

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



مدابوک



یک جلسه تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



آزمون نوبت اول (۱)

۲

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

۱ اگر \mathbb{N} اعداد طبیعی و \mathbb{Q} اعداد گویا باشد، آن گاه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$.

۲ دنباله‌ای وجود ندارد که نه حسابی باشد نه هندسی.

۳ اگر α در ربع دوم مثلثاتی باشد، آن گاه $\sin \alpha$ همواره مثبت است.

۴ $(\sqrt[4]{-2})^4$ با $\sqrt[4]{(-2)^4}$ برابر است.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۵ اگر $\tan \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ ، آن گاه α در ناحیه مثلثاتی قرار دارد.

۶ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن گاه مجموعه A خواهد بود.

ج) گزینه درست را انتخاب کنید.

۷ اگر عدد $+4$ متعلق به بازه $(m-1, 3m+4)$ باشد، حدود m در کدام گزینه آمده است؟

- ۱ $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{3}$ (۱)
- ۲ $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{5}{2}$ (۲)
- ۳ $(0, 5)$ (۳)
- ۴ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]$ (۴)

۸ واسطه هندسی بین دو عدد $(1+\sqrt{3})^2$ و $(1-\sqrt{3})^2$ برابر است با:

- ۱ 2 (۱)
- ۲ 3 (۲)
- ۳ ∓ 2 (۳)
- ۴ ± 3 (۴)

د) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۹ اگر $A = (-2, 7)$ و $B = [-3, 6]$ ، آن گاه مجموعه‌های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.

- الف) $A \cup B$
- ب) $A \cap B$
- ج) $B' - A$

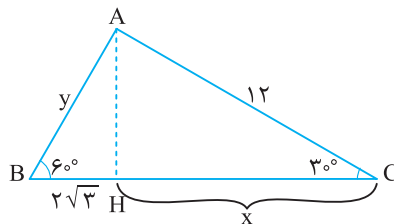
۱۰ مجموع ۴ جمله اول یک دنباله هندسی را حساب کنید به طوری که جمله سوم آن ۳۶ و جمله ششم آن ۹۷۲ باشد.

۱۱ بین دو عدد ۵ و ۸۰، سه واسطه هندسی درج کنید.

۱۲ اگر $\tan x = 3$ ؛ حاصل عبارت $\frac{3 \cos x}{-2 \sin x}$ را بیابید.

۱۳ اگر θ زاویه‌ای در ربع سوم باشد و $\tan \theta = \frac{1}{4}$ ، سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.

۱۴ در مثلث ABC مقادیر x و y را به دست آورید.



۰/۷۵

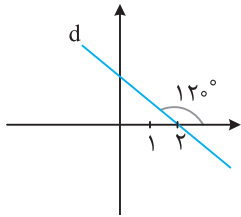
۰/۵

۰/۵



آزمون نوبت اول (۱)

معادله خط d را به دست آورید.



۱۵

درستی تساوی روبه‌رو را بررسی کنید.

(الف) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = 1$

۱۶

فرض کنید a عددی مثبت باشد. محدوده‌ای از a را تعیین کنید که در نامساوی‌های زیر صدق کند.

(الف) $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$

(ب) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$

۱۷

مقدار عبارت‌های زیر را حساب کنید.

(الف) $\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}}$

(ب) $\sqrt[3]{4} \times 2^{-\frac{5}{2}} \times \sqrt[3]{2} \times 2^{-3}$

۱۸

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

(الف) $\frac{1}{\sqrt{a+1}} - \frac{1}{\sqrt{a-1}}$

(ب) $\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} \times \sqrt[3]{16a^4} \times \sqrt[3]{8a^5}$

۱۹

گویا کنید.

(الف) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-3}$

۲۰

معادله‌های زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

(الف) $x^2 - 6x = 7$ (مربع کامل)

(ب) $4x^2 - 13x + 3 = 0$ (فرمول کلی)

(ج) $9 - 6x + x^2 = 0$ (تجزیه)

۲۱

نمودار سهمی $y = 3x^2 + 6x + 7$ را رسم کنید.

۲۲

آزمون نوبت اول (۲)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |

۱ $-2 \in (-2, 0]$

۲ اگر Δ یک عدد منفی باشد معادله درجه دوم مربوطه ریشه ندارد.

۳ $\sin 45^\circ \times \cos 45^\circ = \sin 30^\circ$

۴ هر عدد حقیقی نامنفی دو ریشه چهارم دارد.

ب) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱/۵

۵ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 3\}$ و $C = (-2, +\infty)$ ، آن گاه مجموعه زیر را به صورت بازه نمایش دهید.
 $(A \cap B) \cup C$

۲

۶ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آن‌ها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوبست:
 الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
 ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.

۱/۵

۷ اگر x متغیری باشد که هم زمان در دو نامعادله داده شده صدق کند، مقادیر x را به دست آورید.
 $-2 \leq 3x - 1$
 $3x - 1 < 8$

۱/۵

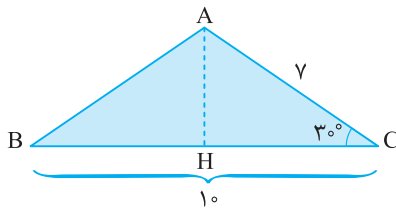
۸ در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم برابر ۱۷ و مجموع جملات دوم و چهارم برابر ۶۸ می‌باشد. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

۱/۵

۹ مقدار عددی عبارت روبه‌رو را بیابید.
 $4 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 30^\circ + 2 \sin 45^\circ$

۱/۷۵

۱۰ مساحت مثلث ABC را در شکل مقابل بیابید.



۱/۵

۱۱ نامعادله مقابل را با تعیین علامت حل کنید.
 $\frac{x^2 - 9}{2x + 1} \geq 0$

۱/۵

۱۲ رأس سهمی $y = 3x^2 - 2x + m$ ، روی خط $y = 2$ قرار دارد. مقدار m را به دست آورید.

۱/۵

۱۳ درستی تساوی مقابل را بررسی کنید.
 $\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

۱

۱۴ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بیابید.

الف) $\sqrt[4]{(-5)^8}$ ب) $81^{\frac{3}{4}}$

۲

۱۵ با استفاده از اتحادها طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را بیابید.

الف) $(2y+1)^3$ ب) $(x-1)(x^2+x+1)(x^3-1)$

۱

۱۶ عبارت مقابل را تجزیه کنید.
 $x^4 - y^4$

۰/۷۵

۱۷ کسر مقابل را گویا کنید.
 $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$



آزمون نوبت اول (۳)

۱/۵

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست

هر عدد منفی دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند.

اگر $\tan \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ آن گاه α در ناحیه سوم مثلثاتی قرار می‌گیرد.

$(\sqrt[4]{-2})^4$ با $\sqrt[4]{(-2)^4}$ برابر نیست.

۱
۲
۳

۲/۵

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

مجموعه‌هایی را که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است ----- می‌نامیم.

----- دنباله‌ای است که در آن هر جمله از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می‌آید.

به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه ----- می‌گوییم.

هر عدد مثبت دارای ----- ریشه‌ی چهارم است که ----- یکدیگرند.

۴
۵
۶
۷

ج) گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند آن گاه کدام گزاره نادرست است؟

(۱) $A \subseteq B'$ (۲) $A \cap B' = A$ (۳) $A \cup B' = B$ (۴) $A \cap B = \emptyset$

حاصل $\frac{1}{2} \times \sqrt{216}$ و 3×6 کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

کدام معادله ریشه‌هایش قرینه ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x - 8 = 0$ می‌باشد؟

(۱) $-2x^2 + 5x + 8 = 0$ (۲) $-2x^2 + 5x - 8 = 0$ (۳) $2x^2 + 5x - 8 = 0$ (۴) $2x^2 - 5x - 2 = 0$

۸
۹
۱۰

د) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

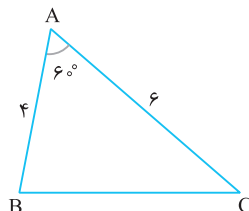
در یک دنباله حسابی جمله ششم و هشتم به ترتیب ۳۰ و ۴۶ است، دنباله را مشخص کنید.

عبارت $(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan \theta)$ را ساده کنید.

اگر $A = (-3, 6)$ و $B = (-1, 3]$ آن گاه مجموعه‌های زیر را به صورت مجموعه (بازه) نمایش دهید.

الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ ج) $A - B$

مساحت مثلث ABC را به دست آورید.



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $2\sqrt{2\sqrt{2}} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$

ب) $3\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{9}$

۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵

۱/۵

۲/۵

۱۲ $\tan x = 3 \Rightarrow \frac{3 \cos x}{-2 \sin x} = ?$

$\tan x = 3 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{3}$

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3 \cos x}{-2 \sin x} = \frac{-3}{2} \times \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

۱۳ در ربع سوم داریم: $\cos < 0, \sin < 0, \cot > 0, \tan > 0$
 $\tan \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \cot \theta = 4$

$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + (\frac{1}{4})^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{16}} = \frac{1}{\frac{17}{16}} = \frac{16}{17}$

$\cos^2 \theta = \frac{16}{17} \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{17}} = \pm \frac{4}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{ربع}} \cos \theta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{16}{17} = \frac{1}{17} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\xrightarrow{\text{ربع}} \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

۱۴ $\sin 3^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{12} \Rightarrow AH = \frac{12}{2} = 6$

$\cos 3^\circ = \frac{HC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \Rightarrow x = 6\sqrt{3}$

$\sin 6^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$

۱۵ $\alpha = 12^\circ \Rightarrow \tan 12^\circ = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3} = m$
 $y - y_0 = m(x - x_0)$

$A = [2, 0] \Rightarrow y - 0 = -\sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$

۱۶ $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha, 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 $\Rightarrow (1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \times \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1$

۱۷ الف $\sqrt[6]{a} > \sqrt{a} \xrightarrow{\text{به توان ۶ می رسانیم}} a^2 > a^3 \Rightarrow a^2(1 - a) > 0$

a^2 همواره مثبت می باشد، لذا: $1 - a > 0 \Rightarrow a < 1 \xrightarrow{\text{طبق فرض } a > 0} 0 < a < 1$

ب $\sqrt[6]{a} < \sqrt{a} \xrightarrow{\text{به توان ۶ می رسانیم}} a^2 < a^3 \Rightarrow a^2(a - 1) > 0$

$a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \xrightarrow{\text{فرض } a > 0} a > 1$

پاسخ آزمون نوبت اول (۱)

ریاضی (۱)

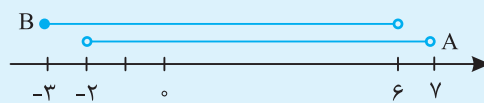
- ۱ درست
- ۲ نادرست
- ۳ درست
- ۴ نادرست
- ۵ سوم
- ۶ منتهای
- ۷ گزینۀ ۳

$m - 1 < 4 < 3m + 4$
 $m - 1 < 4 \Rightarrow m < 5$
 $4 < 3m + 4 \Rightarrow m > \frac{0}{3} \Rightarrow m > 0$
 $\Rightarrow 0 < m < 5$

۸ گزینۀ ۳

$b^2 = (1 - \sqrt{3})^2 (1 + \sqrt{3})^2$
 $\Rightarrow ((1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}))^2 = b^2 \Rightarrow b^2 = (1 - 3)^2 \Rightarrow b = \pm 2$

۹



$A \cup B = (-2, 7) \cup [-3, 6) = [-3, 7)$ (الف)

$A \cap B = (-2, 7) \cap [-3, 6) = (-2, 6)$ (ب)

$B' - A = (-\infty, -3) \cup [6, +\infty) - (-2, 7)$ (ج)
 $= (-\infty, -3) \cup [7, +\infty)$

۱۰

$\begin{cases} t_1 r^5 = 36 \\ t_2 r^5 = 972 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^5 = 36 \\ t_1 r^5 = 972 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1 r^5}{t_1 r^5} = \frac{972}{36} \Rightarrow r^5 = 27$
 $\Rightarrow r = \sqrt[5]{27} \Rightarrow r = 3$

$t_1 r^2 = 36 \Rightarrow t_1 (3)^2 = 36 \Rightarrow t_1 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow t_1 = 4$
 $t_1 r^5 = 4 \times 3^5 = 12 \times 3 = 36, t_2 r^5 = 12 \times 3 = 36, t_3 r^5 = 36 \times 3 = 108$

۱۱ مجموعه ۴ جمله اول $\Rightarrow 4, 12, 36, 108 \Rightarrow 160$

$\begin{cases} t_1 = 5 \\ t_5 = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^0 = 5 \\ t_1 r^4 = 80 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1 r^4}{t_1 r^0} = \frac{80}{5} = 16$
 $\Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2$

$5 \cdot 0 \times 2, 10 \times 2, 20 \times 2, 40 \cdot 8$ یا $5 \cdot 0 \times (-2), (-10) \times (-2), (20) \times (-2), 40 \cdot 8$

پس واسطه های هندسی برابر با ۰، ۲۰، ۴۰ یا برابر با ۰، ۱۰، ۲۰، ۴۰ هستند.

۵

$$A = (-\infty, 2)$$

$$B = (-5, 3)$$

$$A \cap B = (-5, 2)$$

$$C = (-2, +\infty)$$

$$(A \cap B) \cup C = (-5, +\infty)$$

۶

$$n(U) = 31$$

تعداد کل دانش آموزان

$$n(A) = 14$$

تعداد دانش آموزان گروه سرود

$$n(B) = 19$$

تعداد دانش آموزان گروه تئاتر

$$n(A \cap B) = 5$$

تعداد دانش آموزان هر دو گروه

$$n(A) - n(A \cap B) = 14 - 5 = 9 \text{ (الف) } \text{ ۹ نفر فقط عضو گروه سرود هستند.}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 14 + 19 - 5 = 28 \text{ (ب)}$$

۲۸ نفر عضو گروه سرود یا تئاتر هستند.

$$n(U) - n(A \cup B) = 31 - 28 = 3 \text{ ۳ نفر عضو هیچ گروهی نیستند.}$$

۷

$$-2 \leq 3x - 1 < 8$$

$$-1 \leq 3x < 9$$

$$-\frac{1}{3} \leq x < 3 \quad x \in \left[-\frac{1}{3}, 3\right)$$

۸

$$\begin{cases} t_1 + t_7 = 17 \\ t_1 + t_7 = 17 \Rightarrow t_1(1+r^6) = 17 \quad (1) \\ t_1 + t_7 = 68 \\ t_1 r + t_1 r^7 = 68 \Rightarrow t_1 r(1+r^6) = 68 \quad (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{(2)}{(1)} = \frac{t_1 r(1+r^6)}{t_1(1+r^6)} = \frac{68}{17} \Rightarrow r = 4 \Rightarrow t_1(1+16) = 17$$

$$\Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow t_n = t_1 r^{n-1} = 1 \times 4^{n-1} = 4^{n-1}$$

۹

$$4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \times \frac{1}{4} - 3 \times \frac{1}{3} + \sqrt{2}$$

$$= 1 - 1 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

۱۰

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin C$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \sin 30^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 17.5$$

۱۱

$$\text{ریشه صورت: } x = \pm 3$$

$$\text{ریشه مخرج: } x = -\frac{1}{2}$$

۱۸

$$\text{الف) } \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^5 \times a^5 \times 7}} = \frac{3}{2a}$$

$$\text{ب) } 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{-5}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-3} = 2^{-\frac{9}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right)^9} = \frac{1}{16} \sqrt[2]{\frac{1}{2}}$$

۱۹

$$\text{الف) } \frac{\sqrt{a-1} - \sqrt{a-1}}{a-1} = \frac{-2}{a-1}$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{16a^4} = \sqrt[3]{16a^2} \times \sqrt[3]{a^2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} \times \sqrt[3]{16a^2} \times \sqrt[3]{a^2} = \frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} \times \sqrt[3]{16a^4} \times \sqrt[3]{a^2} =$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} \times \sqrt[3]{16a^2} \times \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[3]{16a^4} = 2\sqrt[3]{16a^2} \times \sqrt[3]{16a^4}$$

$$= 2\sqrt[3]{128a^6} = 2\sqrt[3]{2^7 a^6} = 4a$$

۲۰

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}-3} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-3} \times \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + 3\sqrt[3]{2} + 9}{(\sqrt[3]{2})^2 + 3\sqrt[3]{2} + 9}$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + 3\sqrt[3]{2} + 9}{2-27} = \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + 3\sqrt[3]{2} + 9}{-25}$$

۲۱

$$x^2 - 6x = 7, \left(-\frac{6}{2}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 7 + 9 = 16 \text{ (الف)}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x-3=4 \\ x-3=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4(4)(3) = 121 \text{ (ب)}$$

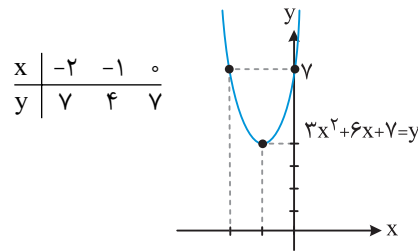
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+13 \pm \sqrt{121}}{8} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{4}$$

$$9 - 6x + x^2 = 0 \Rightarrow (3-x)^2 = 0 \Rightarrow 3-x=0 \Rightarrow x=3 \text{ (ج)}$$

۲۲

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(3)} = -\frac{6}{6} = -1 \Rightarrow y = 3(-1)^2 + 6(-1) + 7$$

$$= 3 \times 1 - 6 + 7 = 4$$



پاسخ آزمون نوبت اول (۲)

ریاضی (۱)

۱ نادرست

۲ درست

۳ درست

۴ نادرست



درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

اعداد به صورت چند مجموعه خاص دسته‌بندی شده‌اند که عبارتند از:

مجموعه اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

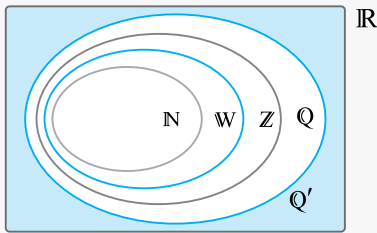
مجموعه اعداد حسابی: $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$

اعدادی که نتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد: $\mathbb{Q}' = \{ \dots \}$

مجموعه اعداد حقیقی: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

روابط بین مجموعه‌ها به صورت زیر است:



$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$
 $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$
 $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

هر نقطه دلخواه از هر کدام از این مجموعه‌ها را می‌توان روی محور اعداد نمایش داد و هر نقطه روی محور نشان‌دهنده یک عدد حقیقی است، چون همه مجموعه‌ها زیرمجموعه اعداد حقیقی‌اند.

بازه: زیرمجموعه‌هایی از \mathbb{R} که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد حقیقی مشخص باشند.

بازه بسته: بازه بسته a و b را به شکل $[a, b]$ نوشته و این گونه تعریف می‌کنیم:

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

اعداد حقیقی بین a و b که شامل خود a و b نیز می‌باشند.

بازه باز: بازه باز a و b را به شکل (a, b) نوشته و این گونه تعریف می‌کنیم:

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

اعداد حقیقی بین a و b که شامل خود a و b نمی‌باشند.

بازه نیم‌باز: بازه نیم‌باز a و b را به شکل $[a, b)$ نوشته و این گونه تعریف می‌کنیم:

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

اعداد حقیقی بین a و b که شامل a باشد و شامل b نباشد.

و یا بازه نیم‌باز a و b را به شکل $(a, b]$ نوشته و این گونه تعریف می‌کنیم:

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

اعداد حقیقی بین a و b که شامل b باشد و شامل a نباشد.

از نمادهای $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت) و $-\infty$ (منفی بی‌نهایت) برای نمایش بازه‌هایی که از یک طرف نامحدود هستند، استفاده می‌کنیم. اگر a را یک عدد حقیقی فرض کنیم، داریم:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
نیم‌باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم‌باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	

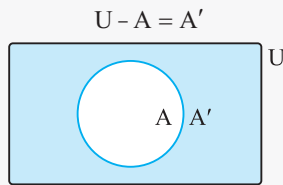
$+\infty$ و $-\infty$ عدد حقیقی نیستند.

فصل اول مجموعه، الگو و دنباله

- ◆ بازه $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$: شامل تمام اعداد حقیقی است و به عبارتی
- ◆ $A - B$: مجموعه‌ای است که اعضای آن فقط شامل بخشی از عضوهای مجموعه A است، یعنی مجموعه‌ای است که اعضای آن در A باشد و B نباشد. یا به عبارتی اگر از مجموعه A ، اعضای مجموعه B را خط بزیم، مجموعه $A - B$ به دست می‌آید.
- ◆ **مجموعه متناهی**: مجموعه‌ای را که بتوان تعداد اعضای آن را به صورت یک عدد حسابی بیان کرد، مجموعه متناهی می‌نامیم.
- ◆ **مجموعه نامتناهی**: مجموعه‌ای را که نتوان تعداد اعضای آن را به صورت یک عدد حسابی بیان کرد، مجموعه نامتناهی می‌نامیم.
- ◆ مجموعه‌هایی متناهی وجود دارند که تعداد عضوهای آن را می‌توان با یک عدد بیان کرد اما با صرف وقت زیادی می‌توانیم تعداد عضوهای این مجموعه را به دست بیاوریم.

درس دوم: متمم یک مجموعه

- ◆ **مجموعه مرجع**: در هر مسئله، مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های دیگر مسئله زیرمجموعه آن باشند، مجموعه مرجع می‌نامیم و آن را با U نمایش می‌دهیم.
- ◆ **مجموعه متمم**: هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، در این صورت $U - A$ را متمم مجموعه A می‌نامیم و با نماد A' نمایش می‌دهیم. A' مجموعه‌ای است که اعضای آن در مجموعه مرجع باشد، اما در A نباشد.

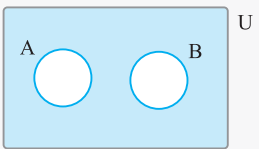


نوعی فرض کنید U مجموعه مرجع و A و B زیرمجموعه U باشند؛ آنگاه داریم:

$U - A = A'$ (۱)	$U' = \emptyset$ (۲)	$(A')' = A$ (۳)	$A \cap A' = \emptyset$ (۴)
$A \cup A' = U$ (۵)	$A - B = A \cap B'$ (۶)	$A - B = A - (A \cap B)$ (۷)	

◆ قوانین دمورگان عبارتند از:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad (۱) \quad (A \cap B)' = A' \cup B' \quad (۲)$$

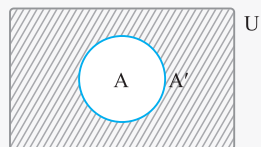


- ◆ دو مجموعه جدا از هم: دو مجموعه A و B را جدا از هم می‌گویند هرگاه هیچ عضو مشترکی نداشته باشند یا به عبارتی $A \cap B = \emptyset$ و نمودار آن‌ها به صورت روبه‌رو است:
- ◆ تعداد عضوهای مجموعه متناهی A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم.
- ◆ اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند، آنگاه تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B$ برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

- ◆ اگر U یک مجموعه متناهی باشد، آنگاه:

$$n(A') = n(U) - n(A)$$



۱) اگر A و B دو مجموعه متناهی و U مجموعه مرجع باشد، آنگاه:

 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cap B')$	 $n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$
--	---

۲) اگر A و B زیرمجموعه‌ای از مجموعه مرجع باشند به طوری که $A \subseteq B$ آن‌گاه $B' \subseteq A'$.



درس سوم: الگو و دنباله

- ◆ الگو: یک ساختار منظم از اشکال، تصاویر، وقایع و یا اعداد را که ممکن است تکرار شوند، رشد کننده، یا ترکیبی از این دو باشد، الگو می‌نامیم.
- ◆ a_n را جمله عمومی الگو می‌نامیم، در واقع جمله عمومی جمله‌ای است که با قرار دادن شماره هر جمله به جای n بتوانیم جملات دنباله را بنویسیم.
- ◆ الگوی خطی: الگوهایی را که جمله عمومی آنها به شکل $t_n = an + b$ است الگوی خطی می‌نامند که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابتی هستند.

نکته در الگوهای خطی، اختلاف هر دو جمله متوالی برابر ضریب a می‌باشد (که در معادله خط همان شیب خط است).

- ◆ الگوی غیرخطی: الگویی که جمله عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ نباشد را الگوی غیرخطی می‌گوییم.
- ◆ دنباله: هر تعداد عدد را که پشت سر هم قرار بگیرند یک دنباله می‌نامیم (منظور از اعداد، جملات دنباله‌اند).

توجه دنباله‌هایی وجود دارند که الگوی خاصی ندارند.

درس چهارم: دنباله‌های حسابی و هندسی

- ◆ دنباله حسابی: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود که به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می‌گویند و با نماد d نمایش می‌دهند.

نکته ۱) دنباله حسابی، الگویی خطی است.

$$d = t_2 - t_1 = t_n - t_{n-1}$$

۲) اگر جمله عمومی دنباله حسابی t_n باشد، داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

۳) رابطه جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول (t_1) و قدر نسبت (d) به این صورت است:

- ◆ واسطه حسابی: اگر a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه b را واسطه حسابی دو عدد a و c می‌گوییم و داریم:

$$2b = a + c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$$

- ◆ دنباله هندسی: دنباله‌ای را که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می‌آید دنباله هندسی می‌نامند.

این عدد ثابت، قدر نسبت دنباله نامیده می‌شود و با نماد r نمایش می‌دهیم.

- ◆ پیدا کردن قدر نسبت دنباله هندسی: برای به دست آوردن قدر نسبت، هر جمله را بر جمله قبلیش تقسیم می‌کنیم.

$$r = \frac{t_n}{t_{n-1}}$$

- ◆ پیدا کردن جمله عمومی دنباله هندسی: جمله n ام دنباله هندسی به صورت زیر است که در آن t_1 جمله اول و r قدر نسبت می‌باشد.

$$t_n = t_1 \cdot r^{n-1}$$

- ◆ **توجه** اگر $r > 0$ و $t_1 > 0$ باشند، جملات دنباله هندسی مثبت‌اند و اگر $r < 0$ آنگاه جملات دنباله هندسی، یکی در میان مثبت و منفی هستند و اگر $t_1 < 0$ و $r > 0$ جملات دنباله هندسی منفی هستند.

نکته اگر a و b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، b را واسطه هندسی می‌گوییم و از فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$b^2 = ac \quad \text{یا} \quad b = \pm\sqrt{ac}$$

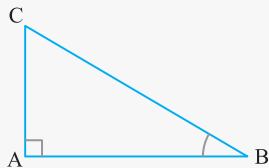
فصل دوم مثلثات

درس اول: نسبت‌های مثلثاتی

تشابه: اگر در دو مثلث زوایای نظیر با هم و نسبت اضلاع متناظر نیز باهم برابر باشند، آنگاه آن دو مثلث را متشابه می‌گوییم. در واقع هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

نویس: اگر دو مثلث قائم‌الزاویه، یک زاویه حاده برابر داشته باشند، آنگاه دو مثلث با هم متشابه‌اند. منفی هستند و اگر $\angle 1 < \angle 2$ و $\angle 2 > \angle 1$ جملات دنباله هندسی منفی هستند.

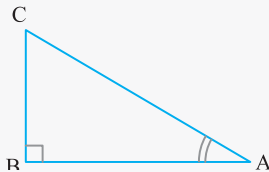
تائزانت و کتانزانت: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) تائزانت و کتانزانت زاویه حاده B به صورت زیر تعریف می‌شوند.



$$\tan B = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } B}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } B} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot B = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } B}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } B} = \frac{AB}{AC}$$

سینوس و کسینوس: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) سینوس و کسینوس زاویه حاده A به صورت زیر تعریف می‌شوند:



$$\sin A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه } A}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{AC}$$

رابطه بین $\tan A$ و $\cot A$ با $\sin A$ و $\cos A$ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) عبارتند از:

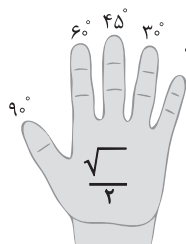
$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

نسبت‌های مثلثاتی: در یک مثلث قائم‌الزاویه، نسبت‌های سینوس، کسینوس، تائزانت و کتانزانت را نسبت‌های مثلثاتی می‌نامیم.

مقدار نسبت‌های مثلثاتی زوایای $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ و 90° در جدول زیر مشاهده می‌کنیم.

نسبت مثلثاتی \ زاویه	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعریف نشده
$\cot A$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0



برای اینکه مقادیر جدول را به راحتی به خاطر بسپارید، کف دستتان را در نظر بگیرید. وسط کف دستتان 90° ، انگشت شست 60° ، انگشت میانی 45° ، انگشت حلقه 30° و انگشت کوچک 0° را قرار دهید و فرض کنید زاویه‌های 0° ، 30° ، 45° و 60° به ترتیبی که در شکل مقابل نشان داده شده است، قرار گیرند. حال برای به‌دست آوردن مقدار کسینوس‌ها از سمت انگشت شست و برای به‌دست آوردن مقدار سینوس‌ها از سمت انگشت کوچک شروع کنید. در هر مرحله برای به‌دست آوردن مقدار زاویه مورد نظر تعداد انگشت‌های قبل از آن را می‌شماریم و در زیر رادیکال کف دست قرار می‌دهیم.