

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



فهرست مطالب

حسابان (۱)

| شماره صفحه | فهرست مطالب |
|------------|---------------------|
| ۶ | آزمون نوبت اول (۱) |
| ۸ | آزمون نوبت اول (۲) |
| ۱۰ | آزمون نوبت اول (۳) |
| ۱۱ | آزمون نوبت اول (۴) |
| ۱۳ | آزمون نوبت دوم (۱) |
| ۱۵ | آزمون نوبت دوم (۲) |
| ۱۷ | آزمون نوبت دوم (۳) |
| ۱۹ | آزمون نوبت دوم (۴) |
| ۲۱ | آزمون نوبت دوم (۵) |
| ۲۳ | آزمون نوبت دوم (۶) |
| ۲۵ | آزمون نوبت دوم (۷) |
| ۲۷ | آزمون نوبت دوم (۸) |
| ۲۹ | آزمون نوبت دوم (۹) |
| ۳۱ | آزمون نوبت دوم (۱۰) |
| ۳۳ | پاسخنامه تشریحی |
| ۵۶ | خلاصه درس‌ها |

سوالات آزمون های

ترم اول

و

ترم دوم



آزمون نوبت اول (۱)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

۱ اگر $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ باشد، آنگاه همواره $\sin x \leq \cos x$ است.

۲ دوره تناوب تابع $y = [ax] + [-ax]$ برابر $T = \frac{1}{|a|}$ است.

۳ اگر $u^2 \leq v^2$ باشد آنگاه $|u| \leq |v|$

۴ $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۵ اگر جمله اول و جمله آخر دنباله حسابی را بدانیم مجموع جملات از فرمول به دست می‌آید.

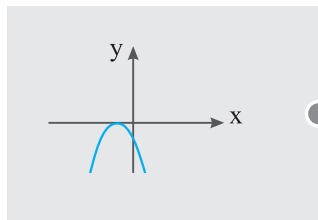
۶ هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a مثبت و مخالف یک است را می‌نامند.

۷ اگر تابع باشد، آنگاه معکوس پذیر است.

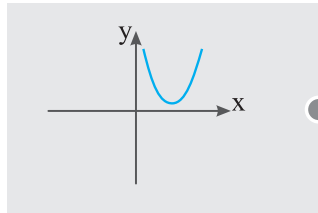
۸ تابع $(f \circ g \circ h)^{-1}(x)$ برابر تابع است.

ج) وصل کنید.

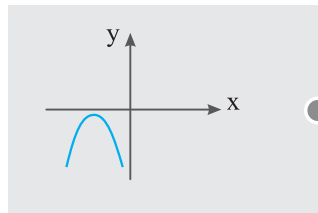
۹ با توجه به عبارت $y = ax^2 + bx + c$ عبارت‌های ستون سمت راست را به نمودار مربوط به آن در ستون سمت چپ وصل کنید. (یک مورد در ستون سمت چپ اضافه است).



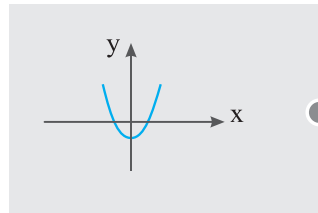
$a > 0, \Delta > 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) > 0$



$a > 0, \Delta < 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) > 0$



$a < 0, \Delta < 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) < 0$



$a < 0, \Delta = 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) = 0$

غیر ممکن



آزمون نوبت اول (۱)

۳

(د) گزینه درست را انتخاب کنید.

مجموع اعداد دو رقمی مضرب ۹ کدام است؟

- ۱۰ ۱۱۹۰ (۱) ۵۸۵ (۲)

۱۱ جواب‌های معادله $\frac{1}{x^3+x^2} = \frac{2}{x+1}$ عبارتند از:

- $\pm\sqrt{2}$ (۱) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

۱۲ حدود m برای آنکه معادله $x^2 + m = x$ دارای دو ریشه متمایز و مثبت باشد، کدام است؟

- $0 < m < \frac{1}{4}$ (۱) $m < \frac{1}{4}$ (۲)

۱۳ مجموعه جواب معادله $\frac{|2x|}{|x+1|} = 3$ عبارت است از:

- \emptyset (۱) $\{-3, -\frac{3}{5}\}$ (۲)

(ه) به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

۱۴ فاصله نقطه $A \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ از خط $y = x$ را به دست آورید.

۱۵ اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = 2x^2 - x + 1$ و $f \circ g(x) = g \circ f(x)$ مقدار x را به دست آورید.

۱۶ اگر نقطه $(3, 2)$ روی یک تابع نمایی قرار داشته باشد، ضابطه تابع را به دست آورید.

(و) به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱۷ نامعادله $|x - 4| \leq x + 1$ را حل کنید.

۱۸ جواب نامعادله $|x - 2| + |x - 6| \leq 8$ را به روش هندسی مشخص کنید.

۱۹ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{2x-8}{x^3+8} + \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-2x+4}$

ب) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$

۲۰ اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مطلوب است:

الف) $\alpha + \beta$

ب) $\alpha \cdot \beta$

ج) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

د) $\alpha^2 + \beta^2$

۲۱ معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 2 \\ x+4 & x < 2 \end{cases}$ را به دست آورید.

۲۲ توابع f و g با ضابطه $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ مفروض‌اند.

الف) دامنه f و g و $g \circ f$ را به دست آورید.

ب) ضابطه $g \circ f(x)$ را بنویسید.

پاسخ نامه تشریحی

پاسخ آزمون نوبت اول (۱)

حسابان (۱)

۱

نادرست؛ با توجه به نمودار $\sin x$ و $\cos x$ در این ناحیه همواره $\sin x$ بزرگتر از $\cos x$ می‌باشد.

درست ۲

درست ۳

نادرست؛ اگر دامنه و برد یکی باشد درست است.

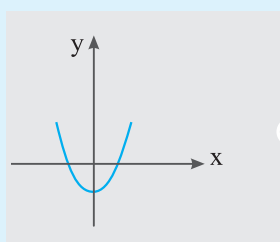
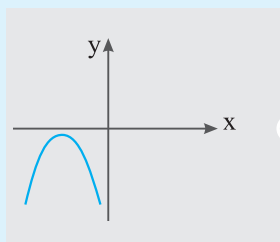
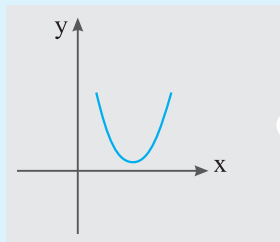
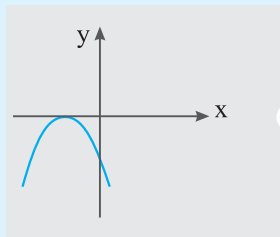
$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ ۴ ۵

تابع نمایی ۶

یک به یک ۷

$h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ ۸

۹



غیر ممکن

$a > 0, \Delta > 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) > 0$

$a > 0, \Delta < 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) > 0$

$a < 0, \Delta < 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) < 0$

$a < 0, \Delta = 0, f\left(\frac{-b}{2a}\right) = 0$

۱۰

۱۸, ۲۷, ..., ۹۹

گزینه ۲

$n = 10$

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(18 + 99) = \frac{1170}{2} = 585$

۱۱

$\frac{1}{x^2 + x^2} = \frac{2}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{2}{x+1}$

گزینه ۲

برای تعیین دامنه معادله فوق، ریشه‌های مخرج را به دست می‌آوریم:

$\begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$

اگر طرفین معادله را در $x^2(x+1)$ ضرب کنیم خواهیم داشت:

$1 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

چون جواب‌های به دست آمده به دامنه معادله تعلق دارند پس قابل قبول هستند.

۱۲

گزینه ۱ $\Delta > 0, \frac{-b}{a} > 0, \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow$ شرط مثبت و متمایز بودن ریشه‌ها

$x^2 - x + m = 0$

$\left. \begin{array}{l} 1) \frac{c}{a} = m > 0 \\ 2) \frac{-b}{a} = 1 > 0 \\ 3) \Delta = 1 - 4m > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$

۱۳

گزینه ۲

$\frac{|2x|}{|x+1|} = 3 \xrightarrow{x \neq -1} |2x| = 3|x+1|$

$\xrightarrow{\text{توان}} 4x^2 = 9(x+1)^2 \Rightarrow 5x^2 + 18x + 9 = 0$

$\Rightarrow x = -3, x = \frac{-3}{5}$

۱۴

$y - x = 0, A \begin{cases} -1 \rightarrow x_1 \\ 3 \rightarrow y_1 \end{cases}$

$ax + by + c = 0 \Rightarrow d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 - (-1)|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}}$

$= \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

۱۵

$\Rightarrow \begin{cases} fog(x) = (2x^2 - x + 1) + 3 = 2x^2 - x + 4 \\ gof(x) = 2(x+3)^2 - (x+3) + 1 = 2x^2 + 11x + 16 \end{cases}$

$gof(x) = fog(x) \Rightarrow 2x^2 - x + 4 = 2x^2 + 11x + 16$

$\Rightarrow -12x = 12 \Rightarrow x = -1$

۱۶

نقطه $(3, 2)$ روی نمودار تابع $y = a^x$ قرار دارد $(a > 0, a \neq 1)$ بنابراین

$2 = a^3$ است و در نتیجه $a = \sqrt[3]{2}$ می‌باشد، پس ضابطه تابع به صورت

$y = (\sqrt[3]{2})^x$ است.

خلاصه درس‌ها



مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

تعاریف

دنباله حسابی: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عدد ثابتی (قدر نسبت) به جمله قبل به دست می‌آید.

n = شماره جمله، d = قدر نسبت و a = جمله اول

$$a + a + d + \dots + a + (n-1)d$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 a_1 a_2 a_n

مجموع n جمله اول

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

تعاریف

دنباله هندسی: دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عدد ثابت و مخالف صفر (قدر نسبت) به دست می‌آید.

q : قدر نسبت

$$a + aq + \dots + aq^{n-1}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 a_1 a_2 a_n

مجموع n جمله اول

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_n = \frac{a}{1-q}$$

◆ اگر $|q| < 1$ باشد، در این صورت مجموع n جمله اول به صورت مقابل است:

معادلات درجه دوم

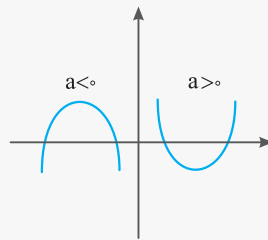
◆ معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ که $a \neq 0$ و c, b, a اعداد حقیقی و است را معادله درجه دوم می‌نامیم.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

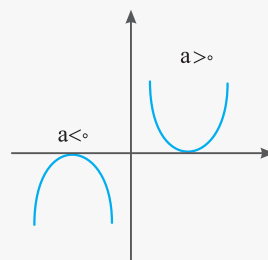
◆ در معادله درجه دوم فوق $\Delta = b^2 - 4ac$ و ریشه‌های معادله از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

با توجه به علامت Δ معادله دارای سه حالت می‌باشد:

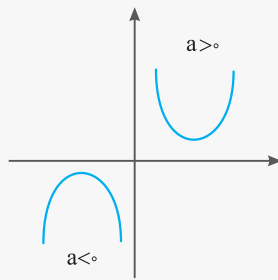
۱- اگر $\Delta > 0$



۲- اگر $\Delta = 0$



۳- اگر $\Delta < 0$



اگر $a > 0$ دهانه سهمی رو به بالا و $a < 0$ باشد، دهانه سهمی رو به پایین است.

روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

$$\left. \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{matrix} \right\} \text{اگر } a + b + c = 0 \text{ آن گاه}$$

$$\left. \begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} \end{matrix} \right\} \text{اگر } b = a + c \text{ آن گاه}$$

در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ داریم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها: } P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$

همچنین x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

◆ **صفرهای تابع:** اگر f یک تابع باشد جواب‌های معادله $f(x) = 0$ را در صورت وجود صفرهای تابع f می‌گوییم.

◆ اگر $x = a$ یک صفر تابع باشد آن گاه $f(x)$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است برای صفرهای دیگر تابع f ، کافی است $f(x)$ را بر $x - a$ تقسیم کرده و پس از یافتن خارج قسمت تقسیم آن را مساوی صفر قرار دهید.

◆ در معادله درجه دوم (Min)Max تابع، نقطه $x = \frac{-b}{2a}$ است.

◆ در صورتی که نمودار $f(x) = ax^2 + bx + c$ را در اختیار داشته باشیم به صورت زیر می‌توانیم علامت $c > 0$ را مشخص کنیم:

۱- دهانه سهمی رو به بالا: $a > 0$ و دهانه سهمی رو به پایین: $a < 0$

۲- محل تلاقی سهمی با محور y همان c است اگر محل تقاطع با محور y مثبت باشد $c > 0$ و اگر محل تقاطع با محور y منفی است $c < 0$ باشد.

۳- برای یافتن علامت b از علامت طول رأس سهمی یعنی علامت $x = \frac{-b}{2a}$ استفاده می‌کنیم. علامت a را با توجه به شماره ۱ مشخص کردیم، علامت b نیز معلوم خواهد شد.

حل معادلات شامل عبارت‌های گویا (کسری)

◆ **روش حل:** ابتدا دامنه معادله را تعیین می‌کنیم، ک.م.م مخرج را حساب کرده و طرفین معادله را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب می‌کنیم تا مخرج از بین برود عبارت جبری به دست آمده را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده باید در دامنه باشد، ممکن است برخی از جواب‌ها با شرایط مسئله مطابقت نداشته باشند که این جواب‌ها مورد قبول نیستند.

حل معادلات شامل عبارت‌های گنگ (رادیکالی)

◆ **روش حل:** ابتدا دامنه معادله را تعیین می‌کنیم، طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم. معادله را حل می‌کنیم و در آخر جواب به دست آمده را امتحان می‌کنیم، زیرا هنگامی که معادله به توان دو می‌رسانیم ممکن است ریشه کاذب ایجاد شود.



زیر رادیکال با فرجه زوج نباید منفی باشد ولی فرجه فرد اگر منفی هم باشد مشکلی ندارد.

خواص قدر مطلق

$$1) |x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

$$2) |-x| = |x| = \sqrt{x^2} \text{ قدر مطلق منفی را می خورد}$$

$$3) |x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 \Leftrightarrow x = \pm y$$

$$4) |x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$5) |x| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ یا } x \leq -a$$

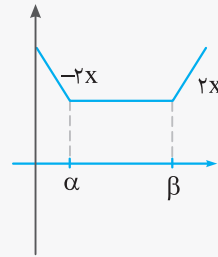
رسم توابع قدر مطلق

$$f(x) = |x| + M$$

الف) $y = |x| \Leftarrow M > 0$ واحد به بالا انتقال می دهیم

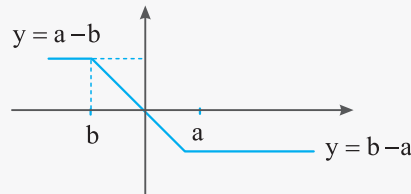
ب) $y = |x| \Leftarrow M < 0$ واحد به پایین انتقال می دهیم.

$$\beta > \alpha ; y = |x - \alpha| + |x - \beta|$$



$$y = |f(x)|$$

نمودار $y = f(x)$ را رسم می کنیم در جاهایی که نمودار زیر محور x ها است به بالای محور قرینه می کنیم. $a > b ; y = |x - a| - |x - b|$



هندسه تحلیلی

فاصله بین دو نقطه:

اگر $A \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ و $B \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ دو نقطه در صفحه مختصات باشند فاصله بین A و B یا طول پاره خط AB برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

مختصات A و B برابر است با:

$$M \begin{pmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{pmatrix}$$

فاصله یک نقطه از یک خط:

فاصله نقطه $A \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

