

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جله تماس تلفنی رایگان

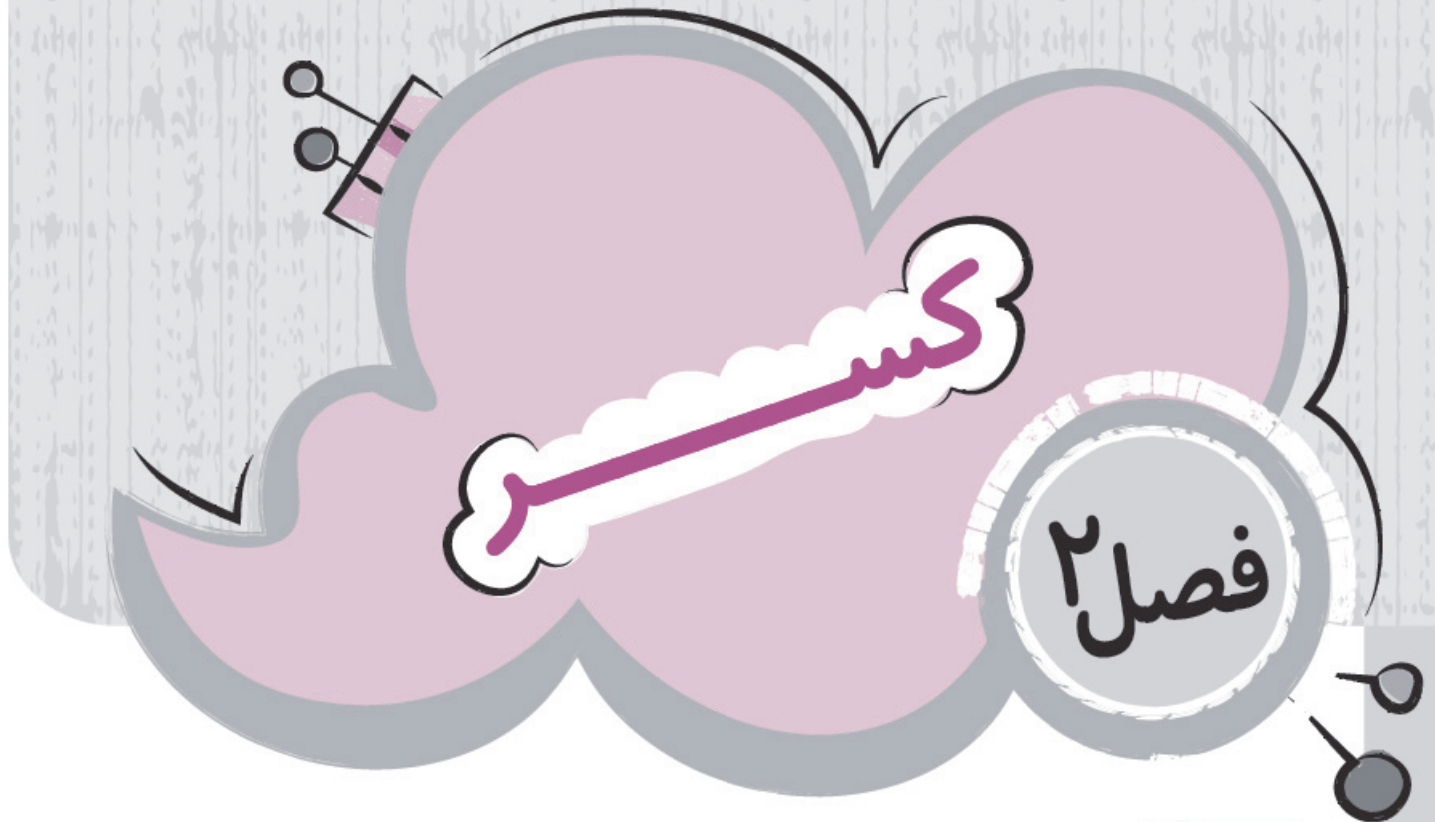
با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰





عدد مخلوط

مثال آیا عددهای $۲\frac{۵}{۵}$ و $۳\frac{۷}{۶}$ به درستی به شکل عدد مخلوط نوشته شده‌اند؟

در عدد مخلوط، قسمت کسری باید یک کسر کوچک‌تر از واحد (یعنی صورتش از مخرج کوچک‌تر) باشد.

$$۲\frac{۵}{۵} = ۲ + ۱ = ۳$$

$$۳\frac{۷}{۶} = ۳ + ۱\frac{۱}{۶} = ۴\frac{۱}{۶}$$

نکته در مقایسه‌ی دو عدد مخلوط، ابتدا بررسی می‌کنیم که به شکل درست نوشته شده باشند، بعد قسمت صحیح آن‌ها را با هم

مقایسه می‌کنیم و در صورت مساوی بودن، قسمت کسرها را مقایسه می‌کنیم.

$$۲\frac{۶}{۴} > ۳\frac{۱}{۴}$$

$$\begin{array}{r} 2 + \frac{6}{4} \\ 2 + 1\frac{2}{4} \\ 3\frac{2}{4} > 3\frac{1}{4} \end{array}$$

$$۵\frac{۲}{۷} > ۵\frac{۲}{۹}$$

$$\begin{array}{r} 5\frac{2}{7} \\ 5\frac{2}{9} \\ 2 > \frac{2}{9} \end{array}$$

مثال مقایسه کنید.

$$۲\frac{۱}{۱۰۰۰} > ۱\frac{۹۹}{۱۰۰}$$

$$\begin{array}{r} 2\frac{1}{1000} \\ 2 > 1 \end{array}$$

$$۵ > ۴\frac{۹}{۱۰}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 > 4 \end{array}$$

مثال آیا کسر $\frac{۴}{۹}$ بین $\frac{۸}{۱۱}$ و $\frac{۲}{۷}$ قرار دارد؟

پاسخ $\frac{۲}{۷} < \frac{۸}{۱۱}$ است. بنابراین برای این که $\frac{۴}{۹}$ بین آن‌ها باشد باید از $\frac{۲}{۷}$ بزرگ‌تر و از $\frac{۸}{۱۱}$ کوچک‌تر باشد:

$$\frac{۱۸}{۶۳} = \frac{۲ \times ۹}{۷ \times ۹} < \frac{۴ \times ۷}{۹ \times ۷} = \frac{۲۸}{۶۳} \quad \text{و} \quad \frac{۴۴}{۹۹} = \frac{۴ \times ۱۱}{۹ \times ۱۱} < \frac{۸ \times ۹}{۱۱ \times ۹} = \frac{۷۲}{۹۹} \Rightarrow \frac{۲}{۷} < \frac{۴}{۹} < \frac{۸}{۱۱}$$



نکته بین دو کسر بی‌شمار کسر وجود دارد که یکی از آن‌ها کسری است که صورتش مجموع صورت‌ها و مخرجش مجموع مخرج‌هاست.

مثال $\frac{2}{7} < \frac{2+8}{7+11} < \frac{8}{11}$ پس $\frac{10}{18}$ یکی از کسرهای بین $\frac{2}{7}$ و $\frac{8}{11}$ است.

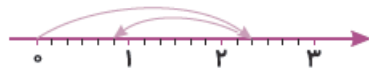
جمع و تفریق اعداد مخلوط

مثال عبارت $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ را روی محور نشان دهید.



$$2\frac{1 \times 2}{3 \times 2} - 1\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = 2\frac{2}{6} - 1\frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

با ۵ علامت، هر واحد محور را ۶ قسمت مساوی می‌کنیم. اول از ۰ تا $\frac{1}{6}$ جلوتر می‌رویم، بعد ۹ تا $\frac{1}{6}$ به عقب برمی‌گردیم و به $\frac{5}{6}$ می‌رسیم.



به جمع و تفریق‌های زیر توجه کنید.

در جمع و تفریق اعداد مخلوط، می‌توانیم اعداد صحیح را با هم و کسرها را با هم جمع و تفریق کنیم.

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{2} = (3+2) + (\frac{4 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5}) = 5 + \frac{13}{10} = 6\frac{3}{10}$$

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3} =$$

چون $\frac{2}{3}$ از $\frac{1}{4}$ بزرگ‌تر است، نمی‌شود از $\frac{1}{4}$ کم کرد. برای پیدا کردن حاصل این عبارت، می‌توانیم ابتدا دو عدد را به کسر تبدیل کنیم، بعد تفریق را انجام دهیم. (برای به دست آوردن این تفریق روش‌های درست دیگر هم داریم.)

$$\frac{17 \times 3}{4 \times 3} - \frac{8 \times 4}{3 \times 4} = \frac{51}{12} - \frac{32}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

$$3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{15} = (3+2-1) + (\frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1}{15}) = 4 + \frac{7}{15} = 4\frac{7}{15}$$

ضرب کسرها

نکته برای پیدا کردن کسری از یک مقدار، می‌توانیم آن کسر را در آن مقدار ضرب کنیم.

مثال سارا ۲۰ بادکنک دارد. $\frac{2}{5}$ آن‌ها می‌ترکد. چندتا از آن‌ها باقی می‌ماند؟



$$20 - 8 = 12 \quad \text{باقی مانده} \quad \frac{2}{5} \times 20 = \frac{40}{5} = 8 \quad \text{ترکیده}$$

مثال نصف ثلث خمس ۶۰ را حساب کنید.



$$2 = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} \times 12) = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \Rightarrow \text{ثلث } 12 = 4 \Rightarrow \frac{1}{5} \times 60 = 12 = \text{خمس } 60$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times 60 = \frac{1}{30} \times 60 = 2$$

روش سریع‌تر:



مثال عبارت $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ را روی شکل نشان دهید.

پاسخ یعنی $\frac{3}{4}$ از $\frac{2}{5}$ شکل را باید مشخص کنیم. ابتدا واحد (شکل) را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و دو قسمت از آن را مشخص (رنگ) می‌کنیم. سپس قسمت رنگی را ۴ قسمت می‌کنیم و ۳ قسمت از آن را رنگ می‌زنیم، خط تقسیم‌بندی را ادامه می‌دهیم تا قسمت‌های کوچک در کل شکل هم‌اندازه باشند. در نهایت $\frac{6}{20}$ از کل شکل مشخص شده که جواب ضرب دو کسر است.



نکته برای محاسبه‌ی حاصل ضرب دو کسر، صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. قبل از محاسبه‌ی جواب می‌توانیم هر عدد از صورت را با هر عدد از مخرج، بر یک عدد ساده کنیم (تقسیم) تا به ساده‌ترین صورت جواب را پیدا کنیم.

مثال مراحل ساده‌کردن قبل ضرب انجام شده است:

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{1 \times 5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$$

ب ۱۵ و ۹ تقسیم بر ۳:

الف ۴ و ۸ تقسیم بر ۴:

مثال ساده کنید.

$$\frac{2}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{6 \times 3} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

ب ۱۰ و ۳۵ تقسیم بر ۵:

الف ۲۰ و ۶ تقسیم بر ۲:

د ۷ و ۷ تقسیم بر ۷:

ج ۲۱ و ۳ تقسیم بر ۳:

ممکن است شما ترتیب دیگری را برای ساده‌کردن انتخاب کنید و به همین جواب برسید. در این صورت درست عمل کرده‌اید.

ضرب اعداد مخلوط

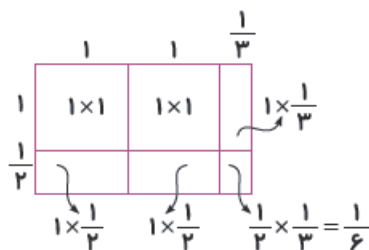
ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و بعد حاصل ضرب را به دست می‌آوریم.

$$3\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{4} = \frac{16}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{4 \times 9}{5 \times 1} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

مثال

مثال ضرب $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2}$ را روی شکل نشان دهید.

پاسخ با انتخاب طولی ثابت و دلخواه به عنوان واحد (۱)، مستطیلی می‌کشیم که طول آن $2\frac{1}{3}$ و عرض $1\frac{1}{2}$ باشد، مساحت مستطیل همان جواب ضرب است. مساحت مستطیل را با جمع کردن مساحت قسمت‌های به وجود آمده، پیدا می‌کنیم.



$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} = 3\frac{3}{6} = 4\frac{1}{2}$$



تقسیم کسرها

معکوس کسر: از جابه‌جا کردن صورت و مخرج آن به دست می‌آید.

مثال $\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{3}$ $\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{4}{1} = 4$ $\frac{5}{\frac{5}{1}} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{5}$ $1\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{5}$

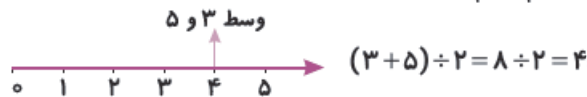
نکته عدد صفر معکوس ندارد (چون اگر معکوس شود مخرج صفر می‌شود)

نکته برای پیدا کردن حاصل تقسیم دو کسر، کسر اول را در معکوس دومی ضرب می‌کنیم.

مثال معکوس $\frac{1}{2} = \frac{2}{1}$ ، پس: $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$

معکوس $\frac{3}{1} = \frac{1}{3}$ ، پس: $\frac{5}{7} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$

نکته برای پیدا کردن کسر وسط دو عدد، مجموع آن دو عدد را بر ۲ تقسیم کنیم.



مثال

مثال کسر وسط $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ را پیدا کنید.

$$\left(\frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6}\right) \div 2 = \frac{9}{6} \div 2 = \frac{9}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

توجه کنید کسری که وسط دو کسر است، بین آن‌ها هم هست اما هر کسر بین دو کسر، ممکن است وسط آن‌ها نباشد.

نکته در ریاضی «...» به معنی این است که به همین ترتیب ادامه دارد.

مثال به روش محاسبه‌ی عبارتهای زیر دقت کنید.

$$\text{الف)} \frac{1}{2_1} \times \frac{2^1}{3_1} \times \frac{3^1}{4_1} \times \frac{4^1}{5_1} \times \dots \times \frac{28^1}{29_1} \times \frac{29^1}{30} = \frac{1}{30}$$

الگو این است که صورت کسرها از ۱، یکی یکی زیاد می‌شود و مخرج‌ها از ۲، یکی یکی زیاد می‌شوند. چون صورت از ۱ تا ۲۹ یکی یکی رفته است، یعنی ما ۲۹ کسر داریم اما چون الگوی بین آن‌ها مشخص است، به جای بعضی از آن‌ها «...» گذاشته‌ایم. طبق الگو، مخرج هر کسر با صورت کسر بعدی برابر است و ساده می‌شود (۵ با صورت بعدی که می‌دانیم ۵ است ولی ننوشتیم، ساده می‌شود) اما ۳۰، صورت بعدی ندارد، پس باقی می‌ماند.

در عبارت زیر، چون «...» داریم، حتماً الگویی وجود دارد. مخرج کسر اول 2×3 ، مخرج کسر دوم 3×4 و ... می‌بینیم اولین عامل ضرب در مخرج کسر دوم (یعنی ۳)، عامل دوم ضرب در مخرج کسر اول است و این الگو همین‌طور ادامه دارد. یعنی عامل اول ضرب از کسر قبلی گرفته می‌شود و عامل دوم یکی بیشتر از آن است. این نوع عبارتهای، یک تکنیک حل مشترک دارند.



$$ب) \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{49 \times 50}$$

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

دقت کنید:

می‌بینیم $\frac{1}{2 \times 3}$ با $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ برابر است. از این تغییر شکل برای سایر کسرها هم استفاده می‌کنیم.

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{49 \times 50}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = \frac{1 \times 25}{2 \times 25} - \frac{1}{50} = \frac{24}{50}$$

کسر $\frac{1}{3}$ ، یک بار کم و یک بار اضافه شد، پس بی‌تأثیر است. به این ترتیب کسرهای میانی اثر همدیگر را از بین می‌برند و فقط $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{50}$

باقی می‌ماند.

$$پ) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{9}{10} \right)$$

در پرانتز اول، ۹ کسر وجود دارد که مخرج آن‌ها از ۲ تا ۱۰ هستند و صورت همه ۱ است. در پرانتز دوم، ۹ کسر دیگر هستند که

مخرج‌هایشان شبیه پرانتز اول است اما صورت‌هایشان از ۱ تا ۹ تغییر می‌کند. مخرج مشترک بین این کسرها کاری دشوار است، اما چون

علامت‌ها جمع است، حق جابه‌جایی داریم یعنی ابتدا هم‌مخرج‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{10} + \frac{9}{10} \right) = 9 \times 1 = 9$$

که مجموع هر پرانتز ۱ است، پس ۹ تا ۱ داریم.

یادآوری: ترتیب محاسبه:

۱ درون پرانتز

۲ ضرب و تقسیم از چپ

۳ جمع و تفریق

مثال $\frac{9}{5}$ از ضرب شروع می‌کنیم:

$$\frac{7}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$$

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$$

از پرانتز شروع می‌کنیم:

$$\frac{6}{5} \div 3 \times 2 \frac{1}{2} = \frac{7^1}{5^1} \times \frac{5^1}{2^1} = 1$$

از چپ شروع می‌کنیم:



$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{7}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱- در شکل مقابل، دو مربع با هم مساوی‌اند و ده مرکز یکی از مربع‌ها است.

مساحت قسمت رنگی چه کسری از کل شکل است؟

۲- کدام یک از کسرهای زیر، به $\frac{5}{8}$ نزدیک‌تر است؟

$\frac{7}{10}$ (۴)

$\frac{12}{20}$ (۳)

$\frac{9}{16}$ (۲)

$\frac{21}{40}$ (۱)

(المپاد آفریقای جنوبی)

۳- کدام کسر به ۱ نزدیک‌تر است؟

$\frac{19}{20}$ (۳)

$\frac{14}{13}$ (۲)

$\frac{9}{10}$ (۱)

$\frac{211}{212}$ (۵)

$\frac{121}{120}$ (۴)

(کاتگورو)

۴- کدام یک از کسرهای زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$\frac{555}{666}$ (۳)

$\frac{66}{77}$ (۲)

$\frac{7}{8}$ (۱)

$\frac{33333}{44444}$ (۵)

$\frac{4444}{5555}$ (۴)

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

۵- با توجه به الگوی عددی زیر، کسر پنجم کدام است؟

$\frac{3}{5}, \frac{11}{19}, \frac{43}{75}, \frac{171}{299}, \dots$

$\frac{680}{1190}$ (۲)

$\frac{683}{1195}$ (۱)

$\frac{195}{450}$ (۴)

$\frac{407}{658}$ (۳)

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

۶- کدام کسر بین دو کسر $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{7}$ قرار دارد؟

$\frac{1}{19}$ (۴)

$\frac{2}{17}$ (۳)

$\frac{3}{17}$ (۲)

$\frac{2}{12}$ (۱)

(المپاد آفریقای جنوبی)

۷- کدام کسر بین $\frac{4}{7}$ و $\frac{5}{8}$ قرار دارد؟

$\frac{33}{56}$ (۳)

$\frac{32}{56}$ (۲)

$\frac{10}{56}$ (۱)

$\frac{37}{56}$ (۵)

$\frac{35}{56}$ (۴)

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - کرمانشاه)

۸- کدام کسر، در وسط دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ قرار دارد؟

$\frac{9}{24}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{3}{6}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

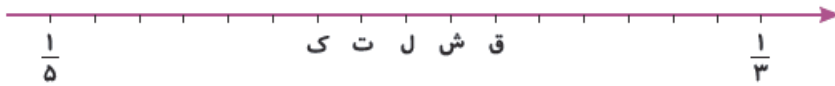


۹- کدام دسته از اعداد، نمایش سه نقطه از محور اعداد است، به طوری که یکی از آن‌ها وسط دو نقطه‌ی دیگر باشد؟

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - اصفهان)

$\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (۴)
 $\frac{13}{10}, \frac{7}{10}, \frac{3}{10}$ (۳)
 $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ (۲)
 $\frac{2}{5}, \frac{13}{20}, \frac{9}{10}$ (۱)

۱۰- کسرهای $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ روی محور اعداد زیر نشان داده شده‌اند. کدام حرف نمایش‌گر کسر $\frac{1}{4}$ است؟ (کنگورو)



- ک (۱) ت (۲) ج (۳)
 ش (۴) ق (۵)

(کنگورو)

۱۱- حاصل عبارت $\frac{2003+2003+2003+2003+2003}{2003+2003}$ برابر است با:

- ۲۰۰۳ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳)
 $\frac{5}{2}$ (۴) ۶۰۰۹ (۵)

۱۲- ساده‌شده‌ی کسر مقابل کدام است؟

$\frac{25 \times 17 \times 8}{34 \times 12 \times 15} = ?$

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۳ - هرمزگان)

- $\frac{15}{27}$ (۱) $\frac{5}{6}$ (۲)
 $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴)

۱۳- حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$18 \frac{24}{24} - 11 \frac{51}{51} + 3 \frac{30}{30} - 5 \frac{19}{19} = ?$

- ۵ (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴)

۱۴- حاصل جمع روبه‌رو کدام است؟

$9 \frac{1}{4} - 3 \frac{3}{12} + 4 \frac{1}{4} - 5 \frac{2}{8} + 1 \frac{1}{4} = ?$

- $6 \frac{3}{4}$ (۱) $5 \frac{1}{4}$ (۲) $\frac{25}{4}$ (۳) $\frac{26}{4}$ (۴)

۱۵- برای تکمیل تساوی مقابل کدام گزینه در مربع قرار می‌گیرد؟

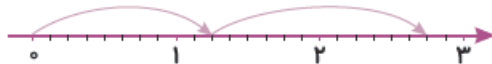
$8 - \square = 3 \frac{4}{7}$

(نمونه‌دولتی ۹۳ - آذربایجان شرقی)

- $5 \frac{3}{7}$ (۱) $4 \frac{4}{7}$ (۲)
 $\frac{31}{7}$ (۳) $\frac{39}{7}$ (۴)

۱۶- حاصل عبارت $1 \frac{1}{10} + 2 \frac{2}{10} + 3 \frac{3}{10} + 4 \frac{4}{10} + 5 \frac{5}{10} + 6 \frac{6}{10} + 7 \frac{7}{10} + 8 \frac{8}{10} + 9 \frac{9}{10}$ برابر است با:

- ۵۰ (۱) ۴۵ (۲) $49 \frac{1}{2}$ (۳) $50 \frac{1}{2}$ (۴)



۱۷- عبارت مربوط به محور زیر کدام است؟

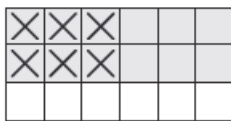
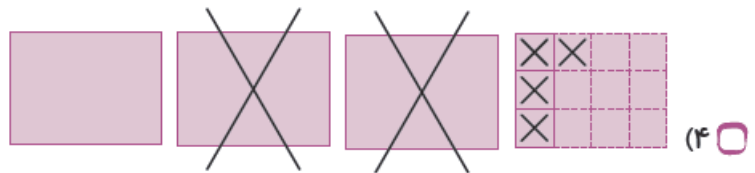
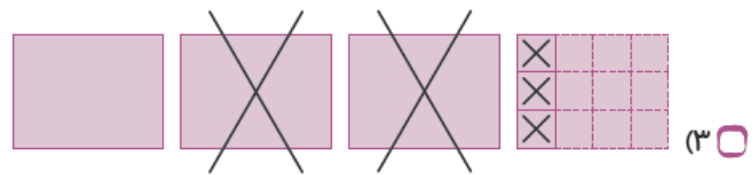
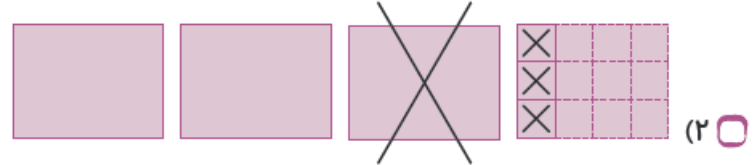
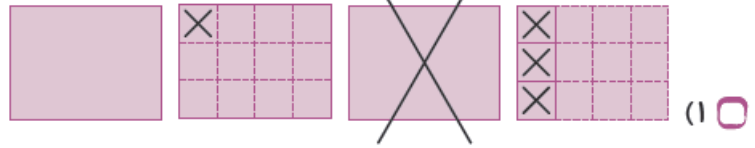
- $2 \times 1 \frac{2}{8}$ (۱) $1 \frac{2}{4} + 1 \frac{3}{8}$ (۲) $1 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{2}$ (۳) $3 - (1 \frac{2}{8} + 1 \frac{4}{8})$ (۴)



(نمونه دولتی تیزهوشان ۹۲ - بوشهر)

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} = ?$$

۱۸- شکل صحیح عبارت داده شده کدام است؟



۱۹- شکل مقابل، نمایش کدام تساوی زیر می باشد؟

(۲) $\frac{2}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{18}$

(۴) $2 \times \frac{2}{12} = \frac{6}{12}$

(۱) $\frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3}$

(۳) $\frac{2}{6} \times 6 = \frac{18}{6}$

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{3}$

۲۰- حاصل $\frac{2}{8} - \frac{2}{8} \times \frac{1}{3}$ برابر است با

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) صفر

(نمونه دولتی ۹۳ - فراسان شمالی، جنوبی و سیستان و بلوچستان)

$$4\frac{4}{4} \times 3\frac{3}{3} + 2\frac{2}{4} \times 1\frac{1}{1} \times \frac{0}{1} =$$

(۴) ۲۰

(۳) ۱۴

(۲) ۱۲

(۱) صفر

(المپیاد آفریقای جنوبی)

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

(۵) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(TIMSS)

۲۳- اگر ۴ برابر عددی ۴۸ باشد، $\frac{1}{3}$ آن عدد چه قدر است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۴



۲۴- یک سوم عدد ۲۹۹ کدام است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

۳۳ (۱) ۹۹ $\frac{1}{3}$ (۲) ۹۹ $\frac{2}{3}$ (۳)

۱۰۰ $\frac{2}{3}$ (۴) ۸۹۷ (۵)

(نمونه دولتی ۹۳ - زنبان)

۲۵- $\frac{2}{4}$ از $\frac{1}{5}$ مبلغ ۱۵۰ تومان چند تومان می شود؟

۳۰ (۱) ۱۸ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴)

۲۶- اگر ثلث خمس ربع نصف خمس ۴۰۰ را در نصف ثلث ربع خمس عدد ۳۰۰ ضرب کنیم، جواب کدام گزینه خواهد بود؟

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - آذربایجان شرقی، غربی، اردبیل و زنجان)

۳ (۱) ۲ $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ $\frac{2}{3}$ (۴)

۲۷- دو گروه جهانگردی هر کدام دارای ۶۰ جهانگرد هستند. اگر $\frac{3}{4}$ جهانگردان گروه اول و $\frac{2}{3}$ جهانگردان گروه دوم برای رفتن به موزه از اتوبوس استفاده کرده باشند، در گروه اول چند نفر بیشتر از گروه دوم سوار اتوبوس شده اند؟ (TIMSS)

۲ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳)

۴۰ (۴) ۴۵ (۵)

۲۸- تام ۱۲۰ زلوتی پس انداز کرد. یک روز هدیه ای برای برادرش خرید و $\frac{1}{3}$ پس اندازش را خرج کرد. روز بعد با $\frac{1}{4}$ از باقی مانده ی پول، یک کتاب برای خودش خرید. بعد از این خریدها چه قدر پول برایش باقی ماند؟ (زلوتی واحد پول لهستان است.)

(کانگورو)

۵۰ (۱) ۸۰ (۲) ۷۰ (۳)

۲۰ (۴) ۶۰ (۵)

۲۹- در یک جعبه ۲۴ توپ در سه رنگ وجود دارد؛ سفید، قرمز و قهوه ای، $\frac{1}{8}$ توپها سفید و $\frac{2}{3}$ بقیه ی توپها قرمز هستند. چندتا از توپها قهوه ای اند؟

(کانگورو)

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳)

۷ (۴) ۸ (۵)

۳۰- کشاورزی $\frac{1}{3}$ زمین خود را گندم کاشت و در $\frac{1}{3}$ باقی مانده ی زمین خود برنج کاشته است و سپس در $\frac{1}{6}$ باقی مانده ی آن جو کاشت. چه کسری از این زمین چیزی کاشته نشده است؟

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - هرمزگان)

$\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۳) $\frac{5}{18}$ (۴)



۳۱- کتابی که من در حال مطالعه‌ی آن هستم ۷۲۰ صفحه دارد. روزی که من آن را امانت گرفتم دقیقاً نیمی از آن را خواندم. روز بعد یک‌سوم آن را که مانده بود خواندم و در روز بعد یک‌چهارم باقی‌مانده را مطالعه کردم. حالا چه کسری از کتاب باقی مانده است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۵) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۳۲- $\frac{3}{4}$ از حجم یک بطری به ظرفیت $\frac{1}{3}$ لیتر با آب پر تقال پر شده است. اگر $\frac{1}{5}$ لیتر از آب پر تقال را بیرون بریزیم، چه مقدار آب پر تقال در بطری باقی می‌ماند؟

(کانگورو)

(۳) $\frac{19}{20}$ لیتر

(۲) $\frac{3}{40}$ لیتر

(۱) $\frac{1}{20}$ لیتر

(۵) بطری خالی می‌شود.

(۴) $\frac{1}{8}$ لیتر

۳۳- یک قطعه شکلات بین سه بچه تقسیم شده است. آندره آ دو پنجم این قطعه، باسیل یک‌پنجم آن و کتی باقی‌مانده‌ی آن را که ۲۸ گرم بود گرفت. آندره آ، به طور تقریبی چند گرم شکلات گرفت؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

(۳) ۲۸

(۲) ۲۰

(۱) ۱۱

(۵) ۸۰

(۴) ۳۲

۳۴- معلم ریاضی نتایج آزمون‌های کلاسی را با استفاده از حروف الف (بهترین نمره)، ب، پ، ت، ث و ج (بدترین نمره) نمایش می‌دهد. در یک آزمون $\frac{1}{8}$ دانش‌آموزان نمره‌ی (پ)، $\frac{1}{6}$ آن‌ها نمره‌ی (ب) و $\frac{2}{3}$ آن‌ها نمره‌ی (الف) گرفته‌اند و هیچ‌کس نمره‌ی (ت) یا (ث) نگرفته است. می‌دانیم تعداد دانش‌آموزان این کلاس کم‌تر از ۳۰ نفر است. چند نفر از آن‌ها نمره‌ی (ج) گرفته‌اند؟

(کانگورو)

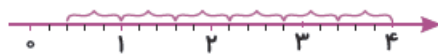
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(۵) ۴

(۴) ۳



(نمونه‌دولتی ۹۳ - اردبیل)

۳۵- محور داده شده، کدام‌یک از گزینه‌های زیر را نشان می‌دهد؟

(۱) ۴ واحد به $\frac{3}{5}$ تقسیم شده است و $\frac{2}{5}$ باقی مانده است.

(۲) ۴ واحد در $\frac{3}{5}$ ضرب شده است و $\frac{2}{5}$ باقی مانده است.

(۳) ۴ واحد در $\frac{3}{5}$ ضرب شده است و $\frac{2}{3}$ باقی مانده است.

(۴) ۴ واحد به $\frac{3}{5}$ تقسیم شده است و $\frac{2}{3}$ باقی مانده است.

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - یزر)

۳۶- اگر مخرج کسری را بر $\frac{1}{5}$ تقسیم کنیم و صورت آن را ۵ برابر کنیم، کسر:

(۲) ۵ برابر می‌شود.

(۱) تقسیم بر ۵ می‌شود.

(۴) ۲۵ برابر می‌شود.

(۳) تغییر نمی‌کند.



۳۷- کدام گزینه حاصل بزرگ‌تری دارد؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

(۲) ضرب کردن $\frac{1}{4}$ در ۲ جمع کردن حاصل با ۳

(۱) تقسیم ۲ بر $\frac{1}{4}$ و دو برابر کردن حاصل

(۴) ضرب کردن ۳ در $\frac{1}{4}$ و تقسیم حاصل بر $\frac{1}{3}$

(۳) تقسیم $\frac{1}{4}$ بر $\frac{1}{4}$ و دو برابر کردن حاصل

(۵) تقسیم $\frac{3}{4}$ بر $\frac{1}{4}$ و دو برابر کردن حاصل

۳۸- نصف عدد $99\frac{1}{4}$ برابر است با:

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - مازندران)

$49\frac{1}{4}$ (۴)

۱۹۹ (۳)

$49\frac{1}{2}$ (۲)

$49\frac{3}{4}$ (۱)

(نمونه‌دولتی ۹۳ - سمنان)

۳۹- عدد ۴ چندتا $\frac{2}{3}$ می‌باشد؟

تا ۸ (۴)

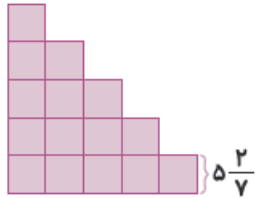
تا ۷ (۳)

تا ۶ (۲)

تا ۵ (۱)

(نمونه‌دولتی ۹۳ - گلستان)

۴۰- ارتفاع یک پله در شکل مقابل $5\frac{2}{7}$ سانتی‌متر است. محیط شکل مقابل چه قدر است؟



$79\frac{28}{100}$ (۲)

$97\frac{9}{14}$ (۱)

$\frac{115}{7}$ (۴)

$105\frac{5}{7}$ (۳)

(نمونه‌دولتی ۹۳ - گیلان)

۴۱- اگر نشان دهنده $3\frac{1}{4}$ باشد، چه کسری را نشان می‌دهد؟

$\frac{7}{10}$ (۴)

$\frac{14}{10}$ (۳)

$\frac{28}{11}$ (۲)

$\frac{4}{10}$ (۱)

۴۲- آندره عددی را در $\frac{1}{4}$ ضرب کرد و جواب را ۱۸ به دست آورد. اما او باید آن عدد را بر $\frac{1}{4}$ تقسیم می‌کرد. پاسخ درست کدام است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

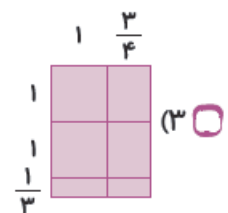
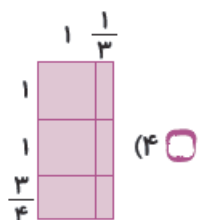
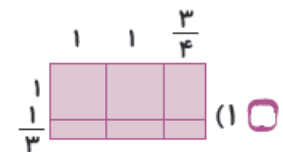
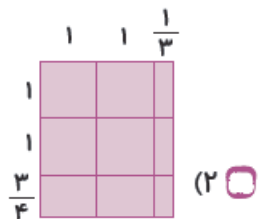
۳۶ (۵)

۲۷ (۴)

(نمونه‌دولتی و تیزهوشان ۹۲ - هرمزگان)

۴۳- کدام شکل حاصل ضرب مقابل را نشان می‌دهد؟

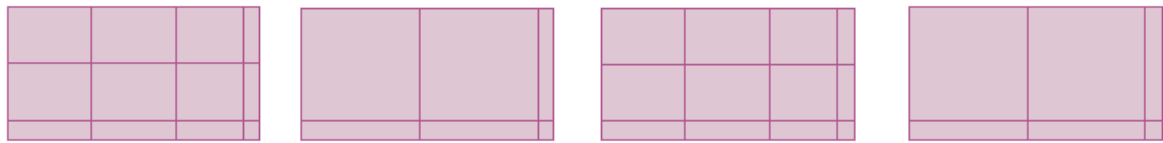
$(2\frac{1}{3} \times 1\frac{3}{4})$





(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - تهران)

۴۴- کدام ضرب مربوط به هیچ‌یک از اشکال زیر نمی‌باشد؟



$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5}$ (۴)

$3\frac{1}{6} \times 2\frac{1}{4}$ (۳)

$2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ (۲)

$3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{6}$ (۱)

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - چهارمعال و بقتیاری)

۴۵- عبارت زیر گسترده‌ی کدام گزینه است؟

$(2 \times 1) + (2 \times \frac{1}{4}) + (\frac{3}{5} \times 1) + (\frac{3}{5} \times \frac{1}{4})$

$\frac{13}{5} \times \frac{1}{4}$ (۴)

$2\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{17}{4} \times \frac{3}{20}$ (۲)

$2\frac{1}{4} \times 2\frac{3}{5}$ (۱)

$\frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \dots \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30}$

۴۶- حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$\frac{1}{15}$ (۴)

$\frac{1}{10}$ (۳)

$\frac{1}{30}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

(نمونه دولتی ۹۳ - هرمزگان)

۴۷- حاصل عبارت زیر برابر کدام گزینه است؟

$(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{1391})$

۶۹۵ (۴)

$\frac{1391}{2}$ (۳)

۶۹۶ (۲)

$\frac{1393}{2}$ (۱)

(المپیاد آفریقای جنوبی)

۴۸- حاصل عبارت $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{5}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{2003})$ برابر است با:

$\frac{202}{2003}$ (۳)

$\frac{2}{2003}$ (۲)

$\frac{1}{2003}$ (۱)

$\frac{2002}{2003}$ (۵)

$\frac{24}{2003}$ (۴)

(المپیادهای آفریقای جنوبی)

۴۹- حاصل $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{19}$ برابر است با:

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۵ (۵)

۲۰ (۴)

۵۰- حاصل عبارت $\frac{70-10}{30} \times \frac{70-20}{30} \times \dots \times \frac{70-70}{30}$ کدام است؟

۳۰ (۴)

$\frac{30}{9}$ (۳)

صفر (۲)

$\frac{120}{27}$ (۱)

۵۱- حاصل جمع $(\frac{1}{4} + \frac{7}{11}) + (\frac{3}{9} + \frac{2}{6}) + (\frac{3}{4} + \frac{6}{9}) + (\frac{4}{6} + \frac{4}{11})$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۲- حاصل عبارت $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{49}{50})$ کدام است؟

۵۰ (۴)

$\frac{49}{50}$ (۳)

۱ (۲)

۴۹ (۱)



۵۳- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$\frac{100}{24}$ (۴)

$\frac{6}{25}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{100}$ (۱)

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - گلستان)

۵۴- حاصل عبارت $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100}$ برابر است با:

$\frac{98}{99}$ (۴)

$\frac{1}{99}$ (۳)

$\frac{1}{100}$ (۲)

$\frac{99}{100}$ (۱)

۵۵- یک پل روی رودخانه‌ای ساخته شده است. عرض رودخانه، ۱۲۰ متر است. ربع این پل روی زمین در ساحل سمت چپ رودخانه و ربع دیگر این پل روی زمین در ساحل سمت راست رودخانه قرار گرفته است. طول پل چند متر است؟ (کاتگورو)

۲۱۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

۲۷۰ (۵)

۲۴۰ (۴)

۵۶- یک نانوا از هر بسته آرد ۶ نان درست می‌کند و مقداری آرد باقی می‌گذارد. باقی‌مانده‌ی هر ۷ بسته آرد به اندازه‌ی یک بسته آرد کامل است. او با ۶۲ بسته آرد حداکثر چند نان می‌تواند بپزد؟

(تیزهوشان ۹۳ سراسر کشور)

۴۹۶ (۴)

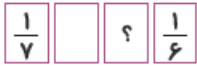
۴۳۴ (۳)

۴۱۴ (۲)

۳۷۲ (۱)

۵۷- در شکل داده‌شده، چهار کارت با عددهای مختلف از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند. اگر اختلاف هر کارت با کارت کناری یکسان باشد، مقدار کارت سوم که با علامت (?) مشخص شده، کدام است؟

(نمونه دولتی و تیزهوشان ۹۲ - بوشهر)



$\frac{10}{66}$ (۴)

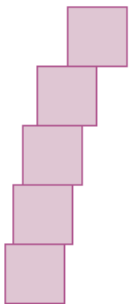
$\frac{10}{63}$ (۳)

$\frac{13}{42}$ (۲)

$\frac{7}{33}$ (۱)

۵۸- علی در حال یادگیری تلفظ صحیح کلمات است و برای این کار از مکعب‌هایش با ساختن برج‌هایی استفاده می‌کند. هر مکعب دارای اضلاعی به طول ۶ سانتی‌متر است و او تلاش می‌کند برج خود را تا حد امکان به جلو کج بسازد بدون آن‌که برج فرو ریزد. نیمی از طول مکعب بالایی برج در تماس با مکعب زیرین است و $\frac{1}{4}$ از طول مکعب زیرین، در تماس با مکعب پایین‌تر نمی‌باشد و $\frac{1}{6}$ طول آن مکعب نیز در تماس با مکعب زیر خودش نیست و همچنین مکعب زیری آن نیز $\frac{1}{8}$ طول خود را در تماس با پایین‌ترین مکعب ندارد. فاصله‌ی جلوی برج از جلوی مکعب پایین چند سانتی‌متر است؟

(مسابقات ریاضی انگلستان)



$5\frac{1}{2}$ (۲)

$1\frac{1}{5}$ (۱)

$12\frac{1}{4}$ (۴)

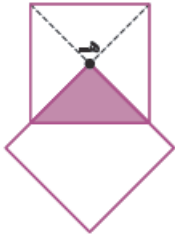
$6\frac{1}{4}$ (۳)

۲۴ (۵)



پاسخ نامه‌ی فصل ۲

۲



۱- گزینه‌ی (۳)، در تصویر کاملاً مشخص است که $\frac{1}{4}$ مربع مقابل رنگ شده است:

چون ۲ مربع با هم مساوی‌اند، پس $\frac{1}{4}$ آن‌ها با هم برابر است. اگر هر مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم،

$$4 + 4 = 8$$

تعداد قسمت‌های کوچک ۲ مربع، روی هم ۸ می‌شود.

چون ۱ قسمت هر ۲ مربع هم افتاده، پس ۱ قسمت از ۸ قسمت کم می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم در کل شکل،

۷ قسمت داریم که ۱ قسمت آن رنگ شده و در واقع $\frac{1}{8}$ شکل رنگ شده است.

۲- گزینه‌ی (۳)، برای این که بتوانیم مقایسه کرده و نزدیک‌ترین کسر به $\frac{5}{8}$ را پیدا کنیم، باید مخرج همه‌ی کسرها با هم برابر

$$\frac{5 \times 10}{8 \times 10} = \frac{50}{80}$$

شود.

$$1) \frac{21 \times 2}{40 \times 2} = \frac{42}{80}$$

$$2) \frac{9 \times 5}{16 \times 5} = \frac{45}{80}$$

$$3) \frac{12 \times 4}{20 \times 4} = \frac{48}{80}$$

$$4) \frac{7 \times 8}{10 \times 8} = \frac{56}{80}$$

حال از بین ۴ کسر $\frac{42}{80}$ ، $\frac{45}{80}$ ، $\frac{48}{80}$ و $\frac{56}{80}$ نزدیک‌ترین کسر به $\frac{50}{80}$ را به راحتی می‌توانیم پیدا کنیم.

کسر $\frac{48}{80}$ نزدیک‌ترین کسر به $\frac{50}{80}$ است.

۳- گزینه‌ی (۵)، اختلاف هر کسر با ۱ را حساب می‌کنیم. کم‌ترین اختلاف مربوط به نزدیک‌ترین کسر به ۱ است.

$$1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \quad 1 - \frac{14}{13} = \frac{1}{13} \quad 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{121}{120} - 1 = \frac{1}{120} \quad 1 - \frac{211}{212} = \frac{1}{212}$$

چون در همه‌ی اختلاف‌ها، صورت برابر ۱ است و هم‌چنین مخرج این کسر $\frac{1}{212}$ از همه بزرگ‌تر است، پس این کسر از همه کوچک‌تر

است. بنابراین $\frac{211}{212}$ نزدیک‌ترین کسر به ۱ است. (در مقایسه دو کسر با صورت‌های مساوی، کسری کوچک‌تر است که مخرج

بزرگ‌تری داشته باشد).

$$\frac{66 \div 11}{77 \div 11} = \frac{6}{7} \quad \frac{555 \div 111}{666 \div 111} = \frac{5}{6}$$

۴- گزینه‌ی (۱)، ابتدا کسرها را ساده می‌کنیم:

$$\frac{4444 \div 1111}{5555 \div 1111} = \frac{4}{5} \quad \frac{33333 \div 11111}{44444 \div 11111} = \frac{3}{4}$$

حالا می‌خواهیم $\frac{1}{8}$ ، $\frac{6}{7}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{4}$ را با هم مقایسه کنیم. همه‌ی آن‌ها کوچک‌تر از واحدند، پس کسری بزرگ‌تر است که به ۱

$$1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}, \quad 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}, \quad 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6},$$

نزدیک‌تر باشد. برای این منظور، فاصله‌ی هر کدام را تا ۱ پیدا می‌کنیم.

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}, \quad 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

چون کسر $\frac{1}{8}$ کوچک‌ترین کسر است، پس کم‌ترین فاصله را دارد، لذا $\frac{7}{8}$ نزدیک‌ترین کسر به یک و بزرگ‌ترین کسر موردنظر است.



۵- گزینه‌ی ۱، صورت هر کسر در ۴ ضرب شده و ۱ واحد از آن کم شده است و در صورت کسر بعدی قرار گرفته است. در

$$\text{مخرج نیز همین الگو تکرار شده است. بنابراین داریم:}$$

$$\text{عدد پنجم} = \frac{(171 \times 4) - 1}{1196} = \frac{683}{1196}$$

۶- گزینه‌ی ۱، برای این که کسری بین دو کسر دیگر باشد، باید از کسر کوچک، بیشتر و از کسر بزرگ، کم تر باشد.

ابتدا دو کسر $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{7}$ را با هم مقایسه می‌کنیم: $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$. پس کسری بین این دو قرار دارد که از $\frac{1}{7}$ بزرگ تر و از $\frac{1}{5}$ کوچک تر باشد.

$$\frac{2}{12} < \frac{1}{5}, \frac{2}{12} > \frac{1}{7}$$

با مقایسه‌ی بین گزینه‌ها متوجه می‌شویم که $\frac{2}{12}$ بین $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{7}$ قرار دارد زیرا:

می‌توانیم از نکته‌ی زیر، برای حل برخی از این گونه سؤال‌ها کمک بگیریم.

نکته یکی از کسرهایی که بین دو کسر قرار دارد، کسری است که صورت آن از جمع صورت دو کسر و مخرج آن از جمع مخرج دو

$$\frac{1}{5} < \frac{1+1}{5+7} < \frac{1}{7}$$

کسر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{5} < \frac{2}{12} < \frac{1}{7}$$

پس $\frac{2}{12}$ بین دو کسر داده شده است که در گزینه‌ها هم وجود دارد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{7} = \frac{4 \times 8}{7 \times 8} = \frac{32}{56} \\ \frac{5}{8} = \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{35}{56} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{32}{56} < \frac{33}{56} < \frac{35}{56}$$

۷- گزینه‌ی ۳،

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \quad \frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

۸- گزینه‌ی ۳،

$$\left(\frac{9}{10} + \frac{2 \times 2}{5 \times 2} \right) \div 2 = \frac{13}{10} \div 2 = \frac{13}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{20}$$

۹- گزینه‌ی ۱،

۱۰- گزینه‌ی ۱، بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ به ۱۶ قسمت تقسیم شده است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15} \\ \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

فاصله‌ی بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ برابر است با:

$$\frac{2}{15} \div 16 = \frac{2}{15} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{120}$$

طول هر قسمت:

$$\frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$$

فاصله‌ی $\frac{1}{4}$ تا $\frac{1}{5}$:

$$\frac{1}{20} \div \frac{1}{120} = \frac{1}{20} \times \frac{120}{1} = \frac{120}{20} = 6$$

پس $\frac{1}{4}$ ، ۶ تا $\frac{1}{120}$ بعد از $\frac{1}{5}$ است.

از روی شکل دیده می‌شود که پس از طی ۶ قسمت بعد از $\frac{1}{5}$ به نقطه‌ی ک می‌رسیم.

$$\frac{2003 + 2003 + 2003 + 2003 + 2003}{2003 + 2003} = \frac{5 \times 2003}{2 \times 2003} = \frac{5}{2}$$

۱۱- گزینه‌ی ۴،



ساده می‌کنیم به ۵ $25, 15 \longrightarrow \frac{5 \times 17 \times 8}{34 \times 12 \times 15}$

۱۲- گزینه‌ی د)

ساده می‌کنیم به ۱۷ $17, 34 \longrightarrow \frac{5 \times 17 \times 8}{34 \times 12 \times 3}$

ساده می‌کنیم به ۴ $8, 12 \longrightarrow \frac{5 \times 1 \times 8}{2 \times 12 \times 3}$

ساده می‌کنیم به ۲ $2, 2 \longrightarrow \frac{5 \times 1 \times 2}{2 \times 3 \times 3} = \frac{5}{9} = \frac{15}{27}$

$$18 \frac{24}{24} - 11 \frac{51}{51} + 3 \frac{30}{30} - 5 \frac{19}{19}$$

$$= 18 \frac{1}{1} - 11 \frac{1}{1} + 3 \frac{1}{1} - 5 \frac{1}{1} = 19 - 12 + 4 - 6 = 5$$

۱۳- گزینه‌ی د)

در جمع و تفریق اعداد مخلوط، می‌توانیم اعداد صحیح را با هم و کسرها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

۱۴- گزینه‌ی د)

$$9 \frac{1}{4} - 3 \frac{3}{12} + 4 \frac{1}{4} - 5 \frac{2}{8} + 1 \frac{1}{4} \Rightarrow (9 - 3 + 4 - 5 + 1) = 6$$

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{12} + \frac{1}{4} - \frac{2}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$6 + \frac{1}{4} = 6 \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

$$8 - \square = 3 \frac{4}{7} \Rightarrow \square = 8 - 3 \frac{4}{7} = \frac{8 \times 7}{1 \times 7} - \frac{25}{7} = \frac{56}{7} - \frac{25}{7} = \frac{31}{7}$$

۱۵- گزینه‌ی د)

اعداد کسری را با هم و اعداد صحیح را با هم جمع می‌کنیم. حاصل جمع اعداد از ۱ تا ۹ برابر ۴۵ می‌شود.

۱۶- گزینه‌ی د)

$$(1+2+3+\dots+9) + (\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10})$$

$$= 45 + \frac{45}{10} = 45 + 4 \frac{5}{10} = 49 \frac{5}{10} = 49 \frac{1}{2}$$

ابتدا از ۱ به اندازه‌ی $\frac{2}{8}$ جلوتر رفته‌ایم، یعنی $1 \frac{2}{8} = 1 \frac{1}{4}$. بعد از آن جا ۱۲ تا $\frac{1}{8}$ یعنی $1 \frac{4}{8} = 1 \frac{1}{2}$ دیگر جلو

۱۷- گزینه‌ی د)

$$1 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{2}$$

رفتیم. پس:

با توجه به عبارت داده‌شده، ابتدا $3 \frac{1}{4}$ واحد را می‌کشیم که در تمامی گزینه‌ها این اتفاق افتاده است. سپس ۱

۱۸- گزینه‌ی د)

واحد را از آن کم می‌کنیم که تنها در گزینه‌های (۱) و (۲)، یک واحد خط خورده شده است. بنابراین جواب یا گزینه‌ی (۱) است و یا

$$1 \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{4} - \frac{1}{3} = \frac{11}{12}$$

(۲). در گزینه‌ی (۲) ۳ واحد کوچک خط خورده و در گزینه‌ی (۱) ۴ واحد کوچک.

یعنی گزینه‌ی (۱) جواب سؤال خواهد بود.



۱۹- گزینه‌ی «۲» ابتدا $\frac{2}{3}$ شکل رنگ شده، سپس $\frac{3}{6}$ از مقدار رنگ‌شده، علامت زده شده است.

۲۰- گزینه‌ی «۲» ترتیب در محاسبات را رعایت می‌کنیم:

۲۱- گزینه‌ی «۴»

نکته کسر برابر با صفر: کسری است که صورت آن صفر باشد.

مثال: $\frac{0}{7} = 0$

$$\underbrace{\frac{4}{4} \times \frac{3}{3}}_{5 \times 4 = 20} + \underbrace{\frac{2}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}_0 = 20 + 0 = 20$$

با توجه به ترتیب محاسبات، حاصل عبارت بعد از علامت جمع، صفر می‌شود.

۲۲- گزینه‌ی «۵»

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

۲۳- گزینه‌ی «۱»

برای محاسبه‌ی کسری از یک مقدار، آن کسر را در آن مقدار ضرب می‌کنیم:

۲۴- گزینه‌ی «۳»

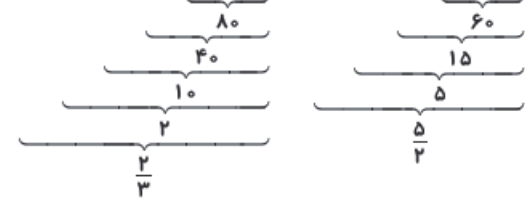
$$\frac{1}{3} \times 299 = \frac{299}{3} = 99 \frac{2}{3}$$

۲۵- گزینه‌ی «۴»

$$\frac{2}{4} \times \frac{1}{5} \times 150 = 15 \text{ تومان}$$

۲۶- گزینه‌ی «۴»

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 400\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times 300\right) = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$



۲۷- گزینه‌ی «۳» از روش زیر مسئله برای پیدا کردن جواب استفاده می‌کنیم:

گروه اول: $\frac{3}{4} \times \frac{15}{1} = 45$ نفر

گروه دوم: $\frac{2}{3} \times \frac{20}{1} = 40$ نفر

$45 - 40 = 5$ نفر

۲۸- گزینه‌ی «۵» باقی‌مانده $120 - 40 = 80$ ، $120 \times \frac{1}{3} = 40$

باقی‌مانده نهایی $80 - 20 = 60$ ، $80 \times \frac{1}{4} = 20$

۲۹- گزینه‌ی «۴» $24 - 3 = 21$ = تعداد بقیه‌ی توپ‌ها $\Rightarrow \frac{24}{8} \times 24 = 3$

$21 - 14 = 7$ = تعداد توپ‌های قهوه‌ای $\Rightarrow \frac{2}{3} \times 21 = 14$



۳۰- گزینه‌ی (۴)

راه حل اول

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ باقی مانده زمین بعد از کشت گندم}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{در } \frac{1}{6} \text{ زمین برنج کاشته شده}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} \text{ باقی مانده بعد از برنج و گندم} \\ \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{9} \Rightarrow \text{زمین جو کاشته شده} \end{array} \right\} \frac{2}{6} - \frac{1}{9} = \frac{5}{18} \text{ زمین خالی}$$

راه حل دوم می توان از ضرب باقی مانده ها استفاده کرد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18} \text{ باقی مانده است}$$

$$\frac{1}{2} \times 720 = \frac{720 \div 2}{2 \div 2} = 360 \Rightarrow \text{روز اول 360 صفحه خوانده شده}$$

۳۱- گزینه‌ی (۳)

$$720 - 360 = 360 \Rightarrow \text{360 صفحه باقی مانده}$$

$$\frac{1}{3} \times 360 = \frac{360 \div 3}{3 \div 3} = 120 \Rightarrow \text{روز دوم 120 صفحه خوانده شده}$$

$$360 - 120 = 240 \Rightarrow \text{240 صفحه باقی مانده}$$

$$\frac{1}{4} \times 240 = \frac{240 \div 4}{4 \div 4} = 60 \Rightarrow \text{روز سوم 60 صفحه خوانده شده}$$

$$240 - 60 = 180 \Rightarrow \text{180 صفحه باقی مانده}$$

$$\frac{180 \div 10}{720 \div 10} = \frac{18 \div 9}{72 \div 9} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} \text{ از } \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \text{ لیتر} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{1}{20} \text{ لیتر باقی مانده}$$

۳۲- گزینه‌ی (۱)

$$\left. \begin{array}{l} \text{آندره آ} = \frac{2}{5} \\ \text{باسیل} = \frac{1}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

۳۳- گزینه‌ی (۳)

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{کتی } \frac{2}{5} \text{ شکلات را گرفته}$$

پس، می توان نتیجه گرفت آندره آ و کتی هر دو به مقدار یکسانی شکلات گرفته اند، پس آندره آ هم مانند کتی ۲۸ گرم شکلات گرفته است.



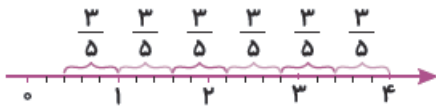
۳۴- گزینه‌ی (۲)

$$\frac{1 \times 3}{8 \times 3} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{16}{24} = \frac{23}{24}$$

$$1 - \frac{23}{24} = \frac{24}{24} - \frac{23}{24} = \frac{1}{24}$$

تعداد دانش‌آموزان باید بر ۳ و ۶ و ۸ بخش‌پذیر باشد، ۲۴ بر ۳ و ۶ و ۸ بخش‌پذیر است و از ۳۰ هم کم‌تر است. پس می‌توان نتیجه گرفت ۱ نفر نمره‌ی ج گرفته است.

۳۵- گزینه‌ی (۱)



شکل یک تقسیم را نشان می‌دهد.

هر واحد روی محور به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، پس هر حرکت روی محور $\frac{3}{5}$ را نشان می‌دهد. ۶ تا $\frac{3}{5}$ داریم و $\frac{2}{5}$ هم باقی مانده

$$4 = 6 \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

در واقع ۴ واحد به $\frac{3}{5}$ تقسیم شده و $\frac{2}{5}$ باقی مانده است.

۳۶- گزینه‌ی (۳)

برای مثال این تغییرات را روی کسر $\frac{2}{3}$ اعمال کنیم:

$$\frac{2 \times 5}{3 \div \frac{1}{5}} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}$$

تغییری اتفاق نمی‌افتد.

۳۷- گزینه‌ی (۱)

(۱) گزینه‌ی (۱): $(2 \div \frac{1}{2}) \times 2 = (2 \times 2) \times 2 = 8$

(۲) گزینه‌ی (۲): $(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) + 3 = 1 + 3 = 4$

(۳) گزینه‌ی (۳): $(\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}) \times 2 = (\frac{1}{2} \times 4) \times 2 = 4$

(۴) گزینه‌ی (۴): $(3 \times \frac{1}{2}) \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

(۵) گزینه‌ی (۵): $(\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}) \times 2 = (\frac{3}{2} \times 2) \times 2 = 6$

۳۸- گزینه‌ی (۱)

$$99\frac{1}{2} \div 2 = \frac{199}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{199}{4} = 49\frac{3}{4}$$

۳۹- گزینه‌ی (۲)

$$4 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{3}{2} = 6$$

۴۰- گزینه‌ی (۳)

$$20 \times 5\frac{2}{5} = 20 \times \frac{27}{5} = \frac{740}{5} = 105\frac{5}{5}$$

محیط شکل با ۲۰ تا $5\frac{2}{5}$ برابر است با:

۴۱- گزینه‌ی (۳)

این شکل $\frac{2}{5}$ از شکل اولی است که سؤال گفته ۳ $\frac{1}{2}$ را نشان می‌دهد، پس باید $\frac{2}{5}$ از $3\frac{1}{2}$ را حساب کنیم.

$$\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10}$$

۴۲- گزینه‌ی (۱)

ابتدا باید عدد اولیه را پیدا کنیم، سپس بر $\frac{1}{4}$ تقسیم کنیم. با انجام عمل برعکس ضرب (تقسیم) به راحتی

$$18 \div \frac{3}{2} = 18 \times \frac{2}{3} = 12$$

می‌توانید عدد ورودی را به دست آورید

$$12 \div 1\frac{1}{2} = 12 \div \frac{3}{2} = 12 \times \frac{2}{3} = 8$$

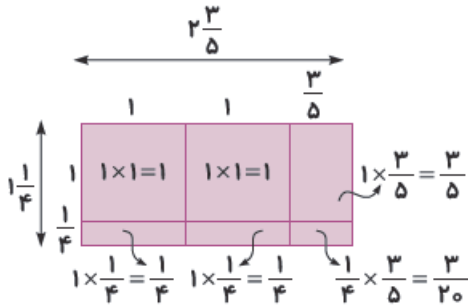
حال عدد را بر $\frac{1}{4}$ تقسیم می‌کنیم:

۴۳- گزینه‌ی (۳)

باید مستطیلی به ابعاد $2\frac{1}{3}$ و $1\frac{3}{4}$ را انتخاب کنیم که مساحت آن از حاصل ضرب (طول \times عرض) به دست می‌آید.

۴۴- گزینه‌ی (۲)

مساحت هیچ کدام از مستطیل‌ها نمی‌تواند $2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ باشد.



۴۵- گزینه ی ۳، از روش مساحتی استفاده شده است.

$$2\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{4} = (2 \times 1) + (2 \times \frac{1}{4}) + (1 \times \frac{3}{5}) + (\frac{1}{4} \times \frac{3}{5})$$

راه حل دیگر با فاکتورگیری است.

۴۶- گزینه ی ۱،

$$\frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \dots \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

... در ریاضی یعنی به همین ترتیب ادامه دارد. صورت‌ها و مخرج‌ها یکی یکی اضافه می‌شوند و صورت هر کسر با مخرج قبلی برابر

است. پس همه با هم ساده می‌شوند. (می‌دانیم بعد از $\frac{7}{8}$ ، $\frac{8}{9}$ و قبل از $\frac{28}{29}$ و $\frac{29}{30}$ است.)

۴۷- گزینه ی ۲، ابتدا حاصل جمع داخل پرانتزها را حساب می‌کنیم.

$$(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{1391})$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{1392}{1391} = \frac{1392}{2} = 696$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۴۸- گزینه ی ۱، ابتدا حاصل داخل هر پرانتز را حساب می‌کنیم:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{2002}{2003} = \frac{1}{2003}$$

مخرج هر کسر با صورت بعدی در این الگو ساده می‌شود.

۴۹- گزینه ی ۲، عددها را به کسر تبدیل می‌کنیم. معلوم می‌شود که صورت هر کسر با مخرج بعدی ساده می‌شود.

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{20}{19} = \frac{20}{2} = 10$$

۵۰- گزینه ی ۲، از آنجایی که اگر صورت کسری برابر با مخرج باشد کل کسر صفر خواهد شد. پس:

$$\frac{70-70}{30} = \frac{0}{30} = 0$$

$$\frac{70-10}{30} \times \frac{70-20}{30} \times \dots \times \frac{70-70}{30} = 0$$

می‌دانیم صفر در هر عددی ضرب شود حاصل صفر به دست می‌آید، پس حاصل کل عبارت صفر است.

۵۱- گزینه ی ۳، چون تمام علامت‌ها جمع است، می‌توانیم پرانتز را برداشته و اعداد را جابه‌جا کنیم. کسرهای هم مخرج را با هم

جمع می‌کنیم.

$$(\frac{1}{4} + \frac{7}{11}) + (\frac{3}{9} + \frac{2}{6}) + (\frac{3}{4} + \frac{6}{9}) + (\frac{4}{6} + \frac{4}{11})$$

۴ کسر به دست آمده که صورت و مخرج‌های آن‌ها با هم برابرند و

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{7}{11} + \frac{4}{11} + \frac{3}{9} + \frac{6}{9} + \frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

در واقع هر کدام یک واحد را نشان می‌دهند.

۵۲- گزینه ی ۱، علامت بین کسرها و هم‌چنین بین دو پرانتز، جمع است. کسرهای هم مخرج از دو پرانتز را با هم در نظر می‌گیریم.

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{3}{4}) + \dots + (\frac{1}{50} + \frac{49}{50}) = 49 \times 1 = 49$$

$$\frac{2}{2} = 1 \quad \frac{3}{3} = 1 \quad \frac{4}{4} = 1 \quad \frac{50}{50} = 1$$

(۱) (۲) (۳) (۴۹)

پس نتیجه می‌گیریم ۴۹ تا عدد ۱ داریم که با هم جمع شده‌اند و حاصل ۴۹ به دست می‌آید.



۵۳- گزینهی ۳

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}, \frac{1}{6 \times 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$= \frac{1}{4} - \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} + \underbrace{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} - \frac{1}{100} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

۵۴- گزینهی ۱

صورت به اندازهی اختلاف مخرج کسرهایی است که تفریق شده‌اند. $\frac{1}{1 \times 4} = \frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4 \times 9} = \frac{5}{36}$...

$$\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

۵۵- گزینهی ۴ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ از این پل روی زمین قرار گرفته است، یعنی $\frac{1}{2}$ آن روی آب است، بنابراین طول پل دو برابر

عرض رودخانه است. $120 \times 2 = 240$ متر



مقدار باقی مانده

۵۶- گزینهی ۳ چون با باقی ماندهی هر ۷ کیسه یک کیسهی آرد تهیه می‌شود، پس نتیجه

می‌گیریم بخش باقی مانده، $\frac{1}{7}$ یک کیسهی آرد است و هر ۶ نان $\frac{6}{7}$ کیسهی آرد. نتیجهی کلی این

است که با هر بسته آرد می‌توان ۷ نان پخت نه ۶ نان. $62 \times 7 = 434$



۵۷- گزینهی ۳

باید محاسبه کنیم هر دو کارت پشت سر هم چه قدر اختلاف دارند.

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{7-6}{42} = \frac{1}{42} = \frac{1}{42} \div 3 = \frac{1}{42} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{126}$$

به شکل دقت کنید ۳ پل اختلاف بین $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{7}$ وجود دارند.

اختلاف هر کارتی با کارت کناری $\frac{1}{126}$ است \Rightarrow

حال محاسبه می‌کنیم هر اختلاف چه قدر است:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{126} = \frac{21}{126} - \frac{1}{126} = \frac{20}{126} = \frac{10}{63}$$

حال به راحتی می‌توانیم عدد قبل $\frac{1}{6}$ را به دست آوریم.

۵۸- گزینهی ۳

$$\frac{1 \times 12}{2 \times 12} + \frac{1 \times 6}{4 \times 6} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{1 \times 3}{8 \times 3} = \frac{12+6+4+3}{24} = \frac{25}{24}$$

فاصله، $\frac{25}{24}$ از طول ضلع مکعب است، پس:

$$\frac{25}{24} \times \frac{1}{4} = \frac{25}{96} = 6 \frac{1}{4}$$

