

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



فهرست مطالب

آمار و احتمال

| شماره صفحه | فهرست مطالب |
|------------|---------------------|
| ۶ | آزمون نوبت اول (۱) |
| ۸ | آزمون نوبت اول (۲) |
| ۱۰ | آزمون نوبت اول (۳) |
| ۱۲ | آزمون نوبت اول (۴) |
| ۱۴ | آزمون نوبت دوم (۱) |
| ۱۶ | آزمون نوبت دوم (۲) |
| ۱۹ | آزمون نوبت دوم (۳) |
| ۲۱ | آزمون نوبت دوم (۴) |
| ۲۳ | آزمون نوبت دوم (۵) |
| ۲۵ | آزمون نوبت دوم (۶) |
| ۲۶ | آزمون نوبت دوم (۷) |
| ۲۷ | آزمون نوبت دوم (۸) |
| ۲۸ | آزمون نوبت دوم (۹) |
| ۳۰ | آزمون نوبت دوم (۱۰) |
| ۳۲ | پاسخنامه تشریحی |
| ۵۱ | خلاصه درس‌ها |

سوالات آزمون های

ترم اول

و

ترم دوم



آزمون نوبت اول (۱)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

- ۱ عبارت $\forall X \in \mathbb{N}; X^2 \geq 0$ یک گزاره نما می‌باشد.
- ۲ نقیض گزاره $(\forall x; p(x)) \wedge (\exists x; q(x))$ عبارت $(\exists x; \sim p(x)) \vee (\forall x; \sim q(x))$ می‌باشد.
- ۳ عبارت $(\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q})$ یک گزاره درست است.
- ۴ اگر $A = \{\{a\}, a\}$ و $B = \{a, a, \{a\}\}$ آن گاه $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ می‌باشد.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

- ۵ مجموعه تمام زیرمجموعه‌های A را می‌نامند و با $P(A)$ نمایش می‌دهند.
- ۶ تنها مجموعه‌ای که زیرمجموعه تمام مجموعه‌ها می‌باشد است.
- ۷ نقیض گزاره $\exists x; (\sim p(x))$ عبارت می‌باشد.
- ۸ در ترکیب اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد کل گزاره نادرست است.

ج) وصل کنید.

عبارت‌های مرتبط با یکدیگر را به هم وصل کنید.

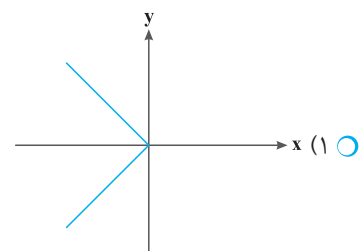
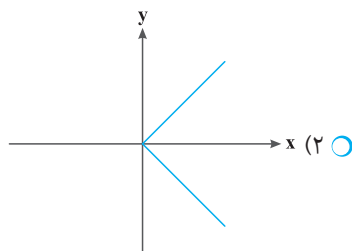
- حاصل عبارت $(B - A) \cap (A \cap B)$ برابر است با: B
- حاصل عبارت $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')]$ برابر است با: \emptyset
- مجموعه جواب گزاره‌نما $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ در \mathbb{R} برابر است با: $\{2, 3\}$
- عبارت «..... یک مجموعه بی‌پایان است.»؛ یک گزاره نادرست است. $\{1, 2, 3\}$
- A

د) گزینه درست را انتخاب کنید.

عکس نقیض گزاره زیر کدام است؟

«دو خط همدیگر را قطع نمی‌کنند؛ اگر و فقط اگر نقطه اشتراکی نداشته باشند.»

- ۱) دو خط همدیگر را قطع می‌کنند؛ اگر و تنها اگر نقطه مشترکی داشته باشند.
- ۲) دو خط همدیگر را قطع می‌کنند؛ اگر و تنها اگر نقطه مشترکی نداشته باشند.
- ۱۱ هرگاه n گزاره داشته باشیم جدول ارزش این n گزاره حالت خواهد داشت. 2^n (۱) $2n$ (۲)
- ۱۲ اگر A دارای ۱۴ عضو و مجموعه B دارای ۱۷ عضو باشد و $A \cap B$ دارای ۵ عضو باشد تفاضل متقارن دارای چند عضو است؟ ۲۰ (۱) ۲۱ (۲)
- ۱۳ نمودار رابطه $A = \{(x, y) \mid |y| = -x\}$ در \mathbb{R} کدام است؟



آزمون نوبت اول (۱)

۰/۵

اگر $B_n = \{n, n+1, \dots, n^2\}$ آن گاه $\bigcap_{n=1}^5 B_n$ برابر است با:

۱) \emptyset ۲) $\{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$

۰/۵

اگر $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ و $A \cap B = \{2, 3\}$ و رابطه $|A - B| \times |B - A| = 6$ برقرار باشد آن گاه مجموعه B دارای چند عضو است؟

۱) ۵ ۲) ۴

ه) به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

۱/۵

دامنه تغییرات گزاره‌نماهای زیر داده شده است. مجموعه جواب هر یک از آن‌ها را مشخص کنید.

الف) $(D = \mathbb{R})$, $y = x^2 - 3x + 2 \leq 0$

ب) $(D = \mathbb{R})$, $y = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} < 0$

ج) $(D = \mathbb{R})$, $y = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} \geq 0$

۰/۷۵

ارزش سوره‌های زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آن‌ها را بنویسید. (P مجموعه اعداد اول است.)

الف) $\forall n \in \mathbb{N}; (2^{2n} + 1) \in P$

ب) $\forall n \in \mathbb{N}; f(n) = n^2 + n + 1 \in P$

ج) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$

۱/۵

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r دلخواه باشد آن گاه ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

الف) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$ ب) $(q \Rightarrow p) \wedge r$

۳

به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) x و y را چنان به دست آورید که عبارت «زوج مرتب (۱۲۵, ۲^{۳x+y}) و زوج مرتب (۶۴, ۵^{۳y}) برابر هستند.» یک گزاره درست باشد.

ب) اولاً حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه را تعریف کنید و دوماً با یک مثال ثابت کنید که دارای خاصیت جابجایی نمی‌باشد.

ج) سکه‌ای را ۴ بار پرتاب می‌کنیم مطلوب است:

۱) تعداد فضای نمونه‌ای آن.

۲) پیشامد اینکه حداقل ۳ بار رو بیاید.

د) ثابت کنید اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ ، آن گاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$.

و) به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱/۵

۵ دانش‌آموز را در نظر بگیرید. احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آن‌ها در یک روز هفته نباشد، مشخص کنید.

احتمال آن که در خانه‌ای یخچال باشد برابر ۰/۸۵ و احتمال آن که هم یخچال و هم تلویزیون باشد برابر ۰/۴ و احتمال آن که حداقل یکی

۱/۵

از دو وسیله یخچال و تلویزیون باشد ۰/۹۶ می‌باشد. احتمال آن را بیابید که در این خانه:

الف) تلویزیون باشد. ب) فقط یخچال باشد.

۲

دو تاس سالم را همزمان پرتاب می‌کنیم. مطلوب است تعیین:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده ۸ شود.

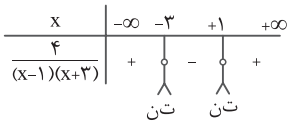
ج) پیشامد B که در آن حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ شود. د) پیشامد $A - B$

۰/۷۵

ثابت کنید: $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

۱/۵

ثابت کنید اگر A و B دو مجموعه مجزا باشند، آن گاه $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (P مجموعه احتمال می‌باشد).



پس مجموعه جواب برابر است با: $(-3, 1)$.

ج) صورت و مخرج همواره نامنفی هستند بنابراین نابرابری همواره برقرار است. پس مجموعه جواب برابر \mathbb{R} است.

۱۷

الف) نادرست است. $\exists n \in \mathbb{N}; (2^{2n} + 1) \notin P$

ب) نادرست است زیرا $f(4) = 21$ عدد اول نیست و نقیض آن به صورت زیر است:

$$\exists n \in \mathbb{N}; n^2 + n + 1 \notin P$$

ج) گزاره نادرست است. زیرا $x = 1$ تعریف نشده است.

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$$

۱۸

الف) اولاً: چون $\sim q = T$ و $\sim p = F$ بنابراین $\sim p \vee \sim q$ یک گزاره درست است.

دوماً: $p \vee q$ درست است پس نقیض آن نادرست است. بنابراین ارزش گزاره کلی نادرست است.

ب) ارزش گزاره $q \Rightarrow p$ به انتفای مقدم درست است. بنابراین ارزش گزاره کلی به r بستگی دارد.

۱۹

الف)

$$\begin{cases} 2^{3x+y} = 64 = 2^6 \\ 5^{xy} = 125 = 5^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=6 \\ 3y=3 \end{cases} \Rightarrow y=1, x=\frac{5}{3}$$

ب) حاصل ضرب دکارتی $(A \times B)$ مجموعه زوج‌های مرتبی است که مؤلفه اول آن‌ها از A و مؤلفه دوم آن‌ها از B است.

$$A = \{1, 0\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (0, 1), (0, 2)\}$$

$$B \times A = \{(1, 1), (1, 0), (2, 1), (2, 0)\}$$

بنابراین $A \times B \neq B \times A$ است.

ج) فضای نمونه $2^4 = 16$ حالت است.

$$\{(r, r, r, r), (r, r, r, p), (r, r, p, r), (r, r, p, p), (r, p, r, r), (r, p, r, p), (r, p, p, r), (r, p, p, p)\} \quad (2)$$

$$B = (B - A) \cup (B \cap A) \quad (3)$$

$$P(B) = P(B - A) + P(B \cap A) \xrightarrow{A \subseteq B} P(B) = P(B - A) + P(A)$$

$$\Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$

۲۰

$$P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{7^5} = \frac{360}{2401}$$

پاسخ نامه آزمون نوبت اول (۱)

آمار و احتمال

۱ نادرست

۲ درست

۳ درست

۴ درست

۵ مجموعه توانی A

۶ مجموعه تهی

۷ $\forall x; p(x)$

۸ عطفی

۹

حاصل عبارت $(B - A) \cap (A \cap B)$ برابر است با:



حاصل عبارت $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')]$ برابر است با:



مجموعه جواب گزاره نما $\{x \in \mathbb{Z} | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ در \mathbb{R} برابر است با:



عبارت «یک مجموعه بی پایان است» یک گزاره نادرست است.



۱۰ گزینه ۱

۱۱ گزینه ۱

۱۲

$$n(A \cup B) = 14 + 17 - 5 = 26 \quad \text{گزینه ۲}$$

$$n(A \Delta B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 21$$

۱۳

$$-x = |y| \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \quad \text{گزینه ۱}$$

۱۴ گزینه ۱

۱۵

$$A - B = A - (A \cap B) = \{4, 5, 6\} \Rightarrow |A - B| = 3$$

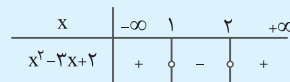
$$|A - B| |B - A| = 6 \Rightarrow |B - A| = 2$$

بنابراین تعداد کل اعضاء B، ۴ عضو خواهد شد.

۱۶

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \text{الف)}$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 2$$



بنابراین مجموعه جواب برابر است با: $\{1, 2\}$.

ب)

$$\text{مخرج مشترک می گیریم: } \frac{(x+3) - (x-1)}{(x-1)(x+3)} < 0 \Rightarrow \frac{4}{(x-1)(x+3)} < 0$$

$$\Rightarrow \text{ریشه‌های مخرج: } x = -3, x = 1$$



گزینه ۱۰ ۱۰

..... ۱۱

گزینه ۱

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \{7, 8, 9, 10\} \Rightarrow \text{عضو دارد } 4$$

..... ۱۲

گزینه ۲

$$(A \cap C) - B = (A \cap C) \cap B' = A \cap (C \cap B') = A \cap (C - B)$$

..... ۱۳

گزینه ۲

$$A \times B = \{(x-y, x+y), (x-y, 1), (3, x+y), (3, 1)\}$$

$$B \times A = \{(x+y, x-y), (1, x-y), (x+y, 3), (1, 3)\}$$

$$A \times B = B \times A \Rightarrow (3, 1) \in A \times B \Rightarrow (3, 1) \in B \times A$$

$$\Rightarrow (x+y, x-y) = (3, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

..... ۱۴

گزینه ۲

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\} \Rightarrow P(P(\emptyset)) = \{\{\}, \{\emptyset\}\} \Rightarrow \text{دو عضو}$$

..... ۱۵

در رابطه‌های دوشرطی زمانی گزاره کلی دارای ارزش درست است که دو طرف هم‌ارزی، هم‌ارزش باشند یعنی هر دو طرف درست و یا هر دو طرف نادرست باشد.

الف) اولاً: $(p \Rightarrow q)$ یک گزاره نادرست است. (مقدم درست و تالی نادرست) دوماً: $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ یک گزاره نادرست است زیرا $\sim q = T$ و $\sim p = F$ است. بنابراین $T \Rightarrow F$ یک گزاره نادرست است.

چون دو طرف هم‌ارزی، هم ارزش شد، ارزش گزاره کلی درست است. ب) اولاً: $p \Leftrightarrow q$ یک گزاره نادرست است چون دو طرف یکی نیست. دوماً: $p \Rightarrow q$ یک گزاره نادرست است.

بنابراین چون دو طرف نادرست است گزاره کلی درست است.

..... ۱۶

$$E_1 = \{\{\}, \{2\}, \{3\}\}$$

$$E_2 = \{\{1, 2\}, \{3\}\}$$

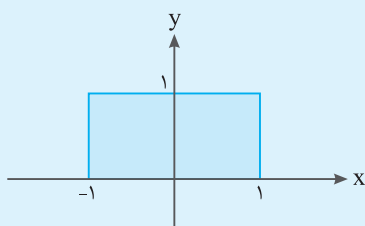
$$E_3 = \{\{2, 3\}, \{1\}\}$$

$$E_4 = \{\{1, 3\}, \{2\}\}$$

$$E_5 = A \quad \text{بنابراین به ۵ حالت می‌توان افراز کرد.}$$

..... ۱۷

$$A \times B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$



..... ۲۱

الف) پیشامد موجود بودن یخچال را A و پیشامد موجود بودن تلویزیون را B می‌نامیم. داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \Rightarrow 0.96 = 0.85 + P(B) - 0.14 \Rightarrow P(B) = 0.25$$

..... (ب)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A - B) = 0.85 - 0.14 = 0.71$$

..... ۲۲

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

الف)

$$A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

..... (ب)

$$B = \{(3, 5), (5, 3), (6, 5), (5, 6)\}$$

..... (ج)

$$A - B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

..... (د)

..... ۲۳

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $\sim p \wedge \sim q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| T | T | F | F | T | F | F |
| T | F | F | T | T | F | F |
| F | T | T | F | T | F | F |
| F | F | T | T | F | T | T |

..... ۲۴

$P(A)$ و $P(B)$ به ترتیب بیانگر احتمال وقوع مجموعه A و احتمال وقوع مجموعه B است. حال چون $A \cap B = \emptyset$ در نتیجه $P(A \cap B) = 0$ بنابراین طبق قوانین احتمال:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پاسخنامه آزمون نوبت اول (۲)

آمار و احتمال

..... ۱ نادرست

..... ۲ درست

..... ۳ درست

..... ۴

نادرست؛ اگر سورها جلوی گزاره‌ها قرار بگیرند به گزاره تبدیل‌شان می‌کنند.

..... ۵ مجموعه توانی A

..... ۶ \emptyset

..... ۷ $\forall x; p(x)$

..... ۸ عطفی

..... ۹

| گزاره | درست | نادرست |
|---|------|--------|
| اگر (۱) آن‌گاه ۸ عددی اول است | ✓ | |
| بزرگ‌ترین معجزه پیامبر اسلام (ص) قرآن و (۳) | ✓ | |
| اگر (۲) آن‌گاه ۹۹ عددی اول است. | ✓ | |
| حضرت علی (ع) اولین کسی بود که اسلام آورد و یا (۴) | ✓ | |

متغیرها

متغیر: هر ویژگی از اشیاء یا اعضا جامعه که یکسان نباشد (یعنی از یک عضو به عضو دیگر جامعه تغییر می کند).

متغیرها به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می شوند:

متغیر کمی: متغیری است که می توان مقادیر عددی به آن نسبت داد و برای آن عملیات ریاضی مانند جمع، تفریق و معدل گیری انجام داد.

متغیر کیفی: متغیری است که برای دسته بندی افراد یا اشیا در گروه ها به کار می رود و لزوماً مقدار عددی نمی گیرد.

مثال: قد، وزن، سن و ... متغیرهای کمی ولی رنگ چشم، گروه خونی و ... متغیر کیفی می باشد.

متغیر کمی:

الف) پیوسته: به متغیری گفته می شود که اگر دو مقدار a و b را بگیرد بتواند اعداد بین a و b را نیز اختیار کند. مثال قد دانش آموزان و ...

ب) گسسته: به متغیر کمی که پیوسته نباشد، گسسته می گویند. مثال تعداد فرزندان یک خانواده و ...

متغیر کیفی:

الف) ترتیبی: متغیری که در آن نوعی ترتیب وجود دارد مثل مراحل رشد، مراحل تحصیل و ...

ب) اسمی: متغیری که ترتیبی نباشد به عنوان مثال رنگ چشم، نوع بیماری، گروه خونی و ...

داده: به اطلاعات دسته بندی شده موجود داده می گویند.

دامنه تغییرات: اختلاف بین بزرگ ترین داده X_{max} و کوچک ترین داده X_{min} را دامنه تغییرات می گویند و آن را با R نمایش می دهند.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

طول دسته: اگر $[a_i, b_i]$ یک دسته فرض باشد $c_i = b_i - a_i$ را طول دسته و $\alpha_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ را مرکز دسته می گویند.

فراوانی داده: به تعداد تکرار داده در هر نمونه تصادفی فراوانی آن داده گفته می شود.

جدول فراوانی: جدولی است که محور افقی آن نوع داده ها و محور عمودی آن تعداد داده ها می باشد.

نمودارها

نمودار میله ای: نموداری که برای داده های کمی گسسته و کیفی مناسب است و روی محور x ها متغیر یا نماینده دسته و روی محور y ها فراوانی یا

فراوانی نسبی متناظر با متغیر مربوطه قرار می گیرد.

فراوانی نسبی: به نسبت فراوانی دسته به کل تعداد داده ها فراوانی نسبی می گویند.

نمودار چندبر فراوانی: برای اینکه تغییرات بین دسته ها را بهتر درک کنیم از نمودار چندبر فراوانی استفاده می کنیم. برای رسم این نمودار دو مرحله

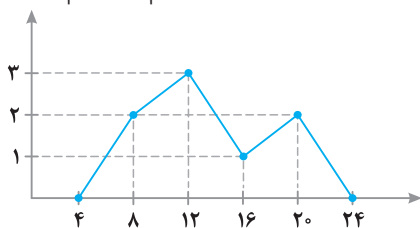
وجود دارد. در مرحله اول برای هر دسته یک زوج مرتب (x, y) که x همان مرکز دسته و y فراوانی دسته متناظر آن دسته می باشد را در صفحه

مشخص می کنیم و در مرحله دوم یک دسته فراوانی صفر به ابتدا و انتها دسته اضافه می کنیم و نقاط را به یکدیگر وصل می کنیم.

مثال: نمودار چندبر فراوانی جدول روبه رو را رسم کنید.

| | | | | |
|----|----|----|---|-----------|
| ۲۰ | ۱۶ | ۱۲ | ۸ | مرکز دسته |
| ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | فراوانی |

با توجه به اینکه فاصله دو مرکز دسته $12 - 8 = 4$ است، پس دو دسته به مرکز ۴ و ۲۴ با فراوانی صفر اضافه می کنیم که داریم:



◆ نمودار دایره‌ای: این نمودار برای متغیر کمی گسسته و کیفی مناسب می‌باشد. جهت رسم نمودار دایره‌ای هر کدام از متغیرها متناسب با فراوانی نسبی خود (f_i) سطحی (قطاعی) از دایره را اشغال می‌کنند که زاویه آن برابر است با:

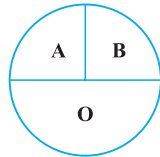
$$\frac{n}{360} = \frac{f_i}{\alpha_i} \Rightarrow \alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 360$$

مثال: جدول مقابل مربوط به گروه خون مربوط به آن را رسم کنید.

$$\alpha_A = \frac{5}{20} \times 360 = 90$$

$$\alpha_B = \frac{5}{20} \times 360 = 90 \Rightarrow$$

$$\alpha_O = \frac{10}{20} \times 360 = 180$$



| A | B | O | گروه خونی |
|---|---|----|-----------|
| 5 | 5 | 10 | f_i |

در قسمت قبل در مورد نمودارهای آماری بحث شد. حال در این بخش می‌خواهیم با توجه به شاخص‌های آماری به اطلاعات دقیق‌تری از محل تمرکز داده‌ها (شاخص مرکزی) و میزان پراکندگی داده‌ها (شاخص پراکندگی) دست پیدا کنیم.

◆ شاخص‌های مرکزی: (۱) مد (۲) میانگین (۳) میانه (۴) چارک‌ها

◆ شاخص پراکندگی: (۱) واریانس (۲) انحراف معیار (۳) ضریب تغییرات (۴) چولگی

شاخص‌های مرکزی

مد: در هر جامعه آماری به داده‌هایی با بیشترین فراوانی مد یا نما داده گفته می‌شود که مد لزوماً منحصر به فرد نیست.

میانگین: میانگین اساسی‌ترین و مهم‌ترین شاخص مرکزی است که نشان‌دهنده نقطه تعادل جامعه است.

میانگین داده‌ها: اگر n داده x_1, \dots, x_n داشته باشیم، میانگین یا متوسط داده‌ها را با نماد \bar{X} نشان می‌دهیم و داریم:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

میانگین وزن‌دار: اگر n داده (x_1, \dots, x_n) داشته باشیم که هر کدام به ترتیب (w_1, \dots, w_n) بار تکرار شده باشند، آن‌گاه میانگین وزن‌دار داده‌ها را با \bar{X}_w نشان می‌دهیم و داریم:

$$\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{w_1 x_1 + \dots + w_n x_n}{w_1 + \dots + w_n}$$

مثال: هر تغییری که در داده‌ها ایجاد شود، همان تغییرات به میانگین نیز القا می‌شود مثلاً اگر همه داده‌ها در عدد ضرب و یا با عدد

جمع شوند میانگین نیز با همان عدد ضرب و یا با همان عدد جمع می‌شود.

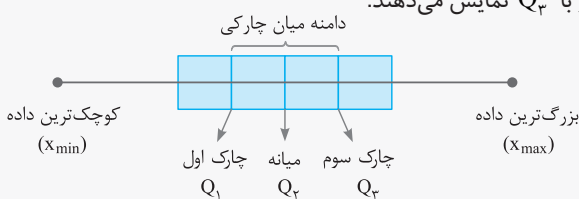
(۳) میانه: در بین داده‌های مرتب شده از کوچک به بزرگ میانه عددی است که تعداد داده‌های ما قبل و بعد از آن با هم برابر باشند.

بنابراین اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر میانگین دو داده وسط می‌باشد.

◆ چارک‌ها و نمودار جعبه‌ای:

چارک‌ها: اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم میانه چارک دوم می‌باشد که آن را با Q_2 نمایش می‌دهند و میانه نیمه اول داده‌ها را چارک

اول نامیده و با Q_1 نمایش می‌دهیم و میانه نیمه دوم را نیز چارک سوم نامیده و با Q_3 نمایش می‌دهند.



نمودار جعبه‌ای: برخلاف نمودارهای میله‌ای، دایره‌ای و مستطیلی و ...

نمودار جعبه‌ای نموداری است که برای نشان دادن پراکندگی داده‌ها

استفاده می‌شوند و برای رسم نمودار جعبه‌ای از پنج داده استفاده می‌شود.

مثال: (۱) اختلاف بین چارک سوم و اول را دامنه میان چارکی می‌گویند.

(۲) داده‌های بین چارک اول و چارک سوم داخل جعبه قرار می‌گیرند و درون و یا بیرون جعبه قرار نمی‌گیرند.

شاخص‌های پراکنندگی

♦ واریانس: در n داده آماری، به میانگین مجذور تفاضل داده از میانگین واریانس می‌گویند که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{واریانس } (\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

📌 هرگاه واریانس داده‌ها عدد کوچکی باشد، داده‌ها از پراکنندگی کمتری برخوردارند.

خواص واریانس:

(۱) اگر داده‌ها در عددی ضرب شوند واریانس در مجذور آن عدد ضرب می‌شود.

(۲) اگر داده‌ها با عددی جمع یا تفریق شوند واریانس ثابت می‌ماند.

(۳) اگر مجموع مجذور داده‌ها و میانگین آن‌ها معلوم باشد، می‌توانیم واریانس را از رابطه مقابل به دست آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

📌 مجموع ۴۰ داده آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد.

واریانس این داده‌ها را به دست آورید.

$$\bar{X} = \frac{100}{40} = 2.5$$

$$\frac{\sum_{i=1}^4 \alpha_i^2}{40} = \frac{340}{40} = 8.5$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 8.5 - 6.25 = 2.25$$

♦ **انحراف معیار:** اگر از واریانس جذر بگیریم به انحراف معیار خواهیم رسید.
 $\text{انحراف معیار } (\sigma) = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$

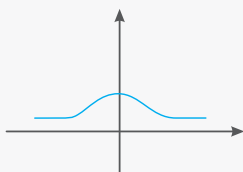
خواص انحراف معیار: اگر داده‌ها در k ضرب شود، انحراف معیار در $|k|$ ضرب می‌شود. اما اگر داده‌ها با عددی ثابت جمع (تفریق) شود واریانس تغییری نمی‌کند.

♦ **ضریب تغییرات:** معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها به میانگین داده‌ها به دست می‌آید:
 $\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} = CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

📌 ضریب تغییرات مستقل از واحد می‌باشد.

♦ **چولگی:**

الف) چولگی (صفر): هرگاه تعداد داده‌ها زیاد باشد و نمودار چندبر فراوانی یک دسته داده آماری حول میانگین متقارن باشد می‌گوییم نمودار دارای چولگی صفر (متقارن) می‌باشد.



📌 در این حالت میانگین، میانه و مد داده‌ها با هم برابر می‌باشند.

ب) چولگی به راست (چولگی مثبت): هرگاه تعداد داده‌ها زیاد باشد و نمودار چندبر فراوانی آن به سمت راست کشیده شده باشد، می‌گوییم نمودار دارای چولگی به راست می‌باشد.



ج) چولگی به چپ (چولگی منفی): هرگاه تعداد داده‌ها زیاد باشد و نمودار چندبر فراوانی آن به سمت چپ کشیده شده باشد، نمودار آن به صورت مقابل می‌باشد، می‌گوییم دارای چولگی چپ است.

