

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



فهرست مطالب

ریاضی و آمار (۱)

شماره صفحه	فهرست مطالب
۶	آزمون نوبت اول (۱)
۸	آزمون نوبت اول (۲)
۱۰	آزمون نوبت اول (۳)
۱۲	آزمون نوبت اول (۴)
۱۴	آزمون نوبت دوم (۱)
۱۶	آزمون نوبت دوم (۲)
۱۸	آزمون نوبت دوم (۳)
۲۰	آزمون نوبت دوم (۴)
۲۲	آزمون نوبت دوم (۵)
۲۴	آزمون نوبت دوم (۶)
۲۶	آزمون نوبت دوم (۷)
۲۸	آزمون نوبت دوم (۸)
۳۰	آزمون نوبت دوم (۹)
۳۲	آزمون نوبت دوم (۱۰)
۳۴	پاسخنامه تشریحی
۵۳	خلاصه فصل‌ها

سوالات آزمون های

ترم اول

و

ترم دوم



آزمون نوبت اول (۲)

الف) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

ریشه‌های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ برابر و است.

در تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مقدار $f(2)$ برابر است با
 $f(x): x^2 + 2$

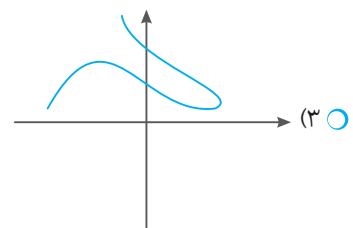
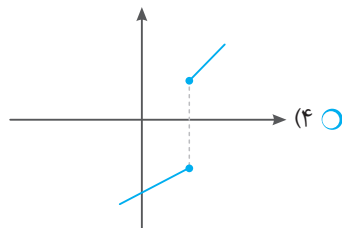
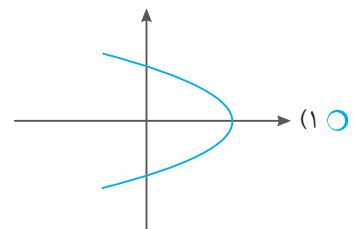
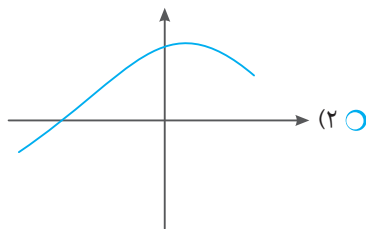
در حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $c = 0$ باشد از روش استفاده می‌کنیم.

ب) گزینه درست را انتخاب کنید.

مختصات رأس سهمی $y = x^2 - 6x + 4$ کدام است؟

- (۱) (۳، ۵)
 (۲) (۲، -۵)
 (۳) (۲، -۵)
 (۴) (-۲، -۵)

کدام نمودار نشان‌دهنده یک تابع است؟



ج) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن ۳- و ۵ باشد و ضریب x آن ۴- باشد.

معادله درجه دومی بنویسید که $x = 3$ ریشه مضاعف آن باشد.

هر یک از معادله‌های زیر را به روش خواسته شده حل نمایید.

الف) $3x^2 - 5x - 2 = 0$ (روش کلی)

ب) $x^2 + 4x - 5 = 0$ (روش مربع کامل)

مجموع سه عدد متوالی ۴۸۳ است. رقم دهگان عدد بزرگ‌تر را بیابید.

الف) به ازای چه مقدار k معادله $\frac{k}{x} = \frac{x+1}{x+k}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

ب) معادله مقابل را حل کنید.

$$\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$$

کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م) دو عبارت $a^2 - 9$ و $a^2 + 6a + 9$ را بنویسید.

محیط مربعی را به دست آورید که قطر آن $2\sqrt{2}$ باشد.

- ۱
۲
۳
۴
۵
۶
۷
۸
۹
۱۰
۱۱
۱۲



آزمون نوبت اول (۴)

الف) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

در حل معادله درجه دوم، اگر $\Delta > 0$ باشد آن گاه معادله ----- جواب دارد.

اگر یکی از جواب‌های معادله $3x^2 + mx - 8 = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر این معادله ----- است.

در سهمی $ax^2 + bx + c = 0$ ، محور تقارن برابر با ----- است.

دامنه تابع $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ برابر ----- است.

ب) به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) معادله درجه دومی بنویسید که $x = -3$ و $x = 2$ جواب‌های آن باشد.

ب) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه مضاعف داشته باشد.

چهارده برابر عددی از هفده برابر آن ۸۴ واحد کمتر است. مربع ربع این عدد را به دست آورید.

معادله زیر را به روش مربع کامل کردن حل کنید.

$$6x^2 + 6x - 1 = 0$$

معادلات زیر را با روش خواسته شده حل کنید.

الف) (تجزیه) $9x^2 + 3x - 2 = 0$

ب) (دلتا) $3x^2 - x + 4 = 0$

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $3x^2 + 5x - 2 = 0$ باشند، بدون حل معادله مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست آورید.

تابع درآمد و هزینه ماهانه یک تولیدی پیراهن به صورت زیر تعریف شده است:

$$R(x) = -21x + x^2, C(x) = -100 - x$$

الف) معادله سود این کارخانه را بنویسید.

ب) سود کارخانه پس از چندمین کالا حاصل می‌شود؟

معادله گویای زیر را حل کنید.

$$\frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = x+3$$

اگر رابطه f تابع باشد، در این صورت $x^2 + y^2$ را بدست آورید.

$$f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. بررسی کنید تابع f کدام است؟

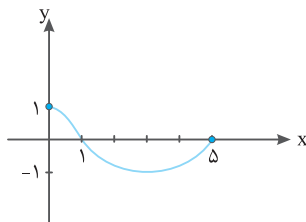
ب) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x-4} \end{cases}$

الف) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2(x-4)^3 \end{cases}$

د) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4 \end{cases}$

ج) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x^3 - 4 \end{cases}$

دامنه و برد تابع زیر را مشخص کنید.



آزمون نوبت دوم (۳)

۱/۵

معادله‌های زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

۱۲

الف) (روش دلتا) $5x^2 + 3x - 3 = 0$

ب) (روش ریشه‌گیری) $3x^2 - 27 = 0$

۰/۵

معادله خطی را که از دو نقطه $(-1, 1)$ و $(-5, 5)$ می‌گذرد، بنویسید.

۱۳

۱/۵

مفاهیم زیر را تعریف کنید.

۱۴

الف) نمونه تصادفی:

ب) واحد آماری:

ج) آماره نمونه:

۱

نوع هر یک از متغیرهای زیر را تعیین کنید.

۱۵

الف) رنگ لباس

ب) سن شرکت کنندگان مسابقه کاراته استانی

۲

روش‌های گردآوری داده‌ها را توضیح دهید.

۱۶

۱/۵

میانگین، واریانس و انحراف معیار داده‌های زیر را حساب کنید.

۱۷

۸, ۱۳, ۲۳, ۴۴, ۴۷

۱/۵

نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر را رسم کنید.

۱۸

۴۷۵, ۲۳۲, ۳۲۶, ۵۱۴, ۷۰۲, ۷۵۴, ۷۳۲, ۵۰۱, ۴۸۰

۲

نمودار مستطیلی داده‌های زیر را رسم کنید.

۱۹

دسته‌ها	فراوانی
$[0, 5/5]$	۲۵
$[5/5, 10/5]$	۳
$[10/5, 15/5]$	۱۵
$[15/5, 20/5]$	۱۰

۱

برای داده‌های زیر نمودار راداری رسم کنید.

۲۰

نام درس	نمره درس	پیشینه
فارسی	۱۷	۲۰
ریاضی	۱۲	۲۰
عربی	۱۸	۲۰
تاریخ	۲۰	۲۰
زبان	۱۹	۲۰



آزمون نوبت دوم (۶)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

میانگین عبارت است از مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها
قد یک متغیر کمی است

رابطه $\{(2, 3), (5, 6), (3, 6), (5, y), (3, x), (2, x - y)\}$ تابع است.

در یک مستطیل اگر طول ۲ برابر عرض باشد، آنگاه مساحت برحسب عرض یک تابع خطی است.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

مقداری از متغیر است که بیشترین فراوانی را دارد.

مشخصه‌ای عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه بدست می‌آید.

تقریباً مشاهدات در بازه $(\bar{x} - 3\delta, \bar{x} + 3\delta)$ واقع شده‌اند.

اگر داده دور افتاده داشته باشیم مناسب‌تر است به جای میانگین از استفاده کنیم.

ج) گزینه درست را انتخاب کنید.

قد دانش‌آموزان یک متغیر

اسمی (۱) ترتیبی (۲) فاصله‌ای (۳) نسبتی (۴)

در حل معادلات درجه دو اگر $\Delta = 0$ ، آن‌گاه

معادله جواب ندارد. (۱) دو جواب مثل هم دارد (ریشه مضاعف) (۲)

دو جواب متفاوت دارد. (۳) هیچ‌کدام (۴)

د) به سوالات زیر پاسخ دهید.

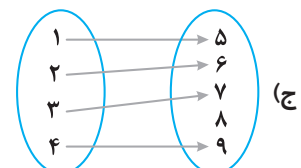
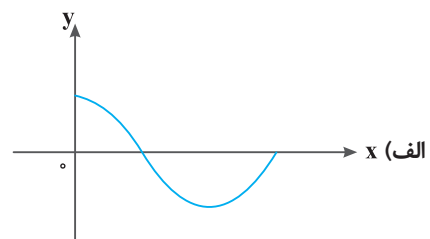
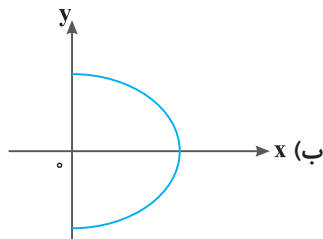
کدام یک از معادله‌های زیر، به ازای هر مقدار a همواره دارای جواب حقیقی است؟

الف) $ax^2 + x + a = 0$ ب) $x^2 - 2x + a = 0$

به ازای کدام مقدار از a معادله دارای جواب خواهد بود؟

$$\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{x - 3}{a + 1}$$

در هر یک از موارد زیر مشخص کنید کدام تابع است و کدام تابع نیست؟



د) رابطه‌ای که به هر شخص کد ملی‌اش را نسبت می‌دهد.



آزمون نوبت دوم (۱۰)

۱/۵

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

۱. در معادله درجه دوم $3x^2 + 5x - 1 = 0$ ضرب ریشه‌ها $-\frac{1}{3}$ است.
۲. انحراف معیار یکی از شاخص‌های پراکنندگی است.
۳. هر خط موازی محور x ها نمودار تابع را در یک نقطه قطع می‌کند.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۴. در منحنی نرمال ۶۸ درصد داده‌ها در بازه هستند.
۵. دادگان‌ها شامل اطلاعات هستند.

ج) گزینه درست را انتخاب کنید.

۶. کدام متغیر زیر کمی نیست؟
 - (۱) آلودگی هوا
 - (۲) سن افراد
 - (۳) رنگ مو
 - (۴) وزن
۷. اگر در تابع $f(x) = 2ax^2 - 2x - (a + 3)$ ، $f(2) = 7$ باشد، a چقدر است؟
 - (۱) صفر
 - (۲) ۲
 - (۳) $\frac{8}{7}$
 - (۴) $\frac{14}{9}$

د) وصل کنید.

عبارت‌های مرتبط را به هم وصل کنید.

- | | | |
|---|-----------------------|--------------|
| الف) مقداری که ۲۵ درصد داده‌ها قبل از آن هستند. | <input type="radio"/> | یک (a) |
| ب) شیب خط $y = 4$ | <input type="radio"/> | صفر (b) |
| ج) داده‌ای با بیشترین فراوانی | <input type="radio"/> | چارک اول (c) |
| د) تعداد جواب‌های $2 - \frac{1}{x} + x$ | <input type="radio"/> | صدک (d) |
| | <input type="radio"/> | مد (e) |

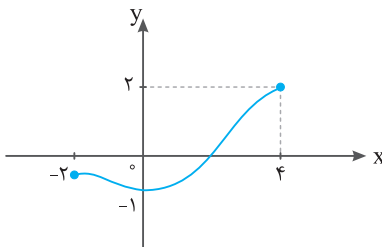
ه) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم زیر را بیابید.

$y = -2x^2 + 4x + 6$

۱۰. معادله $3x^2 - 5x - 8 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

۱۱. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه مضاعف $\frac{1}{4}$ داشته باشد و ضریب x^2 آن ۳ باشد.
 ۱۲. با توجه به نمودار مقابل برد و دامنه تابع را بیابید.



پاسخ نامه تشریحی



$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{16} - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} + \frac{9}{16} = -\frac{8}{16} + \frac{9}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{3}{4})^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \\ x = +\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \end{cases}$$

۱۱

$$(2x+2)(3x-4) = 12$$

$$6x^2 - 8x + 6x - 8 = 12 \Rightarrow 6x^2 - 2x - 20 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 480 = 484, x = \frac{2 \pm 22}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

۱۲

$$ax^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16a = 4 \Rightarrow +16a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{16}$$

۱۳

$$\Delta = (m-1)^2 - 4m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m = 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 1 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 = 32, m = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

۱۴

$$\frac{x-1}{2x} = \frac{3}{x+1} \Rightarrow x^2 - 1 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$\Delta = 36 + 4 = 40, x = \frac{6 \pm \sqrt{40}}{2} = 3 \pm \sqrt{10}$$

۱۵

$$\text{اگر } 2 - x = x \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow 3y - 2 = 3 \Rightarrow 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

از طرفی:

$$2 - x \neq 2 \Rightarrow -x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

بنابراین x نمی‌تواند ۰ باشد.

اگر $x = 1$ باشد، y باید $\frac{5}{3}$ باشد.

برای $\{0, 1\} - \mathbb{R}$ ، $x \in \mathbb{R}$ می‌تواند هر مقداری باشد.

۱۶

$$f(1) = 1, f(2) = 4, f(3) = 9 \Rightarrow R_f = \{1, 4, 9\}$$

$$g(\sqrt{3}) = \sqrt{3}, g(2) = 2, g(4) = 4, g(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow R_g = \{\sqrt{3}, 2, 4, \sqrt{5}\}$$

پاسخ آزمون نوبت اول (۱)

ریاضی و آمار (۱)

۱ نادرست

۲ درست

۳ x ها

۴ سود

۵ گزینه ۴

۶ گزینه ۳

۷

الف) جمع ریشه‌های $x^2 - 1 = 0$

۱ (a)

ب) طول رأس سهمی $y = 2x^2 - 4x + 1$

۲ (b) $\mathbb{R} - \{2\}$

ج) دامنه $f(x) = \frac{3x}{x-2}$

۵ (c)

۰ (d)

۸

$$x = 4 \Rightarrow (4)^2 + M(4) - 12 = 0 \Rightarrow 16 + 4M - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 4M = 0 \Rightarrow 4M = -4 \Rightarrow M = -1$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 48 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

۹

$x = -3$ را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{3(-3)^2 + t}{((-3)^2 + 1)^2 - 68} \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + t}{32}$$

حال معادله به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow 27 + t = \frac{7(32)}{8} \Rightarrow 27 + t = 28$$

$$\Rightarrow t = 28 - 27 \Rightarrow t = 1$$

۱۰

$$x^2 - 15x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 16)(x + 1) = 0$$

الف)

$$\Rightarrow x = 16, x = -1$$

$$\Delta = 9 + 160 = 169$$

ب)

$$x = \frac{3 \pm 13}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{16}{10} = 1.6 \end{cases}$$

ج)

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

۱۶

الف) $P(x) = R(x) - C(x)$ (تابع سود)

$$P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 30x - (40 + 18x)$$

$$P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 30x - 40 - 18x = -\frac{1}{4}x^2 + 12x - 40$$

ب) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{-12}{-\frac{1}{2}} = 12$

به ازای تولید ۱۲ کالا بیشترین سود حاصل می‌شود.

بیشترین مقدار سود: $-\frac{1}{4}(12)^2 + 12(12) - 40 = -36 + 144 - 40 = 32$

۱۷

$$y = x^2 + 1$$

طول نقطه رأس سهمی: $\frac{0}{4} = 0 \Rightarrow y = (0)^2 + 1 = 1$

رأس سهمی: (۰، ۱)

x	-1	0	1
y	2	1	2

$$y = 2x^2 - 3$$

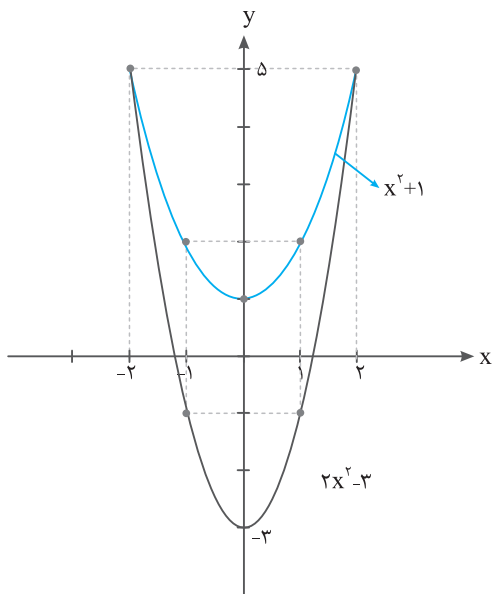
طول نقطه رأس سهمی: $\frac{0}{4} = 0 \Rightarrow y = 2(0)^2 - 3 = -3$

رأس سهمی: (۰، -۳)

x	-1	0	1
y	-1	-3	-1

برای به دست آوردن نقطه برخورد، معادله دو سهمی را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 1 = 2x^2 - 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$



۹

$x = 2$ را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{2-2}{3} + \frac{2+k}{2} = 2 \Rightarrow \frac{0}{3} + \frac{2+k}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2+k}{2} = 2 \Rightarrow 2+k = 4 \Rightarrow k = 4-2 \Rightarrow k = 2$$

۱۰

الف) $9x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow (3x+1)(3x+1) = 0 \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

ب)

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ج)

$$3x^2 - 7x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7}{3}x - \frac{10}{3} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7x}{3} + \frac{49}{36} = \frac{10}{3} + \frac{49}{36}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{7}{6})^2 = \frac{120 + 49}{36} = \frac{169}{36}$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{6} = \pm \frac{13}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{6} \\ x = -1 \end{cases}$$

۱۱

$$(x+3)(x-4) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 1 - 1 - 12 = -12$$

۱۲

$$f(x) = x^2 + 2$$

الف)

$$f(0) = 2, f(1) = 3, f(\sqrt{2}) = 4, f(\sqrt{3}) = 5, f(\sqrt{5}) = 7$$

ب)

$$R_f = \{2, 3, 4, 5, 7\}$$

۱۳

ب) تابع نیست

الف) تابع است

د) تابع است

ج) تابع است

۱۴

$$f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow f(2) = 8$$

$$g(x) = \frac{x-1}{x-3} \Rightarrow g(-1) = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$f(2) + g(-1) = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

۱۵

$$x^2 + kx + 2 = 0 \xrightarrow{x=2} (2)^2 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$$

$$x^2 + kx + 2 = 0 \xrightarrow{k=-3} x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

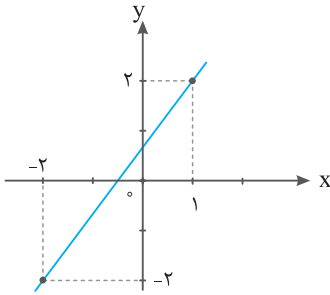
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} A \rightarrow B \\ x^2 + 3x \end{cases}$$

$$f(1) = 4, f(2) = 10, f(0) = 0, f(-2) = -2, f(-4) = 4$$

$$R_f = \{4, 1, 0, -2, 4\}$$

$$(x-2)(x-(-3)) = 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$



$$f(1) = 2 \Rightarrow A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{4}{5-2} = \frac{4}{3}$$

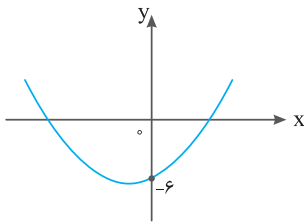
$$y - 2 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

$$y = 5x^2 + \sqrt{5}x - 6$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-\sqrt{5}}{10}$$

$$y = \frac{25}{100} - \frac{5}{100} - \frac{600}{100} = \frac{-25}{100} - \frac{600}{100} = \frac{-625}{100}$$

$$\text{رأس سهمی} = \left(\frac{-\sqrt{5}}{10}, \frac{-625}{100} \right)$$



طول مستطیل: a

عرض مستطیل: b

$$2(a+b) = 24, a = 8 \Rightarrow 2(8+b) = 24$$

$$\Rightarrow 8+b = 12 \Rightarrow b = 4$$

$$S = a \times b = 8 \times 4 = 32$$

۱۶

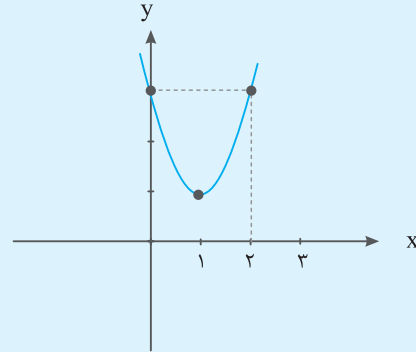
سهمی را به شکل استاندارد می‌نویسیم:

$$y = 2(x^2 - 2x + 1) + 1 \Rightarrow y = 2x^2 - 4x + 2 + 1 \Rightarrow y = 2x^2 - 4x + 3$$

$$\text{طول رأس سهمی: } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \text{رأس سهمی (۱، ۱)}$$

$$y = 2(1)^2 - 4(1) + 3 = 1$$

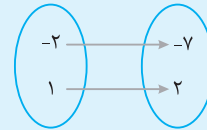
x	0	1	2
y	3	1	3



۱۷

$$x = -2 \Rightarrow y = 3(-2) - 1 = -7$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3(1) - 1 = 2$$



پاسخ آزمون نوبت دوم

ریاضی و آمار (۱)

درست ۱

درست ۲

درست ۳

درست ۴

تعریف نشده است. ۵

داده‌ها برابر هستند. ۶

گزینه ۲ ۷

گزینه ۲ ۸

۹

$$\text{به تنهایی } B: 3^0 \text{ (ساعت)} \quad B = x = 3^0$$

$$\text{به تنهایی } A: 2^0 \text{ (ساعت)} \quad A = x - 1^0$$

هر دو با هم = y

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1^0} = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{2x-1^0}{x^2-1^0x} = \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2-1^0x}{2x-1^0} \Rightarrow y = \frac{600}{50} = 12 \text{ ساعت}$$

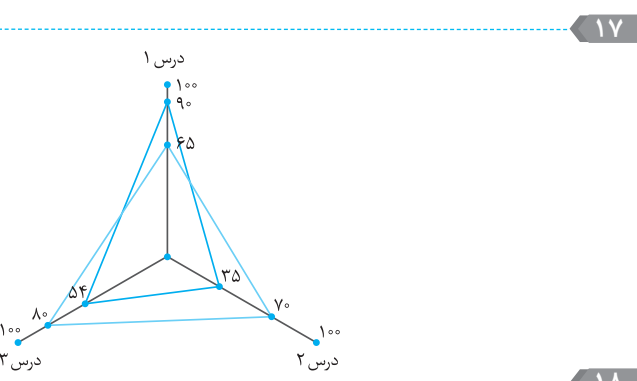
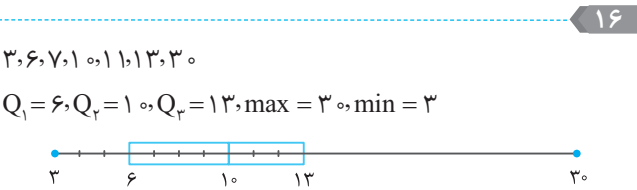
۱۱
 $x^2 + 3x + 3 = 6 \Rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0$
 $\Delta = 9 + 12 = 21 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$

۱۲
 $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$

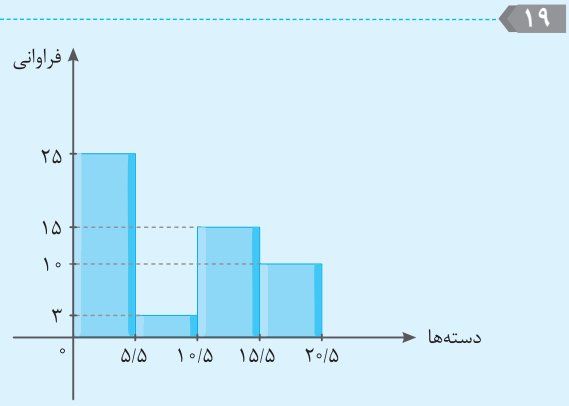
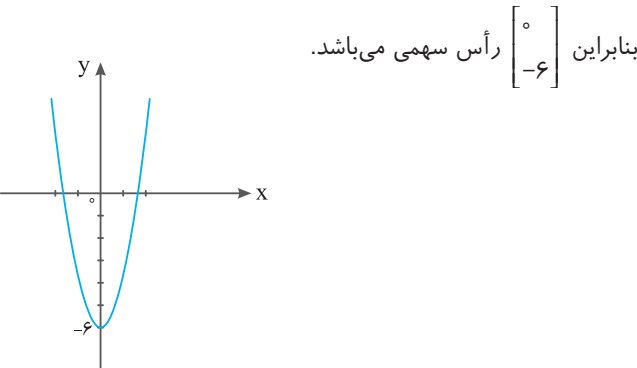
۱۳
 $3a + 5 = 4 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{3}$

۱۴
 $f(\sqrt{3}) = 6, f(5) = 28, f(\sqrt{7}) = 1, f(1) = 124$
 $R_f = \{6, 28, 1, 124\}$

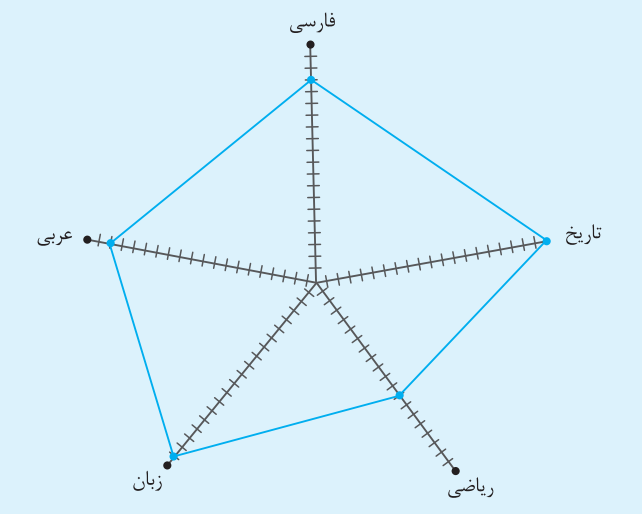
۱۵
 میانگین: $\bar{x} = \frac{5+8+6+4+2}{5} = 5$
 واریانس: $\sigma^2 = \frac{(5-5)^2 + (8-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (2-5)^2}{5}$
 $= \frac{20}{5} = 4$
 انحراف معیار: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4} = 2$



۱۸
 $y = (\sqrt{3}x + \sqrt{6})(\sqrt{3}x - \sqrt{6}) = 3x^2 - 6$
 عرض رأس = $y = -6$ (جایگذاری)
 $x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2 \times 3} = 0$ طول رأس



۲۰
 ۵ تا متغیر داریم پس باید نمودار را ۵ قسمت کنیم.
 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$



پاسخ آزمون نوبت دوم (۲) | ریاضی و آمار (۱)

- ۱ درست
- ۲ نادرست
- ۳ درست
- ۴ متغیر
- ۵ آماره نمونه - نمونه
- ۶ گزینه ۱
- ۷ گزینه ۴
- ۸ گزینه ۱
- ۹ گزینه ۱
- ۱۰

$$\frac{4}{x-3} + \frac{3}{x+3} - \frac{7x}{x^2-9} = \frac{4x+12+3x-9-7x}{x^2-9} = \frac{3}{x^2-9}$$

۱۶

الف) پرسش نامه ب) دادگان

۱۷

۲, ۳, ۴, ۵, ۸, ۸, ۸, ۱۰, ۱۱

min = ۲, max = ۱۱

$Q_0 = ۲, Q_1 = ۳/۵, Q_2 = ۹, Q_3 = ۱۱$

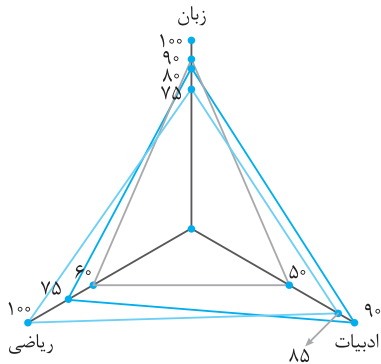


۱۸

نمودار حبابی برای نشان دادن وضعیت همزمان سه متغیر به کار می‌رود. و نمودار پراکنش نگاشت برای نشان دادن وضعیت همزمان دو متغیر به کار می‌رود.

۱۹

زبان: $\frac{۱۵}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۷۵, \frac{۱۶}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۸۰, \frac{۱۸}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۹۰$
 ادبیات: $\frac{۱۷}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۸۵, \frac{۱۸}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۹۰, \frac{۱۰}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۵۰$
 ریاضی: $\frac{۲۰}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۱۰۰, \frac{۱۵}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۷۵, \frac{۱۲}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۶۰$



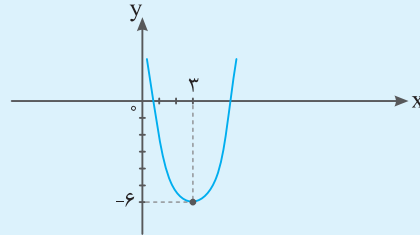
۱۴

$$f(x) = x^2 - 6x + 3$$

الف) رأس سهمی $= \left[\begin{matrix} ۳ \\ -۶ \end{matrix} \right]$, $f(۳) = -۶ \Rightarrow$ طول رأس سهمی $= \frac{۶}{۲} = ۳$

ب) خط تقارن: $x = ۳$

ج) دهانه سهمی رو به بالاست.



۱۵

برای این که بدانیم پراکندگی کدام یک بیشتر است، میانگین، واریانس و انحراف معیار داده‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\text{دسته اول: } \bar{x}_1 = \frac{۱۲+۱۱+۲۰+۱۸+۱۷+۲۵+۲۳+۱۴+۲۲}{۹} = ۱۸$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(۱۲-۱۸)^2 + (۲۰-۱۸)^2 + \dots + (۱۴-۱۸)^2 + (۲۲-۱۸)^2}{۹} = ۲۲$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2} = 5$$

$$\text{دسته دوم: } \bar{x}_2 = \frac{۸۵+۸۶+۵۰+۴۴+۴۰+۷۸+۶۰+۸۸+۹۰+۴۹}{۱۰} = ۶۷$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(۸۵-۶۷)^2 + (۸۶-۶۷)^2 + \dots + (۹۰-۶۷)^2 + (۴۹-۶۷)^2}{۱۰} = ۳۷۰$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2} = \sqrt{۳۷۰} = ۱۹$$

$$\bar{x}_1 < \bar{x}_2, \sigma_1^2 < \sigma_2^2, \sigma_1 < \sigma_2$$

در نتیجه داده‌های دسته دوم پراکندگی بیشتری دارند.

خلاصه درس‌ها

◆ زوج مرتب: هر نقطه در صفحه دکارتی که مختصات y_1, x_1 را دارد $\left(\begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix} \right)$ به صورت (x_1, y_1) می‌نویسیم و به آن زوج مرتب x_1 و y_1 می‌گوییم. دقت کنید که ترتیب بسیار مهم است یعنی زوج مرتب (x_1, y_1) با زوج مرتب (y_1, x_1) بسیار متفاوت است و $(x_1, y_1) \neq (y_1, x_1)$

◆ دو زوج مرتب (x_1, y_1) و (x_2, y_2) زمانی با هم برابرند که $x_1 = x_2$ و $y_1 = y_2$

◆ رابطه: یک رابطه اعضای مجموعه A را به اعضای مجموعه B ربط می‌دهد. یعنی یک رابطه چیزی است که هر یک از اعضای مجموعه A را به یک عضو یا عضوهایی از مجموعه B مربوط می‌کند. هر رابطه را می‌توانیم با مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب نشان دهیم که در آن برای هر زوج مرتب به شکل (a, b) داریم: $a \in A$ و $b \in B$.

مثال اگر $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ باشند در این صورت $R = \{(1, 4), (1, 5), (2, 5)\}$ یک رابطه بین A و B است.

◆ تابع: یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود هرگاه متناظر با هر عضو A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر یا مربوط کرد.

◆ از نظر زوج مرتبی: اگر یک رابطه را به صورت زوج مرتب نشان دهیم در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشیم. اگر مؤلفه‌های اول برابر بود باید مؤلفه‌های دوم هم برابر باشند.

◆ نمودار ون: اگر رابطه را با نمودار ون نشان دهیم در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود.

◆ نمودار تابع در صفحه مختصات: اگر نمودار مختصاتی یک رابطه داده شود در صورتی این رابطه تابع است که هیچ خطی موازی محور y ها نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نکند. (هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.)

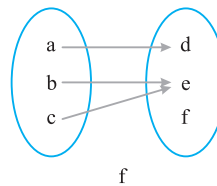
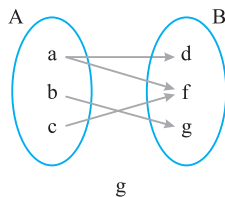
مثال در هر قسمت کدام یک از موارد داده شده تابع است؟

الف $g = \{(1, 3), (1, 1), (2, 3), (2, 4), (5, 1)\}$

ب $f = \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$

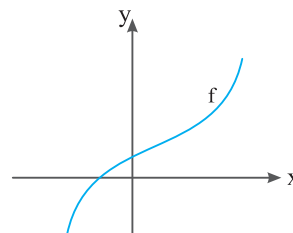
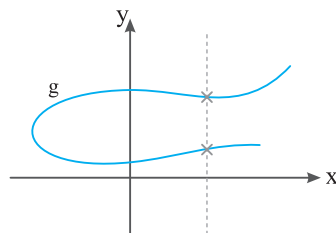
ف تابع است اما گ تابع نیست.

ب)



گ تابع نیست زیرا از a دو پیکان رسم شده است.

ج)

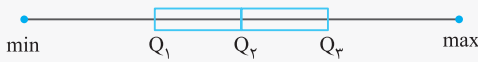


ف تابع است، زیرا هر خط که موازی محور y ها رسم کنیم نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

فصل چهارم نمایش داده‌ها

نمودارها

- ◆ **نمودار دایره‌ای:** برای نشان دادن متغیرهای کیفی اسمی به کار می‌رود و درصد پراکندگی آن‌ها را مشخص می‌کند. برای محاسبه زاویه مرکزی هر متغیر از رابطه $\alpha = \frac{F}{N} \times 360$ استفاده می‌کنیم. فراوانی داده مورد نظر و N کل داده‌ها است.
- ◆ **نمودار میله‌ای:** این نمودار برای نمایش متغیرهای کیفی و متغیرهای کمی نسبتی استفاده می‌شود که برای رسم این نمودار متغیرها را روی محور X ها با فاصله یکسان می‌نویسیم و فراوانی آن‌ها را روی محور Y نشان می‌دهیم.
- ◆ **نمودار خط شکسته:** از این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مثلا متغیرهای وابسته به زمان استفاده می‌کنیم. برای رسم اگر در نمودار میله‌ای به جای رسم میله‌ها فقط نقاط را مشخص کنیم و نقاط را به هم وصل کنیم نمودار خط شکسته به دست می‌آید.
- ◆ **نمودار مستطیلی:** از این نمودار برای متغیرهای کمی فاصله‌ای استفاده می‌کنیم که داده‌ها به صورت دسته‌بندی باشند که روی محور X بازه‌ها را مشخص کرده و روی محور Y فراوانی هر دسته را مشخص می‌کنیم.
- ◆ **نمودار جعبه‌ای:** میزان پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهد و به صورت زیر است:



Q_1 : چارک اول

Q_2 : میانه

Q_3 : چارک سوم

min: کوچکترین داده

max: بزرگترین داده

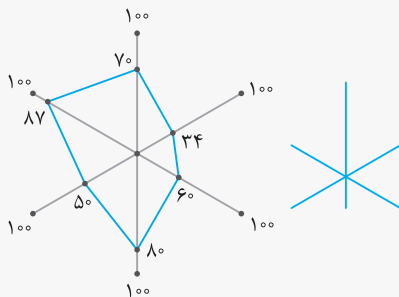
- ◆ **نمودار نقطه‌ای:** برای داده‌های متغیرهای کمی نسبتی و متغیرهای کیفی ترتیبی استفاده می‌کنیم که متغیرها را در جدولی چیده و بالای آن‌ها به تعداد فراوانی نقطه می‌گذاریم.

نمودارهای چند متغیره

- ◆ **نمودار حیابی:** هر نقطه در دایره نمودار حیابی در واقع یک سه تایی مرتب به صورت (V_1, V_2, V_3) را مشخص می‌کند که در آن داریم:
 - V_1 : موقعیت نقطه روی محور افقی
 - V_2 : موقعیت نقطه روی محور عمودی
 - V_3 : اندازه نقطه (مساحت دایره)

نوعی مقادیر متغیر سوم در نمودارهای حیابی نباید دارای مقادیر منفی یا صفر باشند.

- ◆ **نمودار راداری یا تار عنکبوتی:** برای نمایش داده‌های چند متغیره در قالب نمودار دوبعدی به کار می‌رود که در آن سه متغیر کمی یا بیشتر روی محورهای نشان داده می‌شوند که نقطه شروع آن‌ها همه یکی است.



- محل قرارگیری زاویه‌ها هیچ اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کند.
- نمودار راداری به شکل پره‌های یک چرخ تشکیل می‌شود که در نقطه‌ای مرکزی به یکدیگر اتصال دارند و با زاویه‌ای یکسان گرداگرد آن نقطه قرار گرفته‌اند.
- مثلا برای رسم n متغیر، زاویه بین محورها از رابطه $\frac{360}{n}$ به دست می‌آید. برای رسم این نمودار در هر متغیر مقدار مورد نظرمان را بر مقدار ماکزیمم داده‌های آن متغیر تقسیم می‌کنیم و در 100 ضرب می‌کنیم عدد حاصل را روی محور مشخص می‌کنیم و سپس نقاط به دست آمده را به هم وصل می‌کنیم.

- ◆ **نمودار پراکنش نگاشت:** نمودارهای ۲ متغیره است که با مختصات (a, b) تشکیل شده است و a متغیری است که روی محور X و b متغیری است که روی محور Y تغییر می‌کند، یا نشان داده می‌شود و برای متغیرهایی است که وابسته به هم تغییر می‌کند مثل جمعیت استان‌های ایران و مساحت آن‌ها.

فصل اول معادله درجه دوم

سال پیش با معادله درجه اول آشنا شدید.

هر معادله به شکل $ax + b = 0$ یک معادله درجه اول است که جواب آن $x = -\frac{b}{a}$ است. (طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول)

$$x = \frac{3}{7}$$

مثال در معادله $7x - 3 = 0$ مقدار x را بیابید.

کاربرد معادله درجه اول در مسائل توصیفی

در این گونه مسائل ابتدا پیدا می کنیم که چه چیز را باید مجهول (x) قرار دهیم و معادله مسأله را به صورت معادله ای بر حسب x می نویسیم، سپس مقدار x را می یابیم.

مثال جواد تعدادی خودکار که قیمت هر کدام ۱۰ تومان است خریداری کرد، اما یک ساعت پس از خرید متوجه شد که دو تا از آنها نمی نویسند. اگر او ۴۰ تومان برای خرید خودکارهای سالم داده باشد در مجموع چند خودکار خریده است؟
 x : تعداد خودکارها

$$10x - 20 = 40 \Rightarrow 10x - 60 = 0 \Rightarrow x = 6$$

او ۶ خودکار خریده است.

معادله درجه ۲

هر معادله ای که پس از ساده شدن به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ درآید یک معادله درجه ۲ محسوب می شود. برای حل معادله درجه ۲ از راه های زیر کمک می گیریم:

- ۱- تجزیه
- ۲- روش ریشه گیری
- ۳- روش مربع کامل
- ۴- روش دلتا

روش تجزیه: در این روش ابتدا معادله درجه دوم را تجزیه می کنیم سپس هر پرانتز را برابر صفر قرار می دهیم و معادله های درجه اول به دست آمده را حل می کنیم.

مثال ریشه های معادله $4x^2 + 10x + 6 = 0$ را به روش تجزیه به دست آورید.

$$(2x+2)(2x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+2=0 \Rightarrow x=-1 \\ 2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

روش ریشه گیری: این روش مختص معادله های درجه دومی است که در آن ها $b = 0$ است و داریم $ax^2 + c = 0$ که جواب این دسته از معادلات

عبارت است از: $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

مثال معادله $4x^2 - 16 = 0$ را حل کنید.

$$4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{16}{4}} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$