع ارقام را به دست می‌آوریم و حالت‌هایی که مجموع ۸ بخش پذیر است را مشخص می‌کنیم:

عدد	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹
مجموع ارقام	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
بخش پذیری بر ۸	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗

بنابراین مجموع ارقام دو عدد ۷۱ و ۷۹ بر ۸ بخش پذیر می‌باشند.

۱۵ در جدول زیر، تمام حالت‌هایی که در ۶ بازی اتفاق می‌افتد را مشخص می‌کنیم و در هر حالت مجموع امتیازها را به دست می‌آوریم (توجه کنیم که کوچک‌ترین عددی که در ستون‌های ۲، ۱ و ۳ نوشته می‌شود باید یک باشد):

جمع امتیازها	تعداد مساوی	تعداد باخت	تعداد برد
$4 \times 5 + 1 \times 1 + 1 \times 3 = 24$ ✗	۱	۱	۴
$3 \times 5 + 1 \times 1 + 2 \times 3 = 22$ ✗	۲	۱	۳
$3 \times 5 + 2 \times 1 + 1 \times 3 = 20$ ✗	۱	۲	۳
$2 \times 5 + 1 \times 1 + 3 \times 3 = 20$ ✗	۳	۱	۲
$2 \times 5 + 3 \times 1 + 1 \times 3 = 16$ ✓	۱	۳	۲
$2 \times 5 + 2 \times 1 + 2 \times 3 = 18$ ✗	۲	۲	۲
$1 \times 5 + 1 \times 1 + 4 \times 3 = 18$ ✗	۴	۱	۱
$1 \times 5 + 4 \times 1 + 1 \times 3 = 12$ ✗	۱	۴	۱
$1 \times 5 + 3 \times 1 + 2 \times 3 = 14$ ✗	۲	۳	۱
$1 \times 5 + 2 \times 1 + 3 \times 3 = 16$ ✓	۳	۲	۱

با توجه به جدول در دو حالت تیم می‌تواند ۱۶ امتیاز داشته باشد.

۱۶ با نوشتن اعدادی که رقم ۳ در آن‌ها به کار می‌رود، تعداد رقم‌های ۳ به کار رفته را به دست می‌آوریم:

۳، ۱۳، ۲۳، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۲، ۵۳، ۶۳، ۷۳، ۸۳، ۹۳
 $20 =$ تعداد دفعاتی که رقم ۳ به کار رفته

۱۷ جدولی با چهار ستون در نظر می‌گیریم. افراد را در ستون‌های مختلف قرار می‌دهیم. فرض کنیم می‌خواهیم افراد از چپ به راست از بلندترین به کوتاه‌ترین مرتب شده باشند. واضح است که در سمت چپ تمام ردیف‌ها باید داود قرار بگیرد و بقیه را در ردیف‌های مختلف قرار می‌دهیم:

۹ ۱۰ پاره خط

ش ب، س ب، ت ب، پ ب: ابتدای پاره خط باشد
 ش پ، س پ، ت پ: ابتدای پاره خط پ باشد.
 ش ت، س ت: ابتدای پاره خط ت باشد.
 ش س: ابتدای پاره خط س باشد.
 $10 = 1 + 2 + 3 + 4 =$ تعداد کل پاره خط‌ها



۱۰ به چهار طریق می‌توان ۲۰۰۰ ریال تمبر برای ارسال تهیه کرد:

مجموع	تعداد تمبرهای ۳۰۰ ریالی	تعداد تمبرهای ۲۰۰ ریالی
$10 \times 200 = 2000$	۰	۱۰
$7 \times 200 + 2 \times 300 = 2000$	۲	۷
$4 \times 200 + 4 \times 300 = 2000$	۴	۴
$1 \times 200 + 6 \times 300 = 2000$	۶	۱

توجه کنیم که تعداد تمبرهای ۳۰۰ ریالی حتماً باید عددی زوج باشد.

۱۱ با شماره‌گذاری انگشتان یک دست به صورت زیر داریم:
 حالت‌های مختلف نمایش عدد ۲:



انگشت اول	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۳	۴
انگشت دوم	۲	۳	۴	۵	۳	۴	۵	۴	۵

با توجه به جدول، به ۱۰ طریق می‌توان عدد ۲ را نمایش داد.

۱۲ در پرتاب یک سکه دو حالت «رو» و «پشت» اتفاق می‌افتد. اگر ظاهر شدن «رو» را با «ر» و ظاهر شدن «پشت» را با «پ» نمایش دهیم، آن‌گاه جدول زیر برای حالت‌های مختلف پرتاب سه بار یک سکه به وجود می‌آید:

پرتاب سوم	پرتاب دوم	پرتاب اول
ر	ر	ر
پ	ر	ر
ر	پ	ر
پ	پ	ر
ر	ر	پ
پ	ر	پ
ر	پ	پ
پ	پ	پ

با توجه به جدول ۸ ردیف به وجود می‌آید و در نتیجه ۸ حالت در سه پرتاب اتفاق می‌افتد.

۱۳ ابتدا همه حالت‌هایی که حاصل ضرب سه عدد طبیعی برابر ۶۰ می‌شود را می‌نویسیم (می‌توان حالت‌هایی که جمع سه عدد طبیعی برای ۱۲ است را در نظر گرفت ولی حالت‌ها زیاد می‌شود). حاصل جمع را در هر حالت به دست می‌آوریم و با حذف حالت‌های نامطلوب، جواب را به دست می‌آوریم.

۲۳ برای حدس، سن علی را ۱۰ سال در نظر می‌گیریم: (دقت کنید که در میحث سن، تفاضل سن هر دو نفر همواره و با گذشت زمان، مقداری ثابت است.)

سن علی	سن پدر	مجموع و بررسی
۱۰	$۱۰ + ۲۸ = ۳۸$	۴۸ ✗
۱۱	۳۹	۵۰ ✓

با توجه به جدول، سن علی یازده سال است.

۲۴ اگر مجموع دو زاویه ۹۰° باشد، دو زاویه متمم یکدیگرند:

یکی از زوایا	زاویه دیگر	بررسی و آزمایش
۱۰°	$۴ \times ۱۰^\circ = ۴۰^\circ$	$۱۰^\circ + ۴۰^\circ = ۵۰^\circ$ ✗
۱۱°	$۴ \times ۱۱^\circ = ۴۴^\circ$	$۱۱^\circ + ۴۴^\circ = ۵۵^\circ$ ✗
۱۲°	$۴ \times ۱۲^\circ = ۴۸^\circ$	$۱۲^\circ + ۴۸^\circ = ۶۰^\circ$ ✗
۱۳°	$۴ \times ۱۳^\circ = ۵۲^\circ$	$۱۳^\circ + ۵۲^\circ = ۶۵^\circ$ ✗
۱۴°	$۴ \times ۱۴^\circ = ۵۶^\circ$	$۱۴^\circ + ۵۶^\circ = ۷۰^\circ$ ✗
۱۵°	$۴ \times ۱۵^\circ = ۶۰^\circ$	$۱۵^\circ + ۶۰^\circ = ۷۵^\circ$ ✗
۱۶°	$۴ \times ۱۶^\circ = ۶۴^\circ$	$۱۶^\circ + ۶۴^\circ = ۸۰^\circ$ ✗
۱۷°	$۴ \times ۱۷^\circ = ۶۸^\circ$	$۱۷^\circ + ۶۸^\circ = ۸۵^\circ$ ✗
۱۸°	$۴ \times ۱۸^\circ = ۷۲^\circ$	$۱۸^\circ + ۷۲^\circ = ۹۰^\circ$ ✓

دو زاویه ۱۸° و ۷۲° هستند.

۲۵ به جای عددهای مختلفی را قرار می‌دهیم. از عدد ۸ شروع می‌کنیم:

<input type="checkbox"/>	بررسی و آزمایش
۸	$۵ \times ۸ + ۱۱ = ۵۱$ ✗
۷	$۵ \times ۷ + ۱۱ = ۴۶$ ✗
۶	$۵ \times ۶ + ۱۱ = ۴۱$ ✓

۲۶ راهبرد مناسب، راهبرد زیرمستله است.

ابتدا پولی که میوه‌فروش بابت خرید میوه‌ها پرداخت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$۴۰ \times ۲۲۰۰ + ۸۰ \times ۲۰۰۰ + ۳۰ \times ۴۰۰۰ = ۸۸۰۰۰ + ۱۶۰۰۰۰ + ۱۲۰۰۰۰ = ۳۶۸۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

اکنون پولی که بابت فروش میوه‌ها به‌دست آمده است را حساب می‌کنیم:

$$۴۰ \times ۲۵۰۰ + ۸۰ \times ۲۵۰۰ + ۳۰ \times ۵۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰۰ + ۱۵۰۰۰۰ = ۴۵۰۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

بنابراین: پول حاصل از خرید - پول حاصل از فروش = سود

$$= ۴۵۰۰۰۰ - ۳۶۸۰۰۰ = ۸۲۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

۲۷ ابتدا مساحت کف و دیواره‌های استخر را به‌دست می‌آوریم: مطابق شکل مقابل، داریم:

$$۲۰ \times ۱۲ = \text{مساحت ۴ مستطیل دور تا دور} + \text{مساحت کف} = \text{مساحت مستطیل به ابعاد ۲ و ۲۰} + ۲(\text{مساحت مستطیل به ابعاد ۳ و ۱۲}) + ۲(\text{مربع})$$

$$= ۲۴۰ + ۲(۳ \times ۱۲) + ۲(۳ \times ۲۰) = ۲۴۰ + ۷۲ + ۱۲۰ = ۴۳۲$$

با توجه به این که قیمت هر مترمربع کاشی ۲۵۰۰ تومان است و به ۴۳۲ مترمربع کاشی نیاز داریم، پس پولی که بابت خرید کاشی‌ها باید پرداخت کنیم برابر است با:

$$۴۳۲ \times ۲۵۰۰ = ۱۰۸۰۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

نتیجه	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
✗	داود	علی	محمد	ماهان
✗	داود	علی	ماهان	محمد
✗	داود	محمد	علی	ماهان
✓	داود	محمد	ماهان	علی
✗	داود	ماهان	محمد	علی
✗	داود	ماهان	علی	محمد

با مشاهده تمام حالت‌ها، ردیف چهارم حالت مطلوب است.

۱۸ ابتدا در هر قسمت تعداد چوب‌کبریت‌های هر شکل و سپس الگوی موجود را می‌یابیم:

(آ) $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

(ب) $1, 5, 9, 13, 17, 21, 25$

۱۹ (آ) عددها چهار تا چهار تا اضافه می‌شوند:

(ب) هر عدد در عدد ۳ ضرب می‌شود تا عدد بعدی به‌دست آید:

(پ) اعداد طبیعی در خودشان ضرب شده‌اند:

$$1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500, 2601, 2704, 2809, 2916, 3025, 3136, 3249, 3364, 3481, 3600, 3721, 3844, 3969, 4096, 4225, 4356, 4489, 4624, 4761, 4900, 5041, 5184, 5329, 5476, 5625, 5776, 5929, 6084, 6241, 6400, 6561, 6724, 6889, 7056, 7225, 7396, 7569, 7744, 7921, 8100, 8281, 8464, 8649, 8836, 9025, 9216, 9409, 9604, 9801, 10000$$

۲۰ در شکل $2 \times 2 = 4$ ، (۱) مثلث یکسان داریم که یک

قسمت آن رنگی شده است بنابراین $\frac{1}{4}$ شکل رنگ شده است. در شکل $3 \times 3 = 9$ ، (۲) مثلث یکسان داریم که دو قسمت آن رنگی شده است، بنابراین $\frac{2}{9}$ شکل رنگی شده است. می‌توان جدول زیر را در نظر گرفت:

شماره شکل	۳	۴	۵
تعداد مثلث‌های یکسان	۴×۴	۵×۵	۶×۶
تعداد مثلث‌های رنگ شده	۳	۴	۵
کسر رنگی شده	$\frac{۳}{۱۶}$	$\frac{۴}{۲۵}$	$\frac{۵}{۳۶}$

۲۱ (۴): $۱۲۳۴ \times ۸ + ۴ = ۹۸۷۶$

(۵): $۱۲۳۴۵ \times ۸ + ۵ = ۹۸۷۶۵$

(۶): $۱۲۳۴۵۶ \times ۸ + ۶ = ۹۸۷۶۵۴$

۲۲ برای حدس اول تعداد موتورها و اتومبیل‌ها را یکسان در نظر می‌گیریم: (از هر کدام ۱۵ تا)

بررسی و آزمایش	تعداد اتومبیل	تعداد موتور
$۱۵ \times ۲ + ۱۵ \times ۴ = ۹۰$	۱۵	۱۵
$۱۴ \times ۲ + ۱۶ \times ۴ = ۹۲$	۱۶	۱۴
$۱۳ \times ۲ + ۱۷ \times ۴ = ۹۴$	۱۷	۱۳

در بررسی حدس اول، تعداد چرخ‌ها برابر ۹۰ شده است و با توجه به این که تعداد چرخ‌ها ۹۴ است، باید تعداد اتومبیل‌ها بیش‌تر از تعداد موتورها شود. بنابراین ۱۳ موتور و ۱۷ اتومبیل در پارکینگ وجود دارد.

ابتدا نقطه ب را با دو پاره‌خط به نقاط پ و ت وصل می‌کنیم. سپس نقطه پ را با یک پاره‌خط به ت وصل می‌کنیم. بنابراین:

$$۳ + ۱ = ۲ + ۳ = ۳$$

پ • • ت

ب • • ث

ابتدا نقطه ب را با سه پاره‌خط به نقطه‌های پ، ت و ث وصل می‌کنیم. سپس نقطه پ را با دو پاره‌خط به نقطه‌های ت و ث وصل می‌کنیم و در انتها نقطه ت را به نقطه ث وصل می‌کنیم تا یک پاره‌خط دیگر به وجود آید، بنابراین:

$$۳ + ۲ + ۱ = ۶$$

بنابراین تعداد پاره‌خط‌های حاصل از ۱۰ نقطه مسئله برابر است با:

$$۹ + ۸ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۴۵$$

فرض کنیم عدد مطلوب باشد، در این صورت:

$$۳ \times \text{} - ۵ = ۱۹$$

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

$$\text{} = ۸ \Rightarrow ۲ \text{} + ۱ = ۲ \times ۸ + ۱ = ۱۷$$

فرض کنیم عدد مطلوب باشد، طبق فرض مسئله باید عددی به جای قرار دهیم تا تساوی $۵ \times \text{} + ۴ = ۷ \times \text{}$ برقرار باشد. از راهبرد حدس و آزمایش برای پیدا کردن عدد استفاده می‌کنیم:

بررسی و آزمایش	
۱	$۵ \times ۱ + ۴ = ۷ \times ۱$ ✗
۲	$۵ \times ۲ + ۴ = ۷ \times ۲$ ✓

بنابراین عدد مورد نظر برابر ۲ است.

ابتدا با استفاده از راهبرد زیرمسئله، آن را به دو مسئله

تبدیل می‌کنیم:

(آ) طول نخ (محیط مربع) چه قدر است؟

(ب) اگر طول یک مستطیل ۱۲ متر و محیط آن ۳۲ متر (طول نخ) باشد، عرض مستطیل چه قدر است؟

فرض کنیم عرض مستطیل متر باشد، در این صورت:

$$۳۲ = (طول + عرض) \times ۲ = ۲ \times (۱۲ + \text{})$$

$$۱۶ = ۱۲ + \text{} \Rightarrow \text{} = ۴$$

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

ابتدا پولی که بابت خرید کفش‌ها داده است را به دست

$$۱۰ \times ۴۰۰۰۰ + ۱۵ \times ۵۰۰۰۰ = ۱۱۵۰۰۰۰$$

می‌آوریم:

این شخص می‌خواهد ۳۲۵۰۰۰ تومان سود کند، پس پول حاصل از فروش کفش‌ها را به دست می‌آوریم:

$$پول خرید محصول + سود = پول حاصل از فروش$$

$$۱۱۵۰۰۰۰ + ۳۲۵۰۰۰ = ۱۴۷۵۰۰۰$$

اگر قیمت فروش هر جفت کفش زنانه تومان باشد، باید داشته باشیم:

$$۱۰ \times ۵۰۰۰۰ + ۱۵ \times \text{} = ۱۴۷۵۰۰۰$$

با راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

فرض کنیم اندازه زاویه مورد نظر باشد، طبق فرض باید

$$۳ \times \text{} + ۲^\circ = ۳ \times \text{} \times ۲$$

حدس و آزمایش، عددی که به جای قرار می‌گیرد، ۲° است.

ابتدا مشخص می‌کنیم که علی چه کسری از پول را خرج

نکرده است:

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۵} = \frac{۵}{۱۵} + \frac{۳}{۱۵} = \frac{۸}{۱۵} \Rightarrow ۱ - \frac{۸}{۱۵} = \frac{۷}{۱۵}$$

علی $\frac{۷}{۱۵}$ از پول خود را خرج نکرده است. با توجه به این که ۳۵۰۰۰ تومان پول برای علی باقی مانده است، مقدار پول اولیه علی را به دست می‌آوریم:

۷	۳۵۰۰۰	$\Rightarrow ? = \frac{۱۵ \times ۳۵۰۰۰}{۷} = ۷۵۰۰۰$ (تومان)
۱۵	?	

ابتدا مشخص می‌کنیم چند درصد زمین را ذرت کاشته است:

$$۱۰۰ - (۴۵ + ۳۷/۵) = ۱۷/۵$$

با توجه به این که $۱۷/۵$ درصد از زمین را ذرت کاشته است، پس:

$$\text{هکتار} = \frac{۱۷/۵}{۱۰۰} \times ۱۵ = ۲/۶۲۵$$

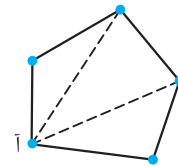
↓
مساحت زمین

راهبرد مناسب، راهبرد حل مسئله ساده‌تر است.

طول تقریبی ضلع مربع را برابر ۱۰۰۰ در نظر می‌گیریم و با توجه به این عدد، مساحت تقریبی مربع را به دست می‌آوریم:

$$۱۰۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰ \approx \text{مساحت مربع}$$

ابتدا یک پنج‌ضلعی و یک



شش‌ضلعی را در نظر می‌گیریم و مجموع زاویه‌های داخلی آن‌ها را به دست می‌آوریم و با پیدا کردن یک الگو، مجموع زاویه‌های داخلی ۱۵ ضلعی را به دست می‌آوریم:

با توجه به شکل بالا، از نقطه (آ) دو پاره‌خط رسم کرده‌ایم تا $(۵-۲) \times ۳ = ۹$ تعداد ضلع‌ها

مثلث به دست آید و در نتیجه:

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی مثلث} = ۳ \times ۱۸0^\circ = ۵۴0^\circ$$

با توجه به شکل روبه‌رو، اگر از نقطه آ، سه پاره‌خط رسم کنیم، آن‌گاه $۴ - ۲ = ۶$ مثلث به دست می‌آید و در نتیجه:

$$۴ \times ۱۸0^\circ = ۷۲0^\circ = \text{مجموع زاویه‌های داخلی ۶ ضلعی}$$

اگر همین کار را برای یک ۱۵ ضلعی انجام دهیم، آن‌گاه $۱۳ - ۲ = ۱۱$ مثلث به وجود می‌آید و در نتیجه:

$$۱۳ \times ۱۸0^\circ = ۲۳۴0^\circ = \text{مجموع زاویه‌های داخلی ۱۵ ضلعی}$$

ابتدا ۳ و ۴ نقطه در نظر می‌گیریم و آن‌ها را دو به دو به

هم وصل می‌کنیم و با پیدا کردن یک الگو، تعداد پاره‌خط‌های حاصل از وصل کردن دوه‌دوی ۱۰ نقطه را به دست می‌آوریم:

پ • • ب

ت •

تست‌های پایانی فصل ۱

۱ یک خط‌کش ۶۰ سانتی‌متری شکست و به دو قسمت تقسیم شد. اگر یکی از قسمت‌ها ۱۲ سانتی‌متر کوتاه‌تر از دیگری باشد، اندازه قسمت کوچک‌تر چند سانتی‌متر است؟

- ۲۶ (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴)

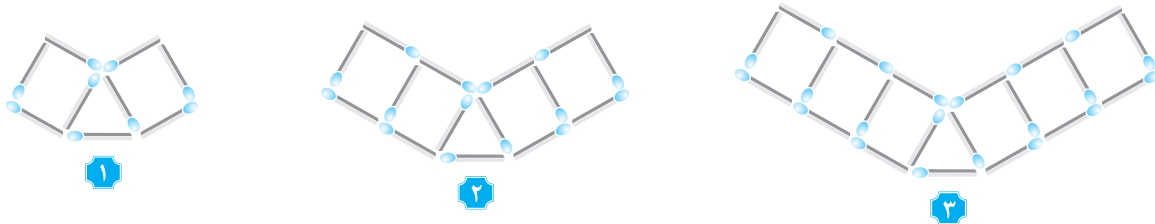
۲ آسانسوری در رفت و برگشت‌های مختلف، از طبقه اول به طبقه پنجم و سپس به طبقه دوم می‌رود. سپس به طبقه چهارم و بعد به طبقه سوم می‌رود. اگر فاصله هر دو طبقه از یکدیگر ۳ متر باشد، در مجموع طول مسیری که آسانسور پیموده چه قدر است؟ (آزمون Timss)

- ۱۸ (۱) ۲۷ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴)

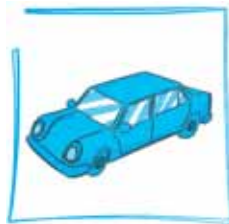
۳ حسین تعدادی سیب داشت. او نصف سیب‌ها را به احمد و یک چهارم سیب‌های باقی‌مانده را به رضا داد و ۹ سیب برای او باقی ماند. حسین در ابتدا چند سیب داشت؟

- ۳۶ (۱) ۲۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۲ (۴)

۴ برای ساختن شکل‌های زیر از چوب کبریت استفاده شده است. اگر ساختن این شکل‌ها را ادامه دهیم، چند چوب کبریت لازم است تا شکل شماره ۲۰ را بسازیم؟ (آزمون Timss)



- ۱۱۸ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۱ (۳) ۱۲۳ (۴)



۵ اتومبیلی دارای یک مخزن سوخت با گنجایش ۴۰ لیتر است. این اتومبیل برای پیمودن هر ۱۰۰ کیلومتر ۷/۲ لیتر سوخت مصرف می‌کند. یک سفر ۳۵۰ کیلومتری با مخزن پر از سوخت آغاز می‌شود. در پایان این سفر چه مقدار سوخت در مخزن اتومبیل باقی می‌ماند؟

- ۱۴/۴ (۱) ۱۴/۶ (۲) ۱۵ (۴) ۱۴/۸ (۳)

۶ طول و عرض یک مستطیل ۲۰ و ۸ متر است. اگر ۲۰ درصد به طول آن اضافه و ۲۵ درصد از عرض آن کم شود، مساحت مستطیل جدید کدام است؟

- ۱۴۴ (۱) ۱۴۸ (۲) ۱۵۴ (۳) ۱۶۰ (۴)

۷ وزن دو میله A و B روی هم ۳۶ گرم است. میله A از ۷ قسمت و میله B از ۵ قسمت تشکیل شده است. اگر تمام قسمت‌ها مساوی باشند، وزن میله A چند گرم است؟ (آزمون Timss)

- ۷ (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴)

۸ طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۴، ۳ و ۳ متر است. اگر در هر ساعت ۶ متر مکعب آب وارد استخر شود، پس از چند ساعت استخر پر از آب می‌شود؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۹ به چند حالت می‌توان با ۴۰ متر پارچه دو نوع چادر ۳ و ۵ متری دوخت به طوری که از هر کدام حداقل یکی داشته باشیم؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۰ جمع دو عدد طبیعی زوج برابر ۱۶ است. بیش‌ترین مقدار برای حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

- ۶۰ (۱) ۵۶ (۲) ۸۰ (۳) ۶۴ (۴)

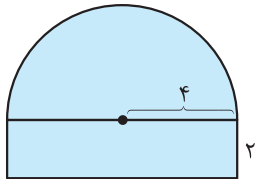
۱۱ کشاورزی روز اول $\frac{1}{4}$ زمینش، روز دوم $\frac{1}{3}$ باقی مانده از زمینش و روز سوم $\frac{1}{4}$ باقی مانده از زمینش را سمپاشی کرد. چه کسری از زمین این کشاورز هنوز سمپاشی نشده است؟

- $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

۱۲ با رقم‌های ۲، ۰ و ۳ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

- ۱۸ (۴) ۱۵ (۳) ۱۲ (۲) ۸ (۱)

۱۳ مساحت شکل مقابل کدام است؟ ($\pi = 3$)



- ۳۴ (۱)
۳۸ (۲)
۴۰ (۳)
۴۵ (۴)

۱۴ حاصل عبارت $1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \times \frac{1}{100}$ چه قدر است؟

- $\frac{100}{99}$ (۴) $\frac{100}{3}$ (۳) $\frac{101}{2}$ (۲) $\frac{101}{100}$ (۱)

۱۵ در یک شیرینی‌سرا ۱۵۰ کیلوگرم شیرینی وجود دارد. اگر $\frac{2}{5}$ شیرینی‌ها تر و بقیه خشک باشند و قیمت هر کیلوگرم شیرینی تر ۱۵۰۰۰ تومان و شیرینی خشک ۱۱۰۰۰ تومان باشد، درآمد این شیرینی‌سرا چه قدر است؟



- ۱۸۹۰۰۰۰ (۱)
۱۹۲۰۰۰۰ (۲)
۱۹۵۰۰۰۰ (۳)
۱۹۸۰۰۰۰ (۴)

۱۶ سارا یک بازی روی صفحه شطرنج انجام می‌دهد. مهره او روی خانه $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ قرار دارد. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ می‌آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

- $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۷ کانگورویی مسیری نیم‌دایره‌ای را طی می‌کند. اگر شعاع نیم‌دایره اول یک متر و در هر جهش شعاع نیم‌دایره نصف شود، کانگورو بعد از سه بار جهش کامل چند متر را طی کرده است؟ ($\pi = 3$)

- ۵/۵ (۴) ۵/۲۵ (۳) ۵ (۲) ۴/۷۵ (۱)

۱۸ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۵ متر بالا می‌رود و هر بار ۳ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۲۰ متر باشد، قورباغه با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

- ۹ (۴) ۱۰ (۳) ۱۱ (۲) ۱۲ (۱)

۱۹ چهار خط که فقط هر دو تای آن‌ها در یک نقطه متقاطع‌اند، چند ناحیه در صفحه ایجاد می‌کنند؟

- ۹ (۴) ۱۰ (۳) ۱۱ (۲) ۱۲ (۱)

۲۰ $\frac{1}{3}$ بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفتند. $\frac{5}{6}$ بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط ۷ نفر در کلاس درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟



- ۴۸ (۱)
۵۴ (۲)
۶۳ (۳)
۷۲ (۴)

پایخ‌ت‌های پایانی فصل ۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم (ابتدا طول و عرض مستطیل جدید را به‌دست می‌آوریم):

$$24 = 20 + 0 / 2 \times 20 = 24$$

$$8 - 0 / 25 \times 8 = 6$$

$$144 = 24 \times 6 = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل جدید}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

از روش نمادین برای حل مسئله استفاده می‌کنیم:
 دو میله A و B با هم از $7 + 5 = 12$ قسمت مساوی تشکیل شده‌اند.
 پس داریم:

$$12 \times \square = 36 \Rightarrow \square = 3$$

بنابراین:

$$21 = 7 \times 3 = \text{وزن میله A}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم. ابتدا حجم استخر را به‌دست می‌آوریم:

$$96 = 8 \times 4 \times 3 = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم استخر}$$

با توجه به این که در هر ساعت، ۶ مترمکعب آب وارد استخر می‌شود، با تقسیم عدد ۹۶ بر ۶، تعداد ساعت لازم برای پرشدن استخر را به‌دست می‌آوریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

تعداد چادرهای ۵ متری	۵	۲
تعداد چادرهای ۳ متری	۵	۱۰
پارچه مورد نیاز	۴۰	۴۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده می‌کنیم:

یکی از دو عدد	۲	۴	۶	۸
عدد دیگر	۱۴	۱۲	۱۰	۸
حاصل ضرب	۲۸	۴۸	۶۰	۶۴

با توجه به جدول، بیش‌ترین مقدار برای حاصل ضرب برابر ۶۴ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

از راهبرد رسم شکل برای حل استفاده می‌کنیم:

روز اول	روز دوم	روز اول	روز دوم
	روز سوم		روز سوم

با توجه به شکل، $\frac{1}{6}$ از زمین این کشاورز سم‌پاشی نشده است.

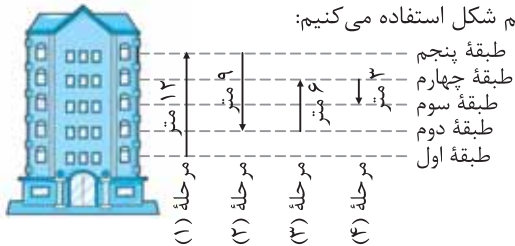
۱ ۲ ۳ ۴ ۱

برای حل ابتدا از روش نمادین استفاده می‌کنیم. اگر طول قسمت کوچک‌تر \square سانتی‌متر باشد، در این صورت طول قسمت بزرگ‌تر $\square + 12$ است. بنابراین:

$$24 = \square \rightarrow \text{روش حدس و آزمایش} \rightarrow 60 = \square + (\square + 12)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

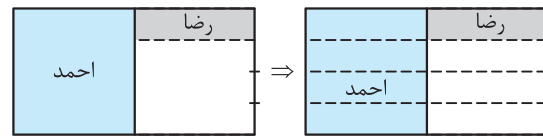
از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم:



$$30 = 12 + 9 + 6 + 3 = \text{طول مسیر طی شده توسط آسانسور}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

از راهبرد رسم شکل برای حل استفاده می‌کنیم:

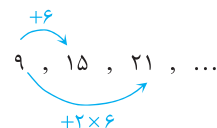


با توجه به شکل $\frac{3}{8}$ سیب‌ها برای حسین باقی‌مانده است، پس:

$$\begin{matrix} 3 & 9 \\ 8 & ? \end{matrix} \Rightarrow ? = \frac{9 \times 8}{3} = 24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم. تعداد چوب‌کبریت‌ها را در سه شکل ابتدایی به‌دست می‌آوریم و نظم بین آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



بنابراین:

$$15 = 9 + 1 \times 6 = 9 + (2 - 1) \times 6 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دوم}$$

$$21 = 9 + 2 \times 6 = 9 + (3 - 1) \times 6 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌های شکل سوم}$$

$$123 = 9 + 19 \times 6 = 9 + 114 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل (۲۰)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم:

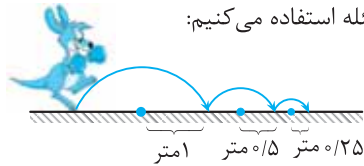
ابتدا مقدار سوخت مصرف‌شده این اتومبیل را برای پیمودن ۳۵۰ کیلومتر به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} 100 & 7/2 \\ 350 & ? \end{matrix} \Rightarrow ? = \frac{350 \times 7/2}{100} = 25/2$$

مقدار سوخت باقی‌مانده در باک برابر $40 - 25/2 = 14/8$ لیتر است.

۱۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد رسم شکل و زیرمسئله استفاده می‌کنیم:



محیط دایره برابر حاصل ضرب عدد π در قطر دایره است.

$$+ \text{ محیط نیم‌دایره به قطر ۲ متر} = \text{مسافت طی شده توسط کانگورو}$$

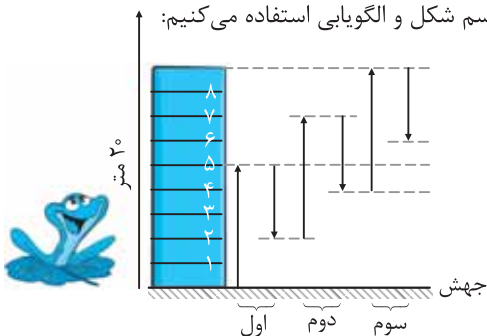
$$\text{محیط نیم‌دایره به قطر } 0.5 \text{ متر} + \text{محیط نیم‌دایره به قطر ۱ متر}$$

$$= \frac{1}{2}(\pi \times 2) + \frac{1}{2}(\pi \times 1) + \frac{1}{2}(\pi \times 0.5) = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \times 0.5$$

$$= 3 + 1.5 + 0.375 = 5.25$$

۱۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

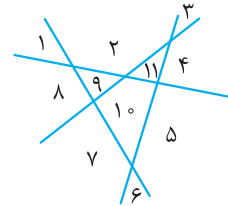
از راهبردهای رسم شکل و الگویابی استفاده می‌کنیم:



با توجه به اعداد به‌دست آمده در سه جهش اول، جایگاه قورباغه بعد از $2, 4, 6, \dots$ سر خوردن در هر جهش به‌صورت روبه‌رو است: چون در جهش هشتم، قورباغه به ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین می‌رسد و چون در جهش نهم، ۵ متر بالا می‌رود به ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین می‌رسد.

۱۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

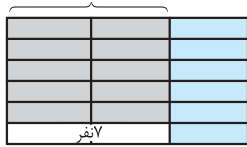
از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم. چهار خط دوه‌دو متقاطع رسم می‌کنیم و ناحیه‌های ایجاد شده را شماره‌گذاری می‌کنیم. مطابق شکل، ۱۱ ناحیه ایجاد می‌شود.



۲۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم:

$\frac{5}{6}$ دانش‌آموزان باقی‌مانده در حیاط



$\frac{1}{6}$ دانش‌آموزانی که به اردو رفته‌اند.

با توجه به شکل، ۲ قسمت از ۱۸ قسمت کل در کلاس مانده‌اند، بنابراین:

۲	۷
۱۸	?

 $\Rightarrow ? = \frac{18 \times 7}{2} = 63$

۱۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

اعداد سه رقمی با رقم صدگان ۲ به‌صورت زیر می‌باشند:

$200, 202, 203, 220, 222, 223, 230, 232, 233$

به همین ترتیب ۹ عدد سه رقمی می‌توان نوشت که رقم صدگان آن ۳ باشد. بنابراین ۱۸ عدد سه رقمی با رقم‌های ۰, ۲, ۳ می‌توان نوشت.

۱۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم. شکل از دو قسمت تشکیل شده است:

(۱) نیم‌دایره به شعاع ۴

$$\text{مساحت نیم‌دایره به شعاع ۴} = \frac{1}{2}(\pi \times 4^2) = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

(۲) مستطیل با ابعاد ۲ و ۸

$$\text{مساحت مستطیل} = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{بنابراین: مساحت شکل} = 24 + 16 = 40$$

۱۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد حل مسئله ساده‌تر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{2} = \frac{\text{آخرین صورت}}{\text{اولین مخرج}}$$

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2} = \frac{\text{آخرین صورت}}{\text{اولین مخرج}}$$

بنابراین:

آخرین صورت

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \times \frac{1}{100} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{100}{100} = \frac{101}{2}$$

اولین مخرج

۱۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

با استفاده از راهبرد زیرمسئله، داریم:

$$\text{وزن شیرینی تر} = \frac{2}{5} \times 150 = 60$$

$$(1) \text{ درآمد حاصل از فروش شیرینی تر} = 60 \times 15000 = 900000$$

$$\text{وزن شیرینی خشک} = 150 - 60 = 90$$

$$(2) \text{ درآمد حاصل از فروش شیرینی خشک} = 90 \times 11000 = 990000$$

$$\text{درآمد} = 900000 + 990000 = 1890000 \Rightarrow (1), (2)$$

۱۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

از راهبرد رسم شکل استفاده

می‌کنیم: صفحه شطرنجی 8×8

به‌صورت مقابل در نظر می‌گیریم

و جابه‌جایی‌ها را روی آن انجام

می‌دهیم:

با توجه به شکل، مهره روی خانه

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

قرار می‌گیرد.

