

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com

+



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰





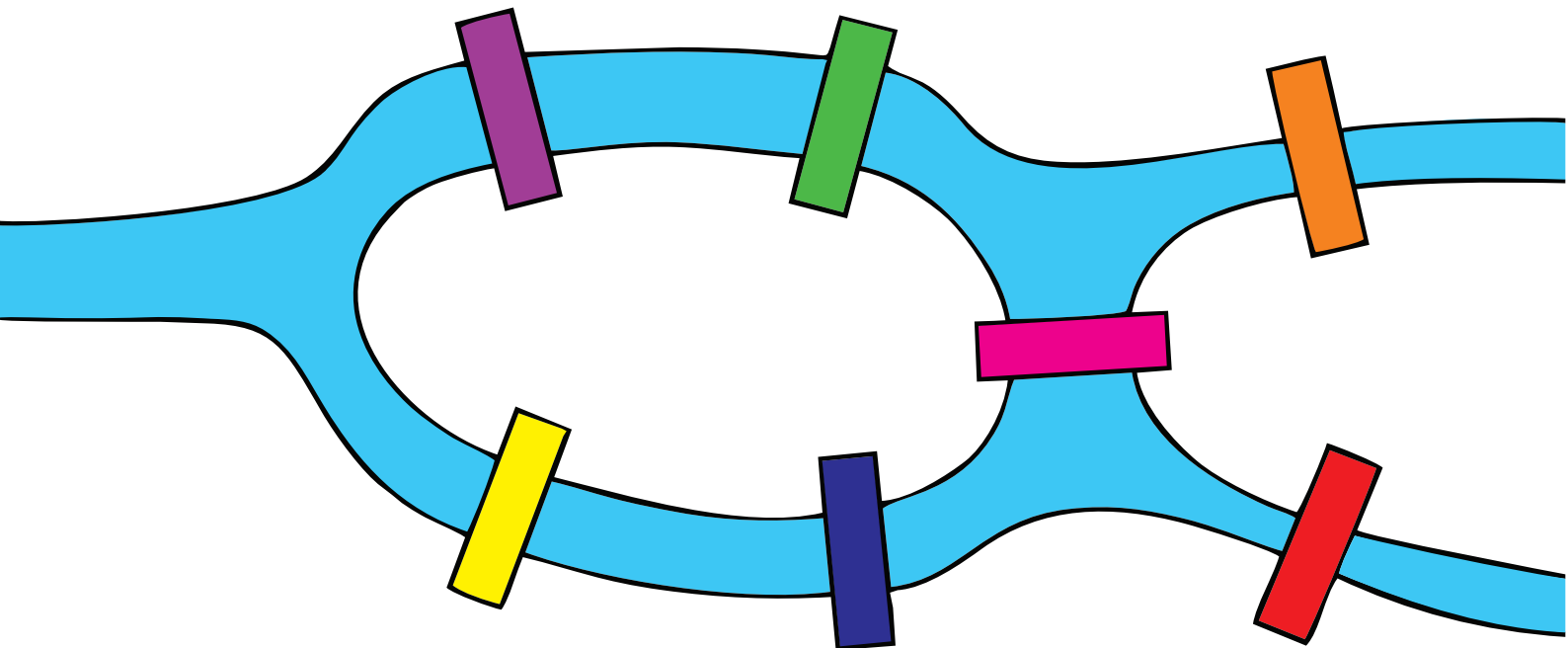
اگرچه در دانش کمی که داریم بایکدیگرتفاوت داریم  
اما در نادانی بی نهایتمان همه باهم برابریم!!

گسسته

DISCRETE MATH

جامع

کنکور



حاضر تمام دستاورد از تکنولوژی را از دست بدهم تا بتوانم یک بعد از ظهر با سقراط صحبت کنم !!!  
استیو جابز

S. Pu. Jobs



Google

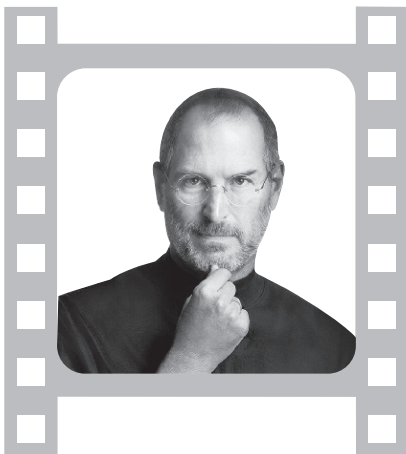


Steven Paul Jobs



من به کارهای بسیاری که انجام نداده‌ام هم افتخار می‌کنم، راز موفقیت اپل هم همین است، ما وقت خود را در کارهای که نباید انجام دهیم، تلف نکردیم!!!

استیو جابز



این مجموعه کتاب‌ها **نسل جدید کتاب‌های جمع‌بندی** است که تحت عنوان **دور دنیا در نیم ساعت** به چاپ رسیده است و برای دوران **جمع‌بندی سه ماهه آخر** دانش‌آموزان تهیه شده است و نسل جدیدی از کتاب‌های آموزشی است که به صورت تمام رنگی تهیه شده است.

هر چند که به قول استیو جابز کارهای بسیاری را در این کتاب انجام ندادیم تا وقتمان را تلف کنیم، اما کارهای بسیاری نیز انجام دادیم که از آن جمله می‌توان این **۱۰ ویژگی** را نام برد:

- 1 **حجم** بسیار معقول، منطقی و منحصر به فرد و قیمت مناسب و قابل قبول.
- 2 **طراحی بسیار جذاب و لاکچری** که دانش‌آموزان را هنگام مطالعه خسته نمی‌کند.
- 3 بهره‌گیری از روند جمع‌بندی **طرح تیپ و تست** و آموزش به روش معکوس. [**یادگیری از طریق تل تست**]
- 4 طرح تست از **تمرین‌های مطرح شده در کتاب درسی** که تاکنون در کنکور نیامده.
- 5 طرح تست از مفاهیم و **لایه‌های پنهان** کتاب درسی.
- 6 طرح تست‌های **ترکیبی** از مفاهیم مختلف.
- 7 بافت **پوششی** و در عین حال موجز کتاب.
- 8 انتخاب تست‌های **پرتکرار** که احتمال طرح آن‌ها در کنکور آینده بسیار زیاد است.
- 9 آزمون‌های **جامع** که با توجه به کنکورهای ۹۹ و حذفیات مربوط به کرونا با چیدمانی متفاوت طراحی شده است.
- 10 پاسخنامه **ابرتشریحی** و تمام رنگی با انتخاب رنگ‌های هدفمند که کمک بسیار شگرفی در درک و فهم مطالب به دانش‌آموز می‌کند.

این مجموعه کتاب‌ها در این چند ماه منتهی به کنکور یکی از **مفیدترین منابع جهت جمع‌بندی**، مرور و تسلط نهایی محسوب می‌شود. یقین داریم کسانی که در سه ماهه آخر منتهی به کنکور تمرکز ویژه خود را روی این مجموعه کتاب‌ها قرار دهند و تسلط کامل بر تست‌های آن پیدا کنند، نتیجه‌ای درخشان در کنکور خواهند گرفت.

[مدیر واحد نوآوری و استراتژی تألیف]

Wikipedia . 1 min ago



Home



Collections



Recent



More

## مقدمه مؤلف

### کنکور ۹۹ بی شک سخت ترین کنکور قرن گذشته بود!

در این کنکور در درس گسسته بیش از ۸ یا ۹ سؤال دشوار یا نسبتاً دشوار وجود داشت که در قیاس با سال های گذشته عدد بسیار بالایی است. این کنکور نزدیک ترین کنکور به کنکور ۱۴۰۰ محسوب می شود و اگر بخواهیم چیزی را معیار قرار دهیم شاید منطقی تر این باشد که به کنکور ۹۹ توجه ویژه ای داشته باشیم.

در این کنکور تفاوت های به خصوصی در قیاس با کنکورهای گذشته دیده می شد. تقریباً هیچ کدام از تست ها با روش های تستی گل درشت و نخ نما شده قابل حل نبود و حل تک تک تست ها نیاز به درک عمقی از آن مفهوم داشت.

تقریباً از اکثر قریب به اتفاق مباحث دشوارترین موضوع برای طرح تست انتخاب شده بود.

تعداد تست های محاسباتی که نیاز به وقت بیشتری برای حل داشتند، نسبت به سال های گذشته بسیار بیشتر بود و این موجب شد تا با کنکوری نفس گیر مواجه باشیم.

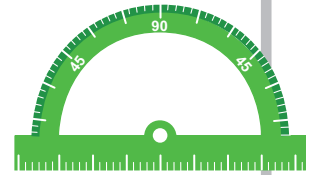
برای اولین بار شاهد تست هایی بودیم که چندین موضوع در یک تست با هم ترکیب شده بودند.

بعضی تست ها با استناد به مطالب پنهان کتاب درسی طرح شده بودند که کمتر کسی تصور آن را می کرد!

در نهایت در کنکور ۹۹ شاهد سؤالاتی با ایده های خارج از مفاهیم کتاب درسی نبودیم، یعنی با تسلط کامل به مفاهیم کتاب درسی می توانستیم به تمامی تست ها پاسخ دهیم، اما رسیدن به این اشراف و تسلط، نیازمند به نگاهی بسیار عمیق بر مفاهیم کتاب است که یک دانش آموز به تنهایی قادر به کشف و شهود آن نیست، ما در این کتاب بر اساس استانداردهای حاکم بر کنکور ۹۹ تمامی مفاهیم کتاب درسی که احتمال مطرح شدن در کنکور داشت را جزء به جزء تبدیل به تست کردیم تا شما آمادگی لازم برای مواجه با کنکور ۱۴۰۰ را داشته باشید.

ایمیداریم توانسته باشیم در سیر و کیفیت شما عزیزان کام موفقی برداشته باشیم.

به ایمیداریم و سیر و کیفیت شما عزیزان.



مهندس علی منصف شکری



alimonsef\_shokri

مهندس سجاد عظمتی



sajad.azemati

مهندس بهرام جلالی



bahram.jalali



کارشناس ارشد علمی و نظارت بر تألیف : مهندس کیوان دارابی

مدرس مدارس سمپاد و مؤلف کتابهای کنکور

طراح کنکورهای آزمایشی - مدیر گروه هندسه و گسسته بام تست

V.Yavari



کارشناس علمی و محتوایی :

مهندس وجیه الله باوری

مدرس مدارس برتر تهران

مؤلف کتابهای کنکور

M.Sehatkar



کارشناس علمی و محتوایی :

مهندس محمد صحتکار

مدرس کلاسهای برتر کنکور

مؤلف کتابهای کنکور

کارشناس علمی و محتوایی :

مهندس حسین پیرزاد

مدرس کلاسهای برتر کنکور

طراح کنکورهای آزمایشی

H.Pirzad



N.O.Shojaee



کارشناس علمی و محتوایی :

مهندس نوید اورازانی شجاعی

مدرس مدارس برتر تهران

مؤلف کتابهای کنکور

H.Khazaei



کارشناس علمی و محتوایی :

دکتر حسین خزائی

مدرس آنلاین آکادمی و

آموزشگاههای برتر کشور

M.Askari



کارشناس علمی و محتوایی :

مهندس محمد عسکری

مدرس کلاسهای برتر کنکور کشور

مؤلف کتابهای کنکور

حل تصویری :

مهندس محمد ارباب بهرامی

مدرس کلاسهای برتر تهران

طراح کنکورهای آزمایشی

M.Arbab bahrami



S.Roshani



ویرایش علمی :

مهندس سوگند روشنی

مدرس مدارس برتر تهران

مؤلف کتابهای کنکور

A.Khavanin zadeh



همکاری در تألیف :

مهندس امین خوانین زاده

مدرس کلاسهای کنکور

در تهران و شهرستانها

A.Arjvan

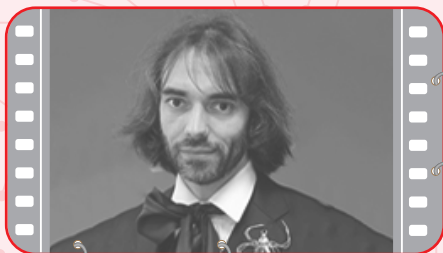


ویرایش علمی :

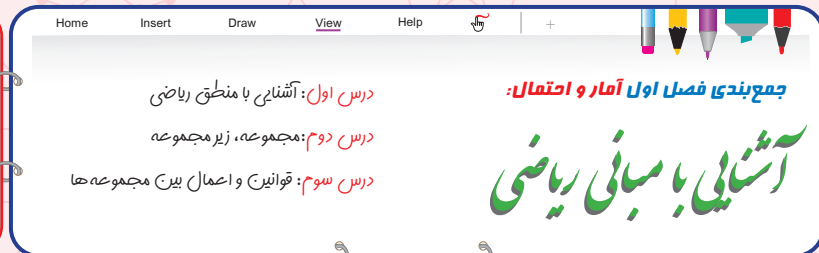
دکتر اسماء آراین

مدرس مدارس برتر کنکور

در تهران و کرج



**CÉDRIC VILLANI**  
FIELDS:2010 1973



ص ۱۸ تا کتاب آمار و احتمال	آشنایی با منطق ریاضی	درس اول	یازدهم	سکانس ۱
----------------------------	----------------------	---------	--------	---------

فصل ۱ • آمار و احتمال | آشنایی با مبانی ریاضی

خرید آفلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)

1. کدام یک از گزینه‌های زیر یک گزاره است؟

- (۱) قد علی از رضا بلندتر است.
- (۲) علی قد بلند است.
- (۳) علی از رضا خوشگل‌تر است.
- (۴) علی خوشگل است.

2. گزاره «این طور نیست که ۴ عددی فرد نیست». معادل با کدام گزاره است؟

- (۱) ۴ عددی زوج است.
- (۲) ۴ عددی فرد است.
- (۳) ۴ عددی غیر اول است.
- (۴) ۴ عددی مرکب است.

3. گزاره «اگر و متدین باشد، آنگاه درستکار است» معادل با کدام گزینه است؟

- (۱) اگر و درستکار باشد، آنگاه او متدین است.
- (۲) اگر او متدین نباشد، آنگاه او درستکار نیست.
- (۳) اگر او درستکار نباشد، آنگاه او متدین نیست.
- (۴) او درستکار نیست ولی او متدین است.

4. کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \vee r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $r$  درست
- (۲)  $p$  نادرست
- (۳)  $r$  و  $q$  نادرست
- (۴)  $q$  درست

5. کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی‌کند؟

- (۱)  $p$  و  $q$  درست
- (۲)  $r$  و  $p$  نادرست
- (۳)  $r$  و  $p$  درست
- (۴)  $q$  درست و  $r$  نادرست

6. با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه می‌تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$	.....
.....	.....	د	د	ن

- (۱)  $\sim p \vee q$
- (۲)  $\sim p \wedge q$
- (۳)  $\sim p \vee \sim q$
- (۴)  $\sim p \wedge \sim q$

7. با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر، گزاره مناسب برای ستون آخر جدول کدام است؟

p	q	r	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	.....
.....	.....	.....	ن	د

- (۱)  $\sim r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$
- (۲)  $q \Rightarrow (p \wedge r)$
- (۳)  $(p \vee q) \Rightarrow r$
- (۴)  $(p \vee r) \Rightarrow q$

8. هم ارز گزاره  $q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$  کدام است؟

- (۱)  $q$
- (۲)  $\sim p \Rightarrow q$
- (۳)  $p$
- (۴)  $\sim q$

(مشابه خارج - ۹۸)

NOTE



(خارج - ۹۸)

9. گزاره  $(p \wedge r) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  ، با کدام گزاره زیر هم ارزش است؟

(۱)  $p \vee (q \wedge r)$

(۲)  $p \wedge (q \vee r)$

(۳)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$

(۴)  $r \Rightarrow (p \vee q)$

10. کدام یک از گزینه‌های زیر یک گزاره نما محسوب نمی‌شود؟

(۱)  $p$  عددی طبیعی است

(۲) عدد  $a$  مضرب ۴ است

(۳)  $2x + 3y = 6$

(۴) همه اعداد فرد مضرب ۳ هستند.

11. درباره گزاره نمای  $\sqrt{x-1} < 2$  کدام گزینه درست است؟

(۱)  $D = (1, +\infty)$

(۲)  $S = [0, 5)$

(۳)  $D = [1, 2)$

(۴)  $S = [1, 5)$

(خارج - ۹۸)

12. کدام گزاره سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

(۱)  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 > 2x$

(۲)  $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x-1}{x} = x$

(۳)  $\exists x \in \mathbb{R}; |x + \frac{1}{x}| < 2$

(۴)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-4}{x-2} = x+2$

(داخل - ۹۸)

13. گزاره سوری  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش درست است؟

(۱)  $y - x = 6$

(۲)  $x - y = 6$

(۳)  $x + y = 6$

(۴)  $xy = 6$

(مشابه داخل - ۹۸)

14. گزاره سوری  $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش درست است؟

(۱)  $x^2 \geq y - 5$

(۲)  $y^2 \geq x - 5$

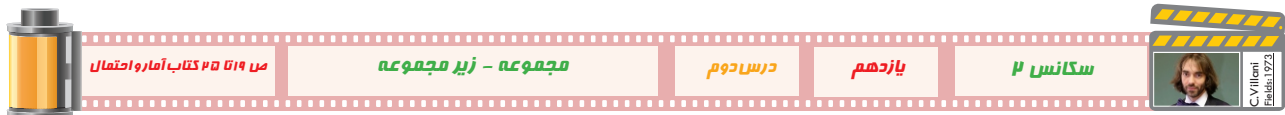
(۳)  $x^2 = y + 5$

(۴)  $y^2 = x + 5$

15. نقیض گزاره «همه دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوشند» کدام است؟

(۱) همه دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند. (۲) بعضی دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند.

(۳) بعضی از دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش اند. (۴) لاقلاً یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست.



(داخل - ۹۶)

16. اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : m > -n, 2^m \leq 2n\}$  باشد، مجموعه  $A_1 \cup (A_8 - A_4)$  چند عضو دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

(داخل - ۹۵)

17. مجموعه  $A = \{2\}, B = \{3, 5, \{2\}\}, C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$  مفروض است. کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟

(۱)  $A \in B$

(۲)  $A \in C$

(۳)  $B \in C$

(۴)  $A \subseteq C$

(خارج - ۹۷)

18. اگر  $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, \{1, 2\}\}, C = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}\}$  باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟

(۱)  $B \subseteq C$

(۲)  $A \in B$

(۳)  $A \subseteq B$

(۴)  $B \in C$



VLADIMIR VOEVODSKY  
FIELDS:2002 1966



Descriptive Statistics

ص ۷۴ تا ۸۳ کتاب آمار و احتمال

توصیف و نمایش داده‌ها

درس اول

یازدهم

سکانس ۹



(داخل - ۸۶)

129. مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است، نوع آن کدام است؟

- ۱) کمی گسسته
- ۲) کمی پیوسته
- ۳) کیفی اسمی
- ۴) کیفی ترتیبی

130. نوع کدام یک از متغیرهای زیر با بقیه فرق دارد؟

- ۱) زمان مکالمات تلفنی
- ۲) خسارت مالی تصادف
- ۳) رنگ شلوار کارمندان اداره
- ۴) مقاومت ترانزیستور

(خارج - ۹۱)

131. نوع آلاینده‌ی هوا چه نوع متغیری است؟

- ۱) کمی گسسته
- ۲) کمی پیوسته
- ۳) کیفی اسمی
- ۴) کیفی ترتیبی

(داخل - ۹۰)

132. میزان آلاینده‌ی هوا، کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کمی گسسته
- ۲) کمی پیوسته
- ۳) کیفی اسمی
- ۴) کیفی ترتیبی

133. طبق بررسی‌های انجام شده از دانشجویان یک دانشکده در تهران ۸۰ نفر روزنامه همشهری، ۵۰ نفر روزنامه ایران، ۴۰ نفر روزنامه شرق، ۳۰ نفر اعتماد، ۲۰ نفر آرمان و ۱۲ درصد آن‌ها سایر روزنامه‌ها را می‌خوانند، تعداد دانشجویانی که روزنامه‌های نام برده را نمی‌خوانند و روزنامه‌های دیگری می‌خوانند کدام است؟

- ۱) ۵۰
- ۲) ۱۵
- ۳) ۲۰
- ۴) ۳۰

134. چهار سکه را به‌طور متوالی ۴۰ بار پرتاب کرده‌ایم. اگر جدول فراوانی نسبی مربوط به تعداد «رو»های ظاهر شده به صورت زیر باشد و بدانیم ۸ بار دقیقاً دو «رو» ظاهر شده است. چند بار تعداد «رو»های ظاهر شده کمتر از تعداد «پشت»های ظاهر شده است؟

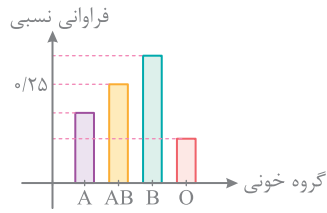
تعداد روهای ظاهر شده	۰	۱	۲	۳	۴	۱۴ (۱)
فراوانی نسبی	۰/۱	y	x	۰/۱۵	۰/۲	۱۸ (۳)
						۲۱ (۴)

135. جدول فراوانی زیر مربوط به مسافران یک قطار است. با پیدا کردن تعداد کل مسافران مقدار  $x - y$  کدام است؟

مسافران قطار	فراوانی	فراوانی نسبی	۲۰ (۱)
مسافرانی که استراحت می‌کنند	۹۰	۰/۴۵	۲۵ (۲)
مسافرانی که سر درگوشی کرده‌اند	x	۰/۲۵	۳۰ (۳)
مسافرانی که کتاب می‌خوانند	۳۵	z	۳۵ (۴)
مسافرانی که غذا می‌خورند	y	۰/۱۲۵	
تعداد کل مسافران	n	.....	

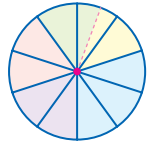


136. نمودار میله‌ای زیر برای گروه خونی ۴۰ نفر از افراد یک سازمان رسم شده است. اگر تعداد افراد سازمان دو برابر شود، بلندی میله گروه خونی AB به ۰/۳۵ می‌رسد. چند نفر به این گروه خونی اضافه شده است؟



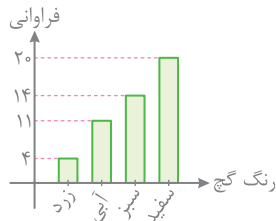
- ۱۵ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۲۲ (۴)

137. نمودار دایره‌ای زیر برای ۱۲۰ خانواری که در روستایی در سیستان و بلوچستان زندگی می‌کنند رسم شده است. قسمت بنفش رنگ خانوارهایی را نشان می‌دهد که دارای ۵ فرزند هستند. مجموع فرزندان این خانواده‌ها چقدر است؟



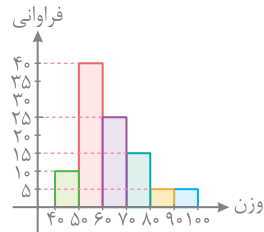
- ۱۰۰ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۱۴۰ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

138. نمودار میله‌ای زیر فراوانی انواع گچ‌های رنگی یا سفید یک مدرسه ابتدایی است. اگر یک گچ زرد تمام شود و جایش ۲ گچ سفید خریداری شود، در این صورت اگر نمودار دایره‌ای رسم کنیم و هر قسمت را به رنگ گچ مورد نظر رنگ آمیزی کنیم، چند درصد از مساحت دایره سفید خواهد شد؟



- ۶۰ (۱)
- ۵۵ (۲)
- ۶۵ (۳)
- ۴۴ (۴)


139. برای وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، هیستوگرام زیر رسم شده است. دانش‌آموزان با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم چند درصد دانش‌آموزان را تشکیل می‌دهند؟



- ۲۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۳۵ (۴)

140. در تست قبل اگر دو نفر با وزن ۹۳ و ۷۶ کیلوگرم از این مدرسه بروند و دو نفر با وزن‌های ۵۶ و ۵۹ کیلوگرم به آنها اضافه شود، فراوانی نسبی دسته‌ای که اکثریت دارد، چقدر است؟

- ۰/۴ (۱)
- ۰/۴۱ (۲)
- ۰/۴۲ (۳)
- ۰/۴۳ (۴)




ص ۸۴ تا ۹۲ کتاب آمار و احتمال

معیارهای گرایش به مرکز

درس دوم

بازدهم

سکانس ۱۰



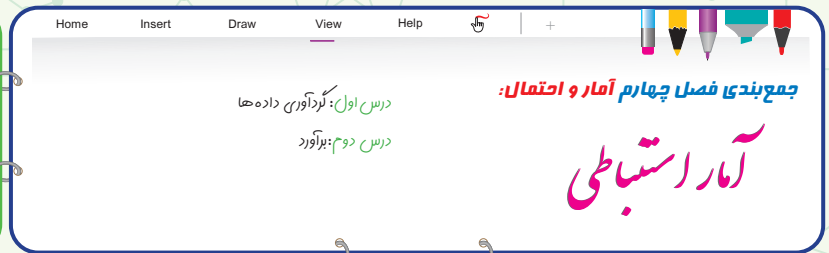
V. Vowelsky  
Erdős 2002

141. در جدول زیر قطر خارجی یک لوله برحسب سانتی‌متر توسط ۶ کولیس که از ۶ شرکت مختلف تهیه شده ثبت گردیده است. میانگین قطر خارجی لوله چقدر است؟

F	E	D	C	B	A	نام شرکت تولیدی	۲۵/۳۵ (۲)	۲۵/۴۴ (۱)
۲۵/۵	۲۵/۱	۲۵/۲	۲۵/۶	۲۵/۴	۲۵/۳	عدد اندازه‌گیری شده	۲۵/۴۸ (۴)	۲۵/۳۰ (۳)



PETER SCHOLZE  
FIELDS:2018 1987



Inferential Statistics



192. می خواهیم درآمد کارکنان یک شرکت بزرگ را تخمین بزنیم. اگر ۲۰ نفر از کارمندان شرکت را به تصادف انتخاب و درآمدهای آن‌ها را بررسی کنیم، هر کدام از کارمندان ..... و درآمد هر کدام از آن‌ها ..... هستند.

- (۱) نمونه - اندازه نمونه
- (۲) واحد آماری - داده های جامعه
- (۳) واحد آماری - اندازه نمونه
- (۴) متغیر - مقدار متغیر

193. نمونه گیری طبقه ای و خوشه ای به ترتیب جزء کدام نوع نمونه گیری هستند؟

- (۱) احتمالی - غیراحتمالی
- (۲) غیراحتمالی - غیراحتمالی
- (۳) احتمالی - احتمالی
- (۴) غیراحتمالی - احتمالی

194. کدام گزینه درباره نمونه گیری تصادفی ساده درست نیست؟

- (۱) همه واحدهای آماری شانس برابر برای انتخاب شدن دارند.
- (۲) در نمونه گیری تصادفی ساده همه واحدهای آماری فهرست می شوند.
- (۳) معمولاً بهترین روش برای جوامع بزرگ محسوب می شود.
- (۴) اگر جامعه از طبقات متمایز تشکیل شده باشد، این روش مناسب نیست.

195. می خواهیم از میان ۴۸۰ نفر از اعضای آکادمی نوبل تعدادی را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده انتخاب کنیم. اگر بخواهیم شانس انتخاب هر کدام از اعضای آکادمی به بیش از ۵ درصد برسد، اندازه نمونه حداقل چقدر باید باشد؟

- (۱) ۳۶
- (۲) ۲۴
- (۳) ۲۸
- (۴) ۲۵

196. یک جامعه آماری از ۳۰۰ عضو تشکیل شده است. اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و بخواهیم دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم، در این صورت احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟

(تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $\frac{1}{10}$
- (۲)  $\frac{1}{300}$
- (۳)  $\frac{1}{150}$
- (۴)  $\frac{1}{5}$

197. در نمونه گیری خوشه ای .....

- (۱) جامعه به زیرمجموعه هایی با تعداد عضوهای برابر افزایش می شود.
- (۲) احتمال انتخاب خوشه ها با هم برابر نیست.
- (۳) احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر نیست.
- (۴) خوشه ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند.

198. کدام گزینه درباره نمونه گیری خوشه ای نادرست است؟

- (۱) واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت به هم نزدیک هستند.
- (۲) معمولاً در مواردی استفاده می شود که فهرست کامل افراد جامعه در دسترس نباشد.
- (۳) پس از انتخاب چند خوشه، از هر کدام چند واحد آماری را به طور تصادفی انتخاب و بررسی می کنیم.
- (۴) تعداد واحدهای آماری در خوشه های مختلف لزوماً برابر نیست.



199. هر یک از مدارس A, B, C, D, E, F به ترتیب دارای ۳۰۰, ۲۷۰, ۲۳۰, ۲۰۰, ۱۵۰, ۱۰۰ دانش‌آموز هستند، می‌خواهیم یک نمونه‌گیری خوشه‌ای از میان آن‌ها انجام دهیم. برای این منظور دو مدرسه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد دانش‌آموزی از مدرسه A درون نمونه انتخاب شده باشد؟

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| (۱) $\frac{1}{3}$   | (۲) $\frac{1}{6}$   |
| (۳) $\frac{1}{125}$ | (۴) $\frac{2}{125}$ |

200. در یک شرکت ۵۰ نفر کارگر، ۴۰ نفر کارمند و ۱۰ نفر مدیر وجود دارد. می‌خواهیم یک نمونه ۲۰ نفره بر اساس نمونه‌گیری طبقه‌ای برای محاسبه میانگین حقوق دریافتی انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هر کدام از مدیران در نمونه چقدر است؟

- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| (۱) $\frac{1}{100}$ | (۲) $\frac{1}{10}$ |
| (۳) $\frac{1}{5}$   | (۴) نامشخص         |

201. در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، اگر اندازه جامعه ۵۶۰ و فراوانی طبقه وسط برابر ۲۸ باشد، در انتخاب نمونه‌ای با اندازه ۸۰ نفری سهم طبقه وسط چقدر خواهد شد؟

- |       |       |
|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۳ |
| (۳) ۴ | (۴) ۸ |

202. در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، فراوانی طبقه اول برابر ۳۶ و اندازه نمونه ۵۴ است. اگر پس از نمونه‌گیری معلوم شود ۹ نفر از طبقه اول در نمونه‌گیری حضور دارد، اندازه جامعه کدام است؟

- |         |         |
|---------|---------|
| (۱) ۲۱۶ | (۲) ۲۵۶ |
| (۳) ۲۴۰ | (۴) ۳۶۰ |

203. در کدام یک از موارد زیر استفاده از نمونه‌گیری سیستماتیک بهتر است؟

(۱) نمونه‌گیری از دانشجویان دانشگاه امیرکبیر (۲) نمونه‌گیری از ماهی‌های یک استخر پرورش ماهی

(۳) نمونه‌گیری از شرکت‌کنندگان در انتخابات ریاست جمهوری (۴) اهدای جایزه به ده هزار نفر که به یک برنامه تلویزیونی پیامک زده‌اند.

204. ۲۴۰ نفر از شرکت‌کنندگان در کنکور آزمایشی، روی ۲۴۰ صندلی با شماره‌های ۱ تا ۲۴۰ نشسته‌اند. اگر بخواهیم ۴۸ نفر را طبق نمونه‌گیری سیستماتیک از میان آن‌ها برای شرکت در نظرسنجی انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد نفر هفتم انتخاب شود؟

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| (۱) $\frac{0}{2}$ | (۲) $\frac{0}{25}$ |
| (۳) $\frac{0}{3}$ | (۴) $\frac{0}{4}$  |

205. می‌خواهیم در یک جامعه ۵۰۰ نفری یک نمونه ۲۵ نفری را بر اساس نمونه‌گیری سامان‌مند انتخاب کنیم. اگر اولین نفر نمونه شماره ۱۷ باشد، سومین نفری که طبق این نمونه‌گیری انتخاب می‌شود، دارای کدام شماره است؟

- |        |        |
|--------|--------|
| (۱) ۴۷ | (۲) ۶۷ |
| (۳) ۵۷ | (۴) ۴۹ |

206. نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای که اندازه طبقات با هم برابر است، نمونه‌گیری ..... نام دارد.

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| (۱) تصادفی ساده | (۲) خوشه‌ای    |
| (۳) سامان‌مند   | (۴) گلوله برفی |

207. در کدام نوع نمونه‌گیری، جامعه به چند زیرمجموعه افراز نمی‌شود؟

- |             |                 |
|-------------|-----------------|
| (۱) خوشه‌ای | (۲) سیستماتیک   |
| (۳) طبقه‌ای | (۴) تصادفی ساده |

208. می‌خواهیم میانگین قد افراد شرکت‌کننده در المپیک را بررسی کنیم. اگر ۲۰۰ نفر از افراد شرکت‌کننده زن و ۸۰۰ نفر آن‌ها مرد باشند و ما بخواهیم یک نمونه ۲۰ نفره انتخاب کنیم، کدام روش نمونه‌گیری مناسب‌تر است؟

- |             |                 |
|-------------|-----------------|
| (۱) خوشه‌ای | (۲) تصادفی ساده |
| (۳) طبقه‌ای | (۴) سیستماتیک   |



**209.** در نمونه‌گیری از زیتون‌های یک بشکه بزرگ، اگر چند زیتون روی بشکه را برداریم و تست کنیم، نوع نمونه‌گیری ..... است.

- (۱) خوشه‌ای  
(۲) طبقه‌ای  
(۳) گلوله برفی  
(۴) غیراحتمالی

**210.** در مطالعاتی که در آن‌ها فرآیند سنجش برای شخصی که سنجیده می‌شود ناخوشایند یا دردسرافرین است و فقط داوطلبانی که حاضر به پاسخگویی هستند در نظرسنجی شرکت می‌کنند، کدام نوع نمونه‌گیری محسوب می‌شود؟

- (۱) تصادفی ساده  
(۲) خوشه‌ای  
(۳) طبقه‌ای  
(۴) غیراحتمالی

**211.** اگر در یک روش نمونه‌گیری بدانیم نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله گرفته و به سمتی خاص انحراف پیدا کرده، می‌گویید آن نمونه‌گیری ..... است.

- (۱) نامتقارن  
(۲) غیریکنواخت  
(۳) اربیب  
(۴) چوله

**212.** در نمونه‌گیری احتمالی همه اعضا شانس ..... و در نمونه‌گیری غیراحتمالی شانس ..... دارند.

- (۱) معلوم - معلوم  
(۲) معلوم - نامعلوم  
(۳) نامعلوم - معلوم  
(۴) نامعلوم - نامعلوم

**213.** کدام مسأله باعث می‌شود مشتم، نمونه خروار نباشد؟

- (۱) چولگی  
(۲) نمونه‌گیری خوشه‌ای  
(۳) اربیبی  
(۴) نمونه‌گیری طبقه‌ای

**214.** برای گردآوری اطلاعات در کدام یک از گزینه‌های زیر مصاحبه مناسب‌تر است؟

- (۱) تعداد ماشین‌هایی که از چراغ زرد عبور می‌کنند  
(۲) سرشماری نفوس و مسکن هر ۱۰ سال یک بار  
(۳) میزان درآمد تاکسی‌های خطی در هر روز  
(۴) زمان خواب دانش‌آموزان مدرسه

**215.** در کدام یک از موارد زیر جمع‌آوری اطلاعات از طریق دادگان مناسب‌تر است؟

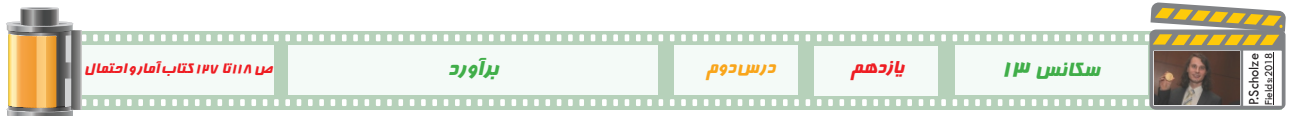
- (۱) میانگین مبلغ جریمه ماشین‌های تهران در یک روز  
(۲) زمان خواب کارمندان شرکت  
(۳) میزان درآمد دلارفروشان چهارراه استانبول  
(۴) میزان علاقه‌مندی زنان به آشپزی

**216.** می‌خواهیم میانگین وزن هندوانه‌های برداشتی از یک مزرعه بزرگ را محاسبه کنیم. برای این منظور یک نمونه ۱۰ تایی از میان آن‌ها انتخاب می‌کنیم و میانگین وزن آن‌ها را حساب می‌کنیم. عدد حاصل یک ..... است.

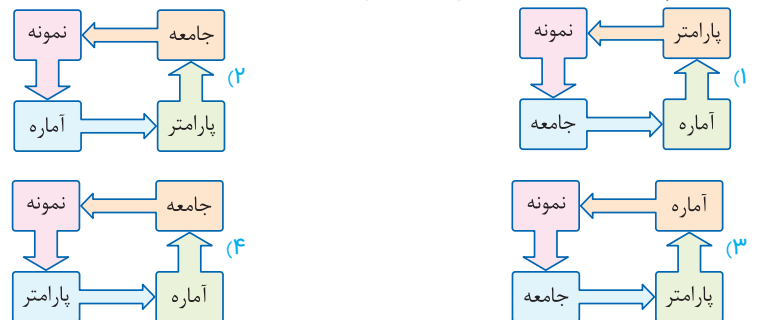
- (۱) پارامتر جامعه  
(۲) آماره نمونه  
(۳) متغیر کمی  
(۴) نمونه آماری

**217.** در یک جامعه آماری که واحدهای آماری «سیب» هستند. مژه یک ..... و نسبت سیب‌های با مژه شیرین به کل سیب‌ها یک ..... است.

- (۱) متغیر کیفی - پارامتر جامعه  
(۲) متغیر کیفی - آماره نمونه  
(۳) متغیر کمی - آماره نمونه  
(۴) متغیر کمی - داده

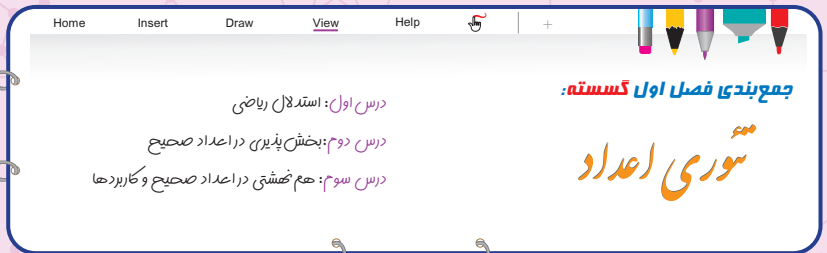


**218.** کدام چرخه برای آمار استنباطی به درستی رسم شده است؟





AKSHAY VENKATESH  
FIELDS:2018 1964



Number Theory

سکانس ۱۴ | دوازدهم | درس اول | استدلال ریاضی | ص ۲ تا ۸ کتاب گسسته

242. اگر  $k$  حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی باشد، کدام عبارت مربع کامل است؟

- (۱)  $6k + 1$  (۲)  $8k + 1$   
(۳)  $2k + 1$  (۴)  $4k + 1$

243. کدام عدد یک مثال نقض برای حکم کلی «هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» محسوب می شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹  
(۳) ۱۲ (۴) ۸

244. نامساوی  $2^n > 3^n$  در مجموعه اعداد طبیعی چند مثال نقض دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳  
(۳) ۴ (۴) ۱

245. کدام گزاره به ازای همه اعداد طبیعی  $n$  درست است؟

- (۱) عبارت  $n^2 + 3n$  همواره مضرب ۴ است. (۲) عبارت  $n^2 + 3n + 5$  همواره فرد است.  
(۳) عبارت  $n^2 + n^2$  همواره مضرب ۳ است. (۴) عبارت  $n^2 + 3n$  هرگز مربع کامل نیست.

246. درستی کدام گزاره را نمی توان به کمک برهان خلف، اثبات کرد؟

- (۱) بی شمار عدد اول وجود دارد. (۲)  $\sqrt{3}$  عددی گنگ است.  
(۳) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گنگ باشند  $\sqrt{ab}$  نیز گنگ است. (۴) اگر  $x$  گنگ باشد  $\frac{1}{x}$  نیز گنگ است.

247. برای اثبات درستی گزاره «حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست» از کدام روش استفاده می شود؟

- (۱) برهان خلف (۲) اثبات مستقیم  
(۳) اثبات بازگشتی (۴) روش اشباع

248. کدام گزینه همواره برقرار نیست؟

- (۱)  $a < b \Leftrightarrow a^5 < b^5$  (۲)  $a > b \Leftrightarrow a^4 > b^4$   
(۳)  $xy = 0 \Leftrightarrow (x + y)^2 = x^2 + y^2$  (۴)  $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$

249. در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  به کمک اثبات بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی زیر خواهیم رسید؟

- (۱)  $(x - xz + y)^2 \geq 0$  (۲)  $(x - yz)^2 + (yz - z)^2 \geq 0$   
(۳)  $(x + yz + z)^2 \geq 0$  (۴)  $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$

سکانس ۱۵ | دوازدهم | درس دوم | بخش پذیری در اعداد صحیح | ص ۱۷ تا ۱۹ کتاب گسسته

250. کدام نتیجه گیری الزاماً درست نیست؟

- (۱)  $a|b \Rightarrow a|bc$  (۲)  $ac|b \Rightarrow a|b$   
(۳)  $ac|b \Rightarrow a|bc$  (۴)  $a|bc \Rightarrow ac|b$



251. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره درست است؟

- (۱)  $a|b \Rightarrow a|b+c$   
 (۲)  $a|b \Rightarrow a-c|b$   
 (۳)  $a|b \Rightarrow a+c|b+c$   
 (۴)  $a|b \Rightarrow ac|bc$

252. اگر  $ab|c^2$  کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- (۱)  $a|bc$   
 (۲)  $b|c$   
 (۳)  $a|c^3$   
 (۴)  $a|c$

253. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر درست است؟

- (۱)  $a|b \Rightarrow a^2|b^3$   
 (۲)  $a|b \Rightarrow a^3|b^2$   
 (۳)  $a^2|b^3 \Rightarrow a|b$   
 (۴)  $a^3|b^2 \Rightarrow a|b$

254. اگر  $a|60$  و  $a|420$  برای  $a$  چند جواب صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۲  
 (۳) ۸  
 (۴) ۴

255. از رابطه  $2a+3b|6$  کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱)  $3|a$   
 (۲)  $2|b$   
 (۳)  $6|5a+b$   
 (۴)  $6|4a+3b$

256. اگر  $a|8m+3$  و  $a|6m-4$ ، برای  $a$  چند جواب طبیعی و غیراول وجود دارد؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۱

257. اگر  $n^2+2n+3|n+3$  برای  $n$  چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۱۲

258. منحنی  $y = \frac{x-2}{3x+2}$  از چند نقطه با مختصات صحیح می‌گذرد؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۸

259. اگر  $c|a-b$  و  $ab|c$  آنگاه :

- (۱)  $|b|=|c|$   
 (۲)  $c|b$   
 (۳)  $|a|=|b|$   
 (۴)  $c|a$

260. مجموع مربعات دو عدد اول برابر ۲۹ است، تفاضل این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۷

261. اگر  $p, q, r$  همگی اول و  $p^2-q^2=r$  آنگاه  $p+q+r$  کدام است؟

- (۱) ۱۰  
 (۲) ۸  
 (۳) ۱۲  
 (۴) ۱۴

262. اگر  $a|b$  کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست نیست؟

- (۱)  $(a, b) = |a|$   
 (۲)  $(a, b^2) = |a|$   
 (۳)  $(a^2, b) = a^2$   
 (۴)  $(a^2, b^2) = a^2$

263. اگر  $ab|b-c$  حاصل  $(b, c)$  کدام است؟

- (۱)  $|a|$   
 (۲)  $|b|$   
 (۳)  $|c|$   
 (۴) ۱



**ALESSIO FIGALLI**  
FIELDS:2018 1984

Home Insert Draw View Help

جمع‌بندی فصل دوم گسسته:

درس اول: معرفی گراف  
درس دوم: مدل سازی با گراف

# گراف و مدل سازی

Graph & Modeling



ص ۳۳ تا ۴۴ کتاب گسسته

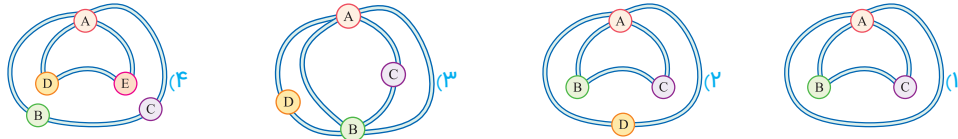
معرفی گراف

درس اول

دوازدهم

سکانس ۱۷

339. گراف متناظر با نقشه کدام یک از مناطق زیر نمایشگر یک گراف ساده است؟



340. برای این که اندازه یک گراف ساده دو برابر مرتبه آن باشد، حداقل اندازه گراف چقدر باید باشد؟

- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

341. در گراف  $G$  مجموع مرتبه و اندازه ۸ است. حداقل تعداد رأس های گراف کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۶ (۳)
- ۵ (۲)
- ۷ (۴)

342. حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف ساده ای ۴۸ است، حداکثر اندازه گراف کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۱۲ (۳)
- ۸ (۲)
- ۱۶ (۴)

343. در گراف ساده  $G = (V, E)$ ، دو رأس از درجه  $\delta = 1$  وجود دارد. اگر مرتبه گراف ۹ باشد، گراف حداکثر چند یال دارد؟

- ۲۱ (۱)
- ۲۳ (۳)
- ۲۲ (۲)
- ۲۴ (۴)

344. در یک گراف ساده با ۱۰ رأس و ۱۱ یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

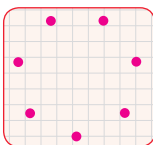
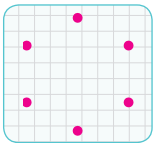
- ۳ (۱)
- ۵ (۳)
- ۴ (۲)
- ۶ (۴)

345. در گراف ساده ای از مرتبه ۲۰ اندازه برابر ۵ است. این گراف حداقل چند رأس ایزوله دارد؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۴ (۳)
- ۱۲ (۲)
- ۱۵ (۴)

346. در گرافی از مرتبه ۶ رأس هایی از درجه ۲، ۳ و ۴ وجود دارد، این گراف حداقل چند یال دارد؟

- ۶ (۱)
- ۵ (۳)
- ۷ (۲)
- ۸ (۴)



347. در گرافی با ۷ رأس، دقیقاً یک رأس تنها و یک رأس درجه ۱ وجود دارد. این گراف حداکثر چند یال می تواند داشته باشد؟

- ۱۱ (۱)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۹ (۴)

NOTE



**348.** درگرافی ساده با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c\}$  مجموعه‌های  $N_G(a)$ ,  $N_G(b)$ ,  $N_G(c)$  به ترتیب ۱, ۱, ۲ عضو دارند. این گراف چند یال دارد؟

- ۰ (۱)
- ۲ (۳)

**349.** درگرافی ساده با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c, d\}$  همسایگی‌های بسته رأس‌ها شامل ۲, ۳, ۳, ۴ عضو هستند. این گراف چند یال دارد؟

- ۴ (۱)
- ۳ (۳)

(۴) چنین گرافی وجود ندارد

**350.** کدام گراف وجود ندارد؟

- ۱- منتظم مرتبه ۶ (۱)
- ۲- منتظم مرتبه ۸ (۲)
- ۳- منتظم مرتبه ۵ (۳)
- ۴- منتظم مرتبه ۵ (۴)

**351.** اگر به یک گراف ۴- منتظم، ۱۸ یال اضافه کنیم، ۷- منتظم می‌شود؛ مرتبه گراف کدام است؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۳)

**352.** حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۹۰ است. در این گراف درجه رأس‌ها کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۶ (۳)

**353.** یک گراف ۱- منتظم مرتبه ۶ با اضافه شدن چند یال، همسایگی باز تمام رأس‌ها ۵ عضوی خواهد شد؟

- ۹ (۱)
- ۱۲ (۳)

**354.** اگر مجموعه  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  مجموعه رأس‌های گراف ساده  $G$  باشند و دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد مربوط به رأس‌های آن‌ها نسبت به هم اول باشند، این گراف با اضافه شدن چند یال کامل می‌شود؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۳)

**355.** گراف  $G$  از مرتبه ۸ و اندازه ۲۵ می‌باشد. این گراف حداکثر چند رأس با درجه ماکزیمم دارد؟

- ۴ (۱)
- ۶ (۳)

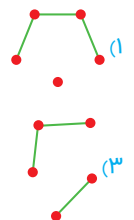
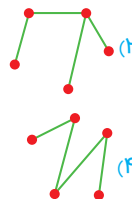
**356.** درگراف  $G$  از مرتبه ۷ با اندازه ۱۹، مقدار  $\Delta - \delta$  چند مقدار مختلف می‌پذیرد؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۳)

**357.** مکمل یک گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶ چند یال دارد؟

- ۵ (۱)
- ۷ (۳)

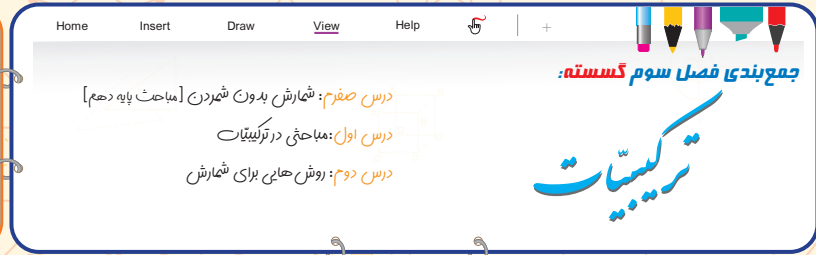
**358.** اگر درجه رأس‌های یک گراف ۲, ۲, ۳, ۳, ۴ باشد، نمودار گراف مکمل آن به کدام صورت است؟







**PIERRE DELIGNE**  
FIELDS: 1978 1944



Combinations



ص ۱۱۹ تا ۱۴۰ کتاب گسسته | شمارش بدون شمردن (مباحث پایه دهم) | درس صفرم | دوازدهم | سکانس ۱۹

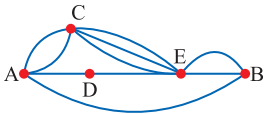
**421.** به چند طریق می‌توان یک مهرهٔ زُخ سفید و یک مهرهٔ زُخ سیاه را در دو خانهٔ صفحهٔ شطرنج (صفحهٔ چهارخانهٔ  $8 \times 8$ ) قرار داد به طوری که زُخ‌ها یکدیگر را تهدید نکنند؟ (دو زُخ در صورتی یکدیگر را تهدید می‌کنند که در یک ردیف یا در یک ستون باشند).

- (۱)  $64 \times 49$
- (۲)  $8 \times 7$
- (۳)  $64 \times 64$
- (۴)  $8 \times 8$

**422.** اگر  $a, b, c$  رقم باشند آنگاه چند عدد پنج رقمی به صورت  $abcba$  وجود دارد؟

- (۱) ۱
- (۲)  $9 \times 10^4$
- (۳)  $9 \times 10^2$
- (۴)  $9 \times 10^2$

**423.** در شکل زیر به چند طریق می‌توان از  $A$  به  $B$  رفت و برگشت به طوری که در مسیر رفت از  $D$  عبور نکنیم و مسیر برگشت شامل  $C$  نباشد؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۲
- (۳) ۳۹
- (۴) ۳۵

**424.** تعداد اعداد سه رقمی زوج که در آن‌ها رقم ۷ به کار نرفته باشد کدام است؟

- (۱) ۳۶۰
- (۲) ۷۲۰
- (۳) ۴۰۵
- (۴) ۲۸۰

**425.** چند عدد چهار رقمی با ارقام فرد متمایز و بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۲۵۰
- (۲) ۴۸
- (۳) ۹۶
- (۴) ۷۲

**426.** تعداد اعداد چهار رقمی که حداقل دو رقم آن شبیه هم باشد کدام است؟

- (۱) ۴۴۶۴
- (۲) ۴۵۸۴
- (۳) ۴۳۴۶
- (۴) ۴۳۲۸

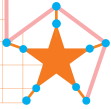
**427.** با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۶ چند کد سه رقمی می‌توان نوشت که هر سه رقم آن زوج نباشد؟

- (۱) ۱۵۲
- (۲) ۲۱۰
- (۳) ۱۱۴
- (۴) ۷۲

**428.** با پلاک‌هایی به شکل زیر که به جای \* ارقام متمایز فرد و به جای ● یکی از حروف {الف، ب، ج، د} قرار می‌گیرد، چند ماشین را می‌توان شماره‌گذاری کرد؟



- (۱) ۳۲۰
- (۲) ۵۶۰
- (۳) ۳۶۰
- (۴) ۴۸۰



**429.** می‌خواهیم هر طبقه از یک ساختمان پنج طبقه را با استفاده از سه رنگ سفید، صورتی و آبی رنگ آمیزی کنیم. به چند طریق مختلف می‌توان این ساختمان را نقاشی کرد اگر قرار باشد که هیچ دو طبقه مجاور، هم‌رنگ نباشند؟

- (۱) ۴۸  
(۲) ۶  
(۳) ۲۴۳  
(۴) ۱

**430.** سه نفر برای ریاست یک شرکت نامزد شده‌اند. به چند طریق ۴ نفر از اعضای این شرکت می‌توانند به آن‌ها رأی دهند، به طوری که هر فرد حداکثر به یک نفر رأی دهد؟

- (۱) ۶۴  
(۲) ۱۶  
(۳) ۲۵۶  
(۴) ۸۱

**431.** اگر در یک جلسه، سه ردیف صندلی و در هر ردیف ۴ صندلی باشد آنگاه به چند طریق ۳ دانش آموز سال اول، ۲ دانش آموز سال دوم و ۲ دانش آموز سال سوم می‌توانند روی آن‌ها بنشینند که اولی‌ها در ردیف اول و دومی‌ها در ردیف دوم باشند؟

- (۱) ۱۲۰۹۶  
(۲) ۸۶۴۰  
(۳) ۳۴۵۶  
(۴) ۹۶۵۴

**432.** تعداد توابع از  $A = \{a, b, c, d\}$  به  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به طوری که  $f(a) < 3$  و  $f(b) > 3$  باشد، کدام است؟

- (۱) ۷۵  
(۲) ۵۰  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۵۰

**433.** شش گلدان مختلف را به چند طریق می‌توان در دو کناره هر یک از سه پله چید به طوری که در هر کناره فقط یک گلدان قرار گیرد؟

- (۱) ۷۲۰  
(۲) ۳۶  
(۳) ۷۲  
(۴) ۱۲۰

**434.** با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند جایگشت ۶ رقمی می‌توان ساخت که ارقام زوج و فرد یک‌در میان قرار بگیرند؟

- (۱) ۳۶  
(۲) ۷۲  
(۳) ۷۲۰  
(۴) ۱۴۴

**435.** با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد هفت رقمی می‌توان ساخت که ارقام زوج و فرد یک‌در میان باشند؟

- (۱)  $4 \times 3!$   
(۲)  $4! \times 3!$   
(۳)  $3 \times 4!$   
(۴)  $\frac{1}{2} \times 7!$

**436.** با حروف کلمه «SISANGAN» چند جایگشت ۸ حرفی می‌توان ساخت که حرف یکسان کنار هم باشند، ولی حروف I و G کنار هم نباشند؟

- (۱) ۵۷۶  
(۲) ۹۶  
(۳) ۶۰  
(۴) ۷۲

**437.** هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را در یکی از ۶ خانه هم‌ردیف قرار می‌دهیم. در چند حالت این ارقام در خانه‌های متوالی و دورقم فرد در کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) ۷۲۰  
(۲) ۴۸  
(۳) ۹۶  
(۴) ۱۲۰

**438.** با حروف کلمه «SASANI» چند جایگشت شش حرفی می‌توان ساخت که هر دو حرف S کنار هم باشند، ولی دو حرف A کنار هم نباشند؟

- (۱) ۲۴  
(۲) ۹۶  
(۳) ۳۶  
(۴) ۱۰۸

**439.** با ارقام عدد ۲۲۲۳۴۵۶ چند عدد هفت رقمی می‌توان نوشت که هیچ‌کدام از آن‌ها کنار هم نباشند؟

- (۱) ۳۶۰  
(۲) ۷۲۰  
(۳) ۱۴۴۰  
(۴) ۲۴۰



**PETER SCHOLZE**  
FIELDS:2018 1987



*Time-limited exams*



زمان : ۲۵ دقیقه	آشنایی با منطق ریاضی	درس اول	فصل اول یازدهم	سکانس ۲۲
-----------------	----------------------	---------	----------------	----------

**501.** کدام یک از گزینه های زیر یک گزاره است؟

- (۱) روزبه باهوش است.
- (۲) درس آمار و احتمال درس ساده ای است.
- (۳) کنکور امسال خیلی مفهومی بود.
- (۴) اسحاق نیوتن در روز اول ماه می ۱۶۰۱ متولد شد.

**502.** نقیض نقیض گزاره «۳ عددی غیر اول نیست» کدام است؟

- (۱) ۳ عددی غیر اول است.
- (۲) ۳ عددی اول است.
- (۳) ۳ عددی مرکب است.
- (۴) ۳ عددی اول نیست.

**503.**  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزاره  $p$  برابر  $a + b < 0$  و گزاره  $q$  برابر  $ab \leq 0$  باشد، در صورتی که ارزش گزاره  $p \wedge \sim q$  درست باشد،

کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $a > 0, b > 0$
- (۲)  $a > 0, b < 0$
- (۳)  $a < 0, b > 0$
- (۴)  $a < 0, b < 0$

**504.** اگر گزاره  $(p \Rightarrow q)$  نادرست باشد و  $r$  گزاره دلخواهی باشد، کدام یک از گزاره های زیر همواره نادرست است؟

- (۱)  $(p \wedge \sim q) \vee r$
- (۲)  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r$
- (۳)  $(p \vee \sim q) \vee r$
- (۴)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

**505.**  $a, b, c$  سه عدد حقیقی غیر صفر هستند. اگر گزاره  $p$  برابر  $a + b = 0$ ، گزاره  $q$  برابر  $a + c < 0$  و گزاره  $r$  برابر  $c < 0$  باشد، در صورتی که ارزش گزاره

$(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $a < 0, b > 0, c > 0$
- (۲)  $a > 0, b > 0, c < 0$
- (۳)  $a < 0, b < 0, c > 0$
- (۴)  $a > 0, b < 0, c < 0$

**506.** با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	$p \wedge \sim q$	.....
.....	.....	د	د

- (۱)  $(p \Rightarrow q) \vee q$
- (۲)  $p \wedge (q \Rightarrow p)$
- (۳)  $p \Rightarrow q$
- (۴)  $(\sim p \wedge q) \vee q$

**507.** با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

p	q	r	$p \vee (q \Rightarrow r)$	.....
.....	.....	.....	ن	ن

- (۱)  $\sim p \Rightarrow r$
- (۲)  $r \Rightarrow q$
- (۳)  $r \Leftrightarrow \sim q$
- (۴)  $p \vee q$

(مشابه خارج - ۹۸)

**508.** هم ارز گزاره  $p \Rightarrow [ \sim (q \Rightarrow p) \vee q ]$  کدام است؟

- (۱)  $p$
- (۲)  $p \Rightarrow \sim q$
- (۳)  $q \Rightarrow p$
- (۴)  $\sim q \Rightarrow \sim p$

(مشابه خارج - ۹۸)

**509.** گزاره  $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

- (۱)  $p$
- (۲) همواره درست است.
- (۳)  $\sim p$
- (۴) همواره نادرست

NOTE

آزمون های مرور و تسلط نهایی [آزمون دار]

خرید آفلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)

(مشابه خارج - ۹۸)

510. اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  درست باشند، کدام گزاره زیر همواره درست است؟

- (۱)  $r \Rightarrow p$   
 (۲)  $p \vee r$   
 (۳)  $\sim p \Rightarrow r$   
 (۴)  $p \Rightarrow r$

511. دامنه متغیر گزاره  $\frac{1}{\sqrt{1-|x|}} > 2$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R} - \{1, -1\}$   
 (۲)  $(-1, 1)$   
 (۳)  $[-1, 1]$   
 (۴)  $\mathbb{R} - [-1, -1]$

(مشابه خارج - ۹۸)

512. ارزش کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟ (P مجموعه اعداد اول)

- (۱)  $\forall x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x} \notin \mathbb{N}$   
 (۲)  $\exists x \in \mathbb{Z}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$   
 (۳)  $\exists x \in P; x = 2k (k \in \mathbb{Z})$   
 (۴)  $\forall x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}); |x| \geq 0$

(مشابه خارج - ۹۸)

513. ارزش کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟ (P مجموعه اعداد اول)

- (۱)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$   
 (۲)  $\forall n \in \mathbb{N}; (n^2 + n + 4) \in P$   
 (۳)  $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$   
 (۴)  $\exists n \in \mathbb{N}; (2^n - 1) \in P$

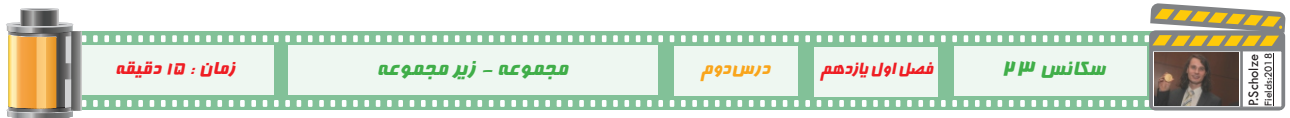
(مشابه داخل - ۹۸)

514. گزاره سوری  $\exists x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$  با کدام گزاره نمای  $p(x, y)$  دارای ارزش نادرست است؟

- (۱)  $2x + y = 7$   
 (۲)  $3x + 5y = 7$   
 (۳)  $xy = 7$   
 (۴)  $x^2 + y^2 = 7$

515. نقیض گزاره «  $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \Rightarrow (\exists a \in \mathbb{R}; a^2 < 0)$  » کدام است؟

- (۱)  $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \wedge (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$   
 (۲)  $(\forall a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} \geq 0) \vee (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$   
 (۳)  $(\forall a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} \geq 0) \wedge (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$   
 (۴)  $(\exists a \in \mathbb{R}; \sqrt{a} < 0) \Rightarrow (\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0)$



516. مجموعه  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, 2^m \leq n, n \in \mathbb{N}\}$  مفروض است. مجموعه‌های  $A_4$  و  $A_7$  چند عضو مشترک دارند؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۵  
 (۳) ۴  
 (۴) ۳

517. بزرگترین عضو مجموعه  $A = \{3^x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, 2^x < 17\}$  کدام است؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۸  
 (۳) ۸۰  
 (۴) ۲۶

518. کدام مجموعه تهی است؟

- (۱)  $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq 0\}$   
 (۲)  $B = \{x \in \mathbb{Z}; \sqrt{x} \leq 0\}$   
 (۳)  $C = \{x \in \mathbb{Z}; \sqrt{-x^2} \in \mathbb{Z}\}$   
 (۴)  $D = \{x \in \mathbb{N}; x + \frac{1}{x} < 2\}$

519. اگر مجموعه مرجع را اعداد طبیعی فرض کنیم، متمم مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{N}; x^2 < 3^x\}$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) صفر

520. اگر  $A = \{\emptyset\}, B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, C = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$  آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $B \subseteq C$   
 (۲)  $A \subseteq B$   
 (۳)  $A \in B$   
 (۴)  $B \in C$



۱ آشنایی با مبانی ریاضی

گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) همگی به سلیقه افراد مرتبط هستند و تنها گزینه (۱) یک جمله خبری با ارزش درست یا نادرست است.

ارزش نقیض نقیض هر گزاره معادل با خود همان گزاره است:

$$4 \text{ فرد است} \equiv (4 \text{ فرد نیست}) \equiv \sim(\sim(4 \text{ فرد نیست}))$$

هر گزاره شرطی معادل با عکس نقیض خود است. بنابراین باید جای فرض (مقدم) و حکم (تالی) را عوض کرده و هر دو گزاره را نیز نقیض کنیم. یعنی: او متدین نیست  $\Rightarrow$  او درستکار نیست  $\equiv$  (او متدین است)  $\sim \Rightarrow$  (او درستکار است)  $\sim$

بررسی گزینه‌ها:

۱  $r \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

۲  $p \equiv F \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

۴  $q \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$

گزینه (۳) در صورت نادرست بودن  $q$  و  $r$  درستی گزاره بستگی به ارزش  $p$  دارد.

ابتدا ببینیم عبارت «به نادرست تکمیل نمی‌کند» یعنی چه؟

درست تکمیل می‌کند  $\equiv$  (نادرست تکمیل می‌کند)  $\equiv \sim((\text{نادرست تکمیل نمی‌کند}) \sim)$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ اگر  $p$  و  $q$  درست باشند، گزاره  $(p \vee q)$  درست بوده و ارزش ترکیب دوشروطی به ارزش  $r$  بستگی دارد.

۲ اگر  $p$  نادرست باشد، ارزش  $(p \vee q)$  به  $q$  بستگی دارد.

۳ اگر  $p$  درست باشد، طرف اول ترکیب دوشروطی درست خواهد بود و اگر  $r$  درست باشد، دو طرف هم ارزش شده و ارزش کل گزاره درست خواهد شد.

۴ اگر  $q$  درست باشد،  $(p \vee q)$  درست بوده و اگر  $r$  نادرست باشد، دو طرف غیر هم ارزش شده و ارزش کل گزاره نادرست خواهد بود.

گزاره  $p \Leftrightarrow q$  درست است. یعنی گزاره‌های  $p$  و  $q$  هم‌ارزش هستند. از

طرفی  $p \Rightarrow \sim q$  نیز باید درست باشد. حال اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند،  $p \Rightarrow \sim q$  نادرست خواهد شد. پس  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند؛ در نتیجه گزاره

$$p \wedge q \sim \text{ نادرست است.}$$

ترکیب شرطی  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  نادرست است پس مقدم آن یعنی  $p$

درست و تالی آن یعنی  $q \Rightarrow r$  نادرست است. از طرفی از نادرستی ترکیب شرطی  $q \Rightarrow r$  نتیجه می‌گیریم  $q$  درست و  $r$  نادرست است، بنابراین گزاره  $(p \vee r) \Rightarrow q$  درست خواهد بود.

شرطی به فصلی دمورگان

$$q \Rightarrow [\sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [\sim(\sim p \vee q) \wedge \sim p]$$

شرکت پذیری

$$\equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge \sim q] \equiv q \Rightarrow F \equiv \sim q$$

شرطی به فصلی دمورگان

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge r)$$

عکس توزیع پذیری

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

در گزینه (۴) هیچ متغیری وجود ندارد، بنابراین این گزینه گزاره‌نما محسوب نمی‌شود و یک گزاره است.

منظور از  $D$  دامنه متغیر و منظور از  $S$  مجموعه جواب گزاره‌نما است.

۱  $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D = [1, +\infty)$

۲  $\sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$

بنابراین مجموعه جواب گزاره‌نما اشتراک ۱ و ۲ یعنی  $S = [1, 5)$  خواهد بود، زیرا مجموعه جواب مقادیری از دامنه هستند که به ازای آن‌ها یک گزاره درست به دست می‌آید.

گزینه‌های (۲) و (۳) به ازای هیچ  $x$  حقیقی برقرار نیستند و گزینه (۴) نیز به ازای  $x=2$  برقرار نیست.

گزاره دو سوری داده شده بیان می‌کند که «به ازای هر  $x$  طبیعی لاقل

یک  $y$  طبیعی وجود دارد که رابطه  $p(x, y)$  برقرار باشد» که تنها در گزینه (۱) این موضوع درست است. اما بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ به ازای  $x=1$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی‌آید.

۳ به ازای  $x=7$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی‌آید.

۴ به ازای  $x=5$  عدد طبیعی برای  $y$  به دست نمی‌آید.

گزاره دو سوری داده شده بیان می‌کند که «لااقل یک  $x$  طبیعی وجود

دارد که به ازای هر عدد صحیح  $y$  رابطه  $p(x, y)$  درست باشد» که در رابطه  $x=5$  و  $y^2 \geq x-5$  هر عدد صحیح دلخواه برای  $y$  رابطه درست است. اما در سایر گزینه‌ها لاقل یک  $x$  نمی‌توان یافت که به ازای تمام اعداد صحیح رابطه برقرار شود.

اگر گزاره را به زبان ریاضی تبدیل کنیم به صورت زیر خواهد شد:

همه دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران، باهوشند

$$p(x, y) \quad y \quad \exists x \quad \forall y$$

$$\sim(\forall x \exists y; p(x, y)) \equiv \exists x \forall y; \sim p(x, y)$$

باهوش نیست هر دانشگاهی در تهران

یعنی «لااقل یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست».

احتمال 2

۱۴۳ اگر سکه «رو» بیاید، ۲ سکه دیگری اندازیم که ۴ عضو دارد و اگر «پشت» بیاید، یک تاس می اندازیم که ۶ حالت دارد، پس تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 1 \times 4 + 1 \times 6 = 10$$

۱۴۴ فرزند وسط را دختر در نظر می گیریم. در این حالت فرزندهای کوچکتر از او باید هر دو پسر یا هر دو دختر باشند، بنابراین دو حالت دارند و فرزندان بزرگتر از او باید یکی دختر و دیگری پسر باشد، پس آن ها نیز دو حالت دارند.

بنابراین تعداد حالت های ممکن برابر است با:

$$n(A) = 2 \times 2 = 4$$

۱۴۵ باید تفاضل اعداد ظاهر شده برابر یک یا صفر باشد. یعنی یا اعداد ظاهر شده متوالی باشند که ۱۰ حالت دارد و یا اعداد ظاهر شده یکسان باشند که ۶ حالت دارد. بنابراین پیشامد این که تفاضل اعداد ظاهر شده در دو تاس، کم تر از ۲ باشد، دارای ۱۶ = ۱۰ + ۶ عضو است.

۱۴۶ پیشامدهای A و B را با اعضا معلوم می کنیم:

$$A = \{(1,2), (2,1), (2,3), (3,2), \dots, (5,6), (6,5)\}$$

$$B = \{(6,5), (5,6)\}$$

$$n(A-B) = 8$$

۱۴۷ تعداد کل اعداد سه رقمی برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

با هر سه رقمی که از میان ارقام ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ انتخاب کنیم ۶ عدد سه رقمی متفاوت می توان ساخت که تنها در یکی از آن ها صدگان < دهگان < یکان است، بنابراین  $n(A) = \binom{6}{3} \times 1 = 20$  و در نتیجه:

$$P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

۱۴۸ ۶ گوی را به ۶! حالت می توان از جعبه خارج کرد. حال تعداد حالاتی که اعداد فرد یا زوج یک در میان خارج شوند، برابر با  $2! \times 3! \times 2!$  است.

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{3! \times 3! \times 2}{6!} = 0/1$$

۱۴۹ مجموع حداکثر ۱۰ باشد یعنی مجموع نباید ۱۱ یا ۱۲ شود بنابراین احتمال این که حاصل جمع اعداد روشده برابر ۱۱ یا ۱۲ باشد را محاسبه می کنیم و آن را از عدد ۱ کم می کنیم:

$$P(A) = 1 - \frac{2+1}{36} = 1 - \frac{3}{36} = \frac{11}{12}$$

۱۵۰ کم تر از ۳ نبودن {۳, ۴, ۵, ۶} و زوج نبودن {۱, ۳, ۵} و اجتماع آن ها

بنابراین:

$$P(A) = \frac{5}{6}$$

۱۵۱ به بررسی گزینه ها می پردازیم:

۱)  $P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{27}$

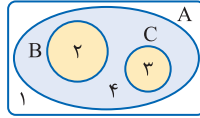
۲)  $P(A) = 1 \times \frac{2}{6} \times 1 = \frac{2}{6}$

۳)  $P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{32}{216}$

۴)  $P(A) = (\frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}) + (\frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6}) + (\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6}) = \frac{96}{216}$

عجیب تر بودن یک پیشامد به معنی آن است که احتمال رخداد آن از سایرین کم تر است.

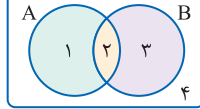
۳۴ ابتدا متناسب با داده های مسئله یک شکل



مناسب رسم می کنیم سپس مجموعه داده شده را به کمک عدد گذاری ساده کرده و با مقدار عددی گزینه ها مقایسه می کنیم:

$$((A \cap B) - (A \cap C)) \cup ((A \cap C) - (A \cap B)) = (\{2\} - \{3\}) \cup (\{3\} - \{2\}) = \{2\} \cup \{3\} = \{2, 3\} = B \cup C$$

۳۵ شرط داده شده را ساده می کنیم:



$$A \cap B' = B \cap A' \Rightarrow A - B = B - A \Rightarrow \{1\} = \{3\}$$

بنابراین  $A = B$ ، در نتیجه:

$$((A - B) \cup (B - A)) - A = (\emptyset \cup \emptyset) - A = \emptyset$$

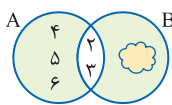
۳۶ بیش ترین مقدار  $\frac{2}{n} - 8$  و کم ترین مقدار  $\frac{n-2}{n}$  به ازای ۴ دست می آید، بنابراین:

$$\bigcap_{i=4}^n A_i = (-\frac{2}{8}, \frac{4-2}{4}) = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$$

۳۷  $|A \times B| = |A| \times |B| = 3 \times 4 = 12$

$$\{1, 2, 3, 4\}, \{0, 1\}$$

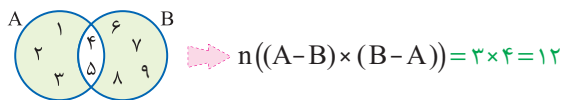
۳۸ با توجه به نمودار داریم:



$$3 \times x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow n(B) = 2 + 2 = 4$$

۳۹ مجموعه داده شده را ساده می کنیم، سپس به سراغ نمودار می رویم:

$$(A \cap B') \times (A \cup B')' = (A - B) \times (A' \cap B) = (A - B) \times (B - A)$$



$$n((A - B) \times (B - A)) = 3 \times 4 = 12$$

۴۰ رابطه  $(A \times B) \subseteq (B \times A)$  زمانی برقرار است که دو مجموعه A و B مساوی باشد؛ بنابراین:

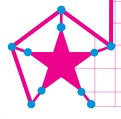
$$\begin{cases} z - 2 = 3 \Rightarrow z = 5 \\ \{x, y\} = \{x - 1, y + 2\} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = y \Rightarrow x = y + 1 \\ y + 2 = x \Rightarrow y = x - 2 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 19 \end{cases}$$

۴۱  $1 \leq k \leq 5 \Rightarrow A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$|k - 3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq k - 3 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq k \leq 5 \Rightarrow B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow n((A \times B) \cap (B \times A)) = n((A \cap B)^2) = 9$$

۴۲ با توجه به شکل، نمودار دکارتی شامل زوج مرتبهایی است که  $0 \leq x < 3$  و  $y = \{1, 2\}$  باشد. بنابراین نمودار مربوط به  $A \times B$  است.



3 آمار توصیفی

129 مراحل تحصیلی قابل اندازه‌گیری نیست پس کیفی است و دارای ترتیب است پس کیفی ترتیبی است. [مثلاً باید اول دبستان را گذراند بعد متوسطه ۱ و بعد متوسطه ۲ و بعد دانشگاه و ...]

130 گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ متغیرهای کمی پیوسته هستند، ولی گزینه ۳ متغیر کیفی اسمی است.

131 نوع آلاینده‌گی قابل اندازه‌گیری نیست و هیچ ترتیب طبیعی ندارد پس کیفی اسمی است.

132 میزان آلودگی هوا، در دنیای امروز قابل اندازه‌گیری است و همانند دما و میزان فشار و ... با شاخص‌های عددی بیان می‌شود و همانند آن‌ها از نوع کمی پیوسته است.

133 اگر تعداد افرادی که سایر روزنامه‌ها را می‌خوانند  $f$  فرض کنیم با جای‌گذاری اعداد داده شده در فرمول درصد فراوانی خواهیم داشت:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \Rightarrow 12 = \frac{f}{f + 80 + 50 + 40 + 30 + 20} \times 100$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{f}{f + 220} \times 100 \Rightarrow 12(f + 220) = 100f \Rightarrow 12f + 2640 = 100f \Rightarrow 88f = 2640 \Rightarrow f = 30$$

134 چون ۸ بار دقیقاً دو «رو» آمده است، بنابراین ابتدا مقدار  $x$  را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 0.2$$

می‌دانیم مجموع فراوانی نسبی همه داده‌ها برابر «۱» است، بنابراین:

$$\sum F_i = 1 \Rightarrow 0.1 + y + 0.2 + 0.15 + 0.2 = 1 \Rightarrow y = 0.35$$

از طرفی تعداد روها کمتر از تعداد پشت‌ها باشد، یعنی صفر یا یک رو آمده باشد که با توجه به مقدار  $y$  فراوانی نسبی آن برابر  $0.45 = 0.35 + 0.1$  است و در نتیجه:

$$F = \frac{f}{n} \Rightarrow 0.45 = \frac{f}{40} \Rightarrow f = 18$$

135 با توجه به مشخص بودن فراوانی و فراوانی نسبی مسافران که استراحت می‌کنند، تعداد کل داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow 0.45 = \frac{90}{n} \Rightarrow n = \frac{90}{0.45} = 200$$

حال با توجه به این که فراوانی نسبی مسافران که سر در گوشی کرده‌اند، برابر  $0.25$  است، فراوانی آن‌ها یعنی مقدار  $x$  را مشخص می‌کنیم:

$$F_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow 0.25 = \frac{x}{200} \Rightarrow x = 50$$

از طرفی می‌دانیم جمع فراوانی افراد ۲۰۰ است، پس  $y$  به دست می‌آید:

$$90 + x + 35 + y = n \Rightarrow 90 + 50 + 35 + y = 200 \Rightarrow y = 25$$

در نتیجه  $x - y = 25$  خواهد بود.

136 با توجه به این که فراوانی نسبی گروه خونی AB در حالت اولیه برابر

$$F = \frac{f}{n} \Rightarrow 0.25 = \frac{f}{40} \Rightarrow f = 10$$

حال با دو برابر شدن تعداد افراد سازمان، اگر  $x$  نفر از افراد اضافه شده دارای گروه خونی AB باشند، فراوانی نسبی آن‌ها در حالت جدید برابر  $0.35$  می‌شود. پس:

$$0.35 = \frac{10 + x}{80} \Rightarrow 10 + x = 28 \Rightarrow x = 18$$

137 با توجه به این که ۲ قسمت از ۱۰ قسمت دایره مربوط به خانواده‌های

۵ فرزندی است، پس ۲۰ درصد خانواده‌ها دارای ۵ فرزند هستند. در نتیجه تعداد این خانواده‌ها برابر است با:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{f}{120} \times 100 \Rightarrow f = \frac{20 \times 120}{100} = 24$$

حال ۲۴ خانواده ۵ فرزندی وجود دارد که مجموع تعداد فرزندان آن‌ها برابر با  $5 \times 24 = 120$  است.

138 می‌دانیم فراوانی گچ سفید در ابتدا برابر  $f = 20$  است:

$$P = \frac{f + 2}{n + 1} \times 100 = \frac{20 + 2}{(4 + 11 + 14 + 20) + 1} \times 100 = \frac{22}{50} \times 100 = 44\%$$

یعنی ۴۴ درصد مساحت دایره مربوط به گچ سفید می‌شود.

139 با توجه به نمودار، فراوانی افرادی که وزن آن‌ها بالای ۷۰ کیلوگرم است،

برابر  $f = 15 + 5 + 5 = 25$  می‌باشد. از طرفی تعداد کل دانش‌آموزان این

$$n = 10 + 40 + 25 + 15 + 5 + 5 = 100$$

مدرسه برابر است با: بنابراین درصد دانش‌آموزانی که وزن آن‌ها بالای ۷۰ کیلوگرم است، برابر است با:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 = \frac{25}{100} \times 100 = 25\%$$

140 با اضافه شدن دو نفر با وزن‌های ۵۶ و ۵۹ کیلوگرم، فراوانی افرادی که

وزن آن‌ها بین ۵۰ تا ۶۰ کیلوگرم است، برابر  $42 = 40 + 2$  می‌شود. از طرفی چون ۲ نفر از این مدرسه رفته‌اند، تعداد کل آن‌ها تغییر نمی‌کند و ۱۰۰ نفر باقی می‌ماند. بنابراین فراوانی نسبی افراد موردنظر برابر است با:

$$F = \frac{f}{n} = \frac{42}{100} = 0.42$$

141 چون همه داده‌ها حول و حوش ۲۵ هستند، ابتدا از هر کدام از اعداد

۲۵ واحد کم می‌کنیم و پس از محاسبه میانگین اعداد حاصل، در انتها به میانگین به دست آمده ۲۵ واحد اضافه می‌کنیم:

$$\bar{x} - 25 = \frac{0/3 + 0/4 + 0/6 + 0/2 + 0/1 + 0/5}{6} = \frac{2/1}{6} = 0.35$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 25 + 0.35 = 25.35$$

142 ابتدا همه داده‌ها را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم و پس از محاسبه میانگین،

آن را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم:

$$1000 \times x_i: 210, 103, 123, 3, 12$$

$$1000 \bar{x} = \frac{210 + 103 + 123 + 3 + 12}{5} = \frac{451}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{451}{5000} = 0.0902$$



**203** در گزینه **۴** چون قرار است به ده هزار نفر که پیامک زده‌اند جایزه داده شود، عملاً بهترین، سریع‌ترین و تنها راه ممکن استفاده از نمونه‌گیری سیستماتیک است. چون یک نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم و طبق یک رویه خاص بقیه خودبه‌خود توسط برنامه کامپیوتری انتخاب می‌شوند.

**204** در نمونه‌گیری سیستماتیک احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر با  $P = \frac{n}{N}$  است، بنابراین:

$$P = \frac{48}{240} = \frac{2}{10} = 0.2$$

**205** ابتدا فاصله نمونه‌گیری را پیدا می‌کنیم:

$$d = \left[ \frac{N}{n} \right] = \left[ \frac{500}{25} \right] = 20$$

می‌دانیم شماره نفر  $i$ ام در نمونه‌گیری به صورت  $a_i = a_1 + (i-1)d$  است، بنابراین:

$$a_3 = a_1 + (3-1)d = 17 + 2 \times 20 = 57$$

**206** نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامان‌مند نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است.

**207** به جز نمونه‌گیری تصادفی ساده، در سایر نمونه‌گیری‌های احتمالی همیشه جامعه را به زیرمجموعه‌هایی (طبقه‌هایی) افزایش می‌کنیم اما:

**۱** در نمونه‌گیری خوشه‌ای بعضی از خوشه‌ها (زیرمجموعه‌ها) به تصادف انتخاب و سرشماری می‌شوند.

**۲** در نمونه‌گیری سیستماتیک هیچ طبقه‌ای به تصادف انتخاب نمی‌شود، بلکه یک نفر از طبقه اول به تصادف انتخاب می‌شود و بقیه افراد طبق رویه به خصوصی انتخاب می‌شوند.

**۳** در نمونه‌گیری طبقه‌ای از همه طبقات متناسب با جمعیت آن‌ها واحدهای آماری به تصادف انتخاب می‌شود.

**208** نمونه‌گیری طبقه‌ای بهتر است چون جامعه از دو طبقه مردان و زنان تشکیل شده که از نظر قد با هم تفاوت دارند، ولی افراد هر گروه از نظر قدی شبیه هم هستند.

**209** این نوع نمونه‌گیری جزء نمونه‌گیری‌های غیراحتمالی و در دسترس محسوب می‌شود، چون فقط زیتون‌هایی که روی بشکه هستند مورد آزمایش قرار می‌گیرند.

**210** نوع نمونه‌گیری، نمونه‌گیری غیراحتمالی و در دسترس است.

**211** در این حالت نمونه‌گیری را **آرپ** می‌نامند.

**212** در نمونه‌گیری‌های احتمالی همه اعضا شانس معلوم دارند و این شانس لزوماً برابر است مثل نمونه‌گیری تصادفی ساده یا سیستماتیک و... ولی در نمونه‌گیری‌های غیراحتمالی شانس انتخاب واحدهای آماری نامعلوم است.

**194** اگر تعداد واحدهای آماری زیاد باشد و اندازه جامعه آماری بزرگ باشد، دسترسی به فهرست اعضای جامعه دشوار و هزینه‌بر است و نمونه‌گیری تصادفی ساده روش مناسبی نیست.

**195** می‌دانیم اگر  $n$  اندازه نمونه و  $N$  اندازه جامعه باشد، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر  $P = \frac{n}{N}$  است. بنابراین:

$$\frac{n}{480} > \frac{5}{100} \Rightarrow n > \frac{5 \times 480}{100} = \frac{240}{10} \Rightarrow n > 24 \Rightarrow \text{Min}(n) = 25$$

**196** هر قسمت شامل ۳۰ نفر است چون دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر با  $\frac{60}{300} = \frac{1}{5}$  است.

**197** به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

**۱** در نمونه‌گیری خوشه‌ای جامعه به زیرمجموعه‌هایی ناتهی افزایش می‌شود که لزوماً تعداد عضوهای زیرمجموعه‌ها برابر نیست.

**۲** در نمونه‌گیری خوشه‌ای چون خوشه‌ها بر اساس نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌شوند، احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است.

**۳** در نمونه‌گیری خوشه‌ای چون هر خوشه پس از انتخاب سرشماری می‌شود، احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری با هم برابر خواهد شد.

**۴** در نمونه‌گیری خوشه‌ای، خوشه‌ها از تنوعی شبیه کل جامعه برخوردارند.

**198** در نمونه‌گیری خوشه‌ای پس از این که چند خوشه را بر اساس نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب کردیم، باید در هر یک از خوشه‌ها سرشماری انجام شود. بنابراین گزینه **۳** نادرست است.

**199** می‌دانیم احتمال انتخاب ۲ خوشه از میان ۶ خوشه برابر  $\frac{2}{6}$  است. حال اگر مدرسه A انتخاب شده باشد، چون در آن سرشماری انجام می‌شود، احتمال آن که دانش‌آموزی از آن مدرسه در نمونه حضور داشته باشد همان  $\frac{2}{6}$  خواهد بود.

**200** بر اساس نمونه‌گیری طبقه‌ای سهم مدیران در نمونه انتخابی برابر است با:

$$n_i = \frac{n}{N} \times f_i = \frac{20}{100} \times 10 = 2$$

یعنی از ۱۰ نفر مدیر شرکت ۲ نفر باید انتخاب شوند، بنابراین احتمال انتخاب

هر کدام از مدیران برابر است با:  $P = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

**201**  $n_i = \frac{f_i}{N} \times n \Rightarrow n_i = \frac{28}{560} \times 80 = 4$

**202** اگر اندازه نمونه  $n$  و اندازه جامعه  $N$  باشد، آن‌گاه:

$$n_i = \frac{f_i}{N} \times n \Rightarrow 9 = \frac{54}{N} \times 36 \Rightarrow N = 216$$





245 عبارت  $n^2 + 3n + 5$  همواره فرد است، برای اثبات  $n$  را یک بار فرد و یک بار زوج در نظر می‌گیریم:

1  $n = 2k \Rightarrow n^2 + 3n + 5 = (2k)^2 + 3(2k) + 5 = 4k^2 + 6k + 5 = 2k^2 + 2k + 1 + 2k^2 + 4k + 4 = 2k^2 + 2k + 1 + 2(2k^2 + 2k + 1) = 2k^2 + 2k + 1 + 4k^2 + 4k + 2 = 4k^2 + 6k + 3 = 2(2k^2 + 3k + 1) + 1$

2  $n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 3n + 5 = (2k + 1)^2 + 3(2k + 1) + 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 6k + 3 + 5 = 4k^2 + 10k + 9 = 2(2k^2 + 5k + 4) + 1 = 2(2k^2 + 4k + 4 + k) + 1 = 2(2k^2 + 4k + 4) + 2k + 1 = 4k^2 + 8k + 8 + 2k + 1 = 4k^2 + 10k + 9$

246 گزینه 3 گزاره درستی نیست که بتوان آن را با برهان خلف ثابت کرد، چون اگر  $a$  و  $b$  گنگ باشند  $\sqrt{ab}$  می‌تواند گویا باشد:

$a = \sqrt{5} - 1, b = \sqrt{5} + 1 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} = \sqrt{5 - 1} = \sqrt{4} = 2$

247 برای اثبات این گزاره از روش اثبات مستقیم استفاده می‌شود.

$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs} = \frac{A}{B}$

248 طرفین نامساوی را نمی‌توان به توان زوج رساند بنابراین گزینه 2 نادرست است.

249 طرفین نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  را در 2 ضرب می‌کنیم:

$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2xz + 2yz$

حال همه پارامترها را به طرف اول منتقل می‌کنیم و  $2x^2, 2y^2, 2z^2$  را به شکل  $x^2 + x^2, y^2 + y^2, z^2 + z^2$  می‌نویسیم و خواهیم داشت:

$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$

$(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$

250 در گزینه‌های 1، 2، 3 و 4، لاغر، لاغرتر و یا چاق، چاق‌تر شده است اما در گزینه 4 لاغر چاق شده و در عین حال نیز چاق هم لاغر شده که نادرست است.

251 در گزینه 4 طرفین به یک نسبت چاق شده‌اند و درست است.

252  $ab|c^2 \xrightarrow{\text{چاقی، چاق‌تر}} a|c^2 \xrightarrow{\text{لاغر، لاغرتر}}$

253  $a^1|b^1 \xrightarrow{3 \times 1 \geq 2 \times 1} a^2|b^3$

254  $60|a \Rightarrow a = 60k \Rightarrow 60k | 420 \Rightarrow k | 7 \Rightarrow k = \pm 1, \pm 7$

255 گزینه 3 نادرست است، حال به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

1  $6|2a + 3b \Rightarrow 3|2a + 3b$   
 $\Rightarrow 3|2a \Rightarrow 3|3a \Rightarrow 3|a$   
 می‌دانیم  $3|3b$

2  $6|2a + 3b \Rightarrow 2|2a + 3b$   
 $\Rightarrow 2|2a \Rightarrow 2|2b \Rightarrow 2|b$   
 می‌دانیم  $2|2a$

4  $6|2a + 3b \Rightarrow 6|3a + 3b$

256 به کمک ترکیب خطی پارامتر را در طرف چاق از بین می‌بریم:

$a | 3(8m + 3) - 4(6m - 4) \Rightarrow a | 25 \Rightarrow a = 1, 5, 25$

چون  $n$  باید طبیعی و غیر اول باشد فقط 25 و 1 قابل قبول هستند.

257 ریشه طرف لاغرا را در طرف چاق جایگذاری می‌کنیم:

$n + 3 | n^2 + 2n + 3 \xrightarrow{n = -3} n + 3 | (-3)^2 + 2(-3) + 3 = 3$

$n + 3 | 6 \Rightarrow n + 3 = 1, 2, 3, 6 \Rightarrow n = -2, -1, 0, 3$  طبیعی

258 چون ریشه طرف لاغر صحیح نیست، بهتر است از ترکیب خطی استفاده کنیم:

$\begin{cases} 3x + 2 | x - 2 \\ 3x + 2 | 3x + 2 \end{cases} \Rightarrow 3x + 2 | 3(x - 2) - (3x + 2) = 3x + 2 - 8$

$3x + 2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8 \Rightarrow x = -1, 0, 2, -2$

259 ابتدا به کمک قانون تعدی دو بخش پذیری را به یک بخش پذیری تبدیل می‌کنیم و سپس به سراغ ترکیب خطی می‌رویم:

$ab|c, c|a - b \Rightarrow ab|a - b \Rightarrow \begin{cases} a|a - b \Rightarrow a|b \\ b|a - b \Rightarrow b|a \end{cases} \Rightarrow |a| = |b|$

260 وقتی مجموع 2 عدد فرد است یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است:

$p^2 + q^2 = 29 \Rightarrow \begin{cases} p = 3 \text{ فرد} \\ q = 5 \text{ زوج} \end{cases} \Rightarrow p = 2 \Rightarrow 2^2 + q^2 = 29 \Rightarrow q = 5$

بنابراین  $q - p = 3$  خواهد شد.

261 اگر حاصل ضرب دو عدد، عددی اول باشد یکی از آن‌ها 1 و دیگری همان عدد اول است:

$p + q + r = 10$

$(p - q)(p + q) = r \Rightarrow \begin{cases} p - q = 1 \Rightarrow p = 3, q = 2 \\ p + q = r \Rightarrow r = 3 + 2 = 5 \end{cases}$

262  $a|b \Rightarrow a^2|b^2 \Rightarrow a|b^2$

بنابراین حال بررسی مفهوم هر کدام از گزینه‌ها می‌پردازیم:

1  $(a, b) = |a| \Leftrightarrow a|b$  ✓      2  $(a, b^2) = |a| \Leftrightarrow a|b^2$  ✓

3  $(a^2, b) = a^2 \Leftrightarrow a^2|b$  ✗      4  $(a^2, b^2) = a^2 \Leftrightarrow a^2|b^2$  ✓

263  $ab|b - c \xrightarrow{\text{لاغر، لاغرتر}} b|b - c$   
 $\Rightarrow b|c \Rightarrow (b, c) = |b|$  می‌دانیم

264 عبارت  $a + 1$  نه مضرب 2 است و نه مضرب 3 بنابراین همواره نسبت به 12 اول است.

265 فرض کنیم  $(a + 5, a - 5) = d$  باشد، در این صورت داریم:

$\begin{cases} d|a + 5 \\ d|a - 5 \end{cases} \Rightarrow d|10 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 5 \text{ یا } 10$

اما چون  $(a, 5) = 1$  بنابراین  $d$  نمی‌تواند 5 یا مضارب 5 باشد، در نتیجه تنها جواب‌های قابل قبول هستند.  $d = 1, 2$



305 | قرینه هر پیمانه را به طرف دوم اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv -6 \\ a \equiv 8 \Rightarrow a \equiv -6 \\ a \equiv 9 \Rightarrow a \equiv -6 \end{cases} \Rightarrow a \equiv -6 \pmod{[11, 14, 15]} \Rightarrow a \equiv -6 \pmod{2310}$$

$$a = 2310k - 6 \xrightarrow{k=1} a = 2304$$

دو رقم سمت راست عدد 2304 مضرب 4 است در ضمن مجموع ارقام آن نیز بر 9 بخش پذیر است، بنابراین این عدد هم مضرب 4 و هم مضرب 9 است، در نتیجه بر 36 بخش پذیر است.

306 | طبق فرض مسئله  $a \equiv 1, a \equiv 1, a \equiv 1$  بنابراین  $a \equiv 1$  از طرفی  $a \equiv 1$  بنابراین:

$$\begin{cases} a \equiv 1 \\ a \equiv 1 \\ a \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17a \equiv 17 \\ 15a \equiv 15 \\ 10a \equiv 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a \equiv 17 \\ 2a \equiv 27 \\ 2a \equiv 37 \end{cases} \Rightarrow a \equiv 136 \pmod{255}$$

$$a = 255k + 136 \Rightarrow 100 \leq a < 1000 \Rightarrow k = 0, 1, 2, 3$$

جواب 4

307 | منظور صورت تست این است که  $6a4 \equiv 9$  حال داریم:

$$6a4 \equiv 9 \Rightarrow 604 + 10a \equiv 9 \Rightarrow 4 + 10a \equiv 9 \Rightarrow 10a \equiv 5 \Rightarrow 2a \equiv 1$$

$$2a \equiv 1 \xrightarrow{+2} a \equiv 2 \Rightarrow a = 2k + 2 \xrightarrow{0 \leq a \leq 9} a = 2, 5, 8$$

308 |  $143(ab \cdot ab) = k^2 \Rightarrow 11 \times 13(ab \cdot ab) = k^2$

$$11 \times 13 \times (1001ab) = k^2 \Rightarrow 11 \times 13 (7 \times 11 \times 13 ab) = k^2$$

$$11^2 \times 13^2 \times 7ab = k^2 \Rightarrow ab = 7q^2 \xrightarrow{q=2} ab = 63$$

عدد 63 حداقل 5 واحد از اولین عدد مضرب 17 یعنی 68 فاصله دارد.

309 | عدد 36 را به 4 و 9 که نسبت به هم اول هستند می‌شکنیم و داریم:

1 یا 4 یا 8 یا  $a746b \equiv 0 \Rightarrow 6b \equiv 0 \Rightarrow 60 + b \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 0 \Rightarrow b = 0$  یا  $a746b \equiv 0 \Rightarrow a + 7 + 4 + 6 + b \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 1$

2  $a746b \equiv 0 \Rightarrow a + 7 + 4 + 6 + b \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 1$

حال مقادیر به دست آمده برای b را در هم نهشتی قرار می‌دهیم تا مقادیر

b	0	4	8
a	1	6	2

قابل قبول برای a معلوم شود:

بزرگ‌ترین عدد N به ازای  $a=6, b=4$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$\text{Max}(N) = 67464 \Rightarrow 67464 \equiv 4 - 6 + 4 - 7 + 6 \equiv 1$$

310 | عدد 44 را به 4 و 11 که نسبت به هم اول هستند، می‌شکنیم:

1  $a73b8 \equiv 0 \Rightarrow 8b \equiv 0 \Rightarrow b = 0, 2, 4, 6, 8$

2  $a73b8 \equiv 0 \Rightarrow 8 - b + 3 - 7 + a \equiv 0 \Rightarrow a - b \equiv 7$

حال مقادیر به دست آمده برای b را در هم نهشتی قرار می‌دهیم تا مقادیر

b	0	2	4	6	8
a	7	9	0	2	4

قابل قبول برای a معلوم شود:

کوچک‌ترین عدد پنج رقمی N به ازای  $a=2, b=6$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$\text{Min}(N) = 27368 \Rightarrow 27368 \equiv 8 + 6 + 3 + 7 + 2 \equiv 8$$

300 | ابتدا شکل کلی b را با توجه به این که a مضرب 5 است، پیدا می‌کنیم:

$$a = b \times 21 + 37 \xrightarrow{a \equiv 0} 21b + 37 \equiv 0 \Rightarrow b + 2 \equiv 0 \Rightarrow b = 5k - 2$$

با توجه به شرط تقسیم باید  $b > 37$  باشد، بنابراین:

1  $b > 37 \Rightarrow 5k - 2 > 37 \Rightarrow k > \frac{39}{5} \Rightarrow k > 7.8 \Rightarrow k \geq 8$

از طرفی a هم سه رقمی است پس باید کوچک‌تر از 1000 باشد در نتیجه خواهیم داشت:

2  $21b + 37 < 1000 \Rightarrow b < 45.7 \Rightarrow 5k - 2 < 45 \Rightarrow k \leq 9.4 \Rightarrow k \leq 9$

با توجه به شرایط به دست آمده در قسمت‌های 1 و 2 خواهیم داشت:

دو مقدار  $8 \leq k \leq 9 \Rightarrow k = 8, 9$

301 | همان طور که می‌بینید پیمانه‌ها متفاوت است، ولی طرفین دو هم نهشتی

مثل هم نیست پس در هم نهشتی اول 17 واحد به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} 29a \equiv 12 \\ a + 17 \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 17 \equiv 0 \\ a + 17 \equiv 0 \end{cases}$$

اکنون دو هم نهشتی با پیمانه‌های متفاوت داریم که طرفین آن‌ها یکسان است:

$$a + 17 \equiv 0 \Rightarrow a + 17 \equiv 609 \Rightarrow a + 17 = 609k \Rightarrow a = 609k - 17$$

حال اگر  $k=1$  باشد، کوچک‌ترین مقدار  $a=592$  به دست می‌آید که رقم وسط آن 9 است.

302 |  $7x \begin{cases} a \equiv 5 \\ a \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a \equiv 35 \\ 9a \equiv 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a - 7a \equiv 54 - 35 \\ 2a \equiv 19 \end{cases}$

حال برای ساده کردن ضریب 2 از کنار a یک برابر پیمانه را به طرف دوم اضافه

می‌کنیم:

$$2a \equiv 19 \Rightarrow a \equiv 41 \Rightarrow \text{باقی‌مانده عددی اول است.}$$

303 | در هم نهشتی اول 4 برابر پیمانه و در هم نهشتی دوم 2 برابر پیمانه را

به طرف دوم اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a \equiv 5 \\ a \equiv 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 29 \\ a \equiv 29 \end{cases} \Rightarrow a \equiv 29$$

304 | ابتدا هم نهشتی  $2A \equiv 9$  را ساده می‌کنیم:

$$2A \equiv 9 \Rightarrow 2A \equiv 26 \Rightarrow A \equiv 13$$

حال باید طرف دوم هم نهشتی‌ها را یکسان کنیم که چون با اضافه کردن

مضارب 17 و مضارب 23 به طرف دوم هم نهشتی‌ها به سادگی نمی‌توان آن‌ها

را یکسان کرد طرفین هم نهشتی اول را در 23 و طرفین هم نهشتی دوم را در

17 ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 23A \equiv 13 \\ A \equiv 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 23A \equiv 23 \times 13 \\ 17A \equiv 5 \times 17 \end{cases}$$

حال طرفین دو هم نهشتی را از هم کم می‌کنیم:

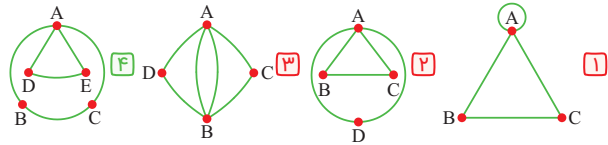
$$6A \equiv 23 \times 13 - 5 \times 17 \Rightarrow 6A \equiv 214 \Rightarrow 3A \equiv 107$$

$$3A \equiv 498 \Rightarrow A \equiv 166 \Rightarrow A = 391k + 166 \xrightarrow{k=2} A = 948$$

اکنون باید باقی‌مانده 948 بر 12 پیدا کنیم:  $948 \equiv 0$

2 گراف و مدل سازی

339 ف به بررسی گزینه ها می پردازیم:



340 3

$$q = 2p \Rightarrow 2p \leq \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p \leq p(p-1) \Rightarrow 4 \leq p-1$$

$$p \geq 5 \Rightarrow q \geq 10$$

341 1 ابتدا یک جدول صلیبی رسم می کنیم:

p	8	7	6	5	4	3	2	1
q	0	1	2	3	4	5	6	7
	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗

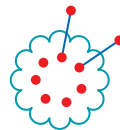
Min(p)=4

342 2

p	48	24	16	12	8	6	4	3	2	1
q	1	2	3	4	6	8	12	16	24	48
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗

Max(q)=8

343 3 دو رأس را کنار می گذاریم و بقیه را پر از یال می کنیم، سپس دو رأس درجه 1 را اضافه می کنیم:



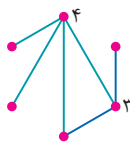
$$\text{Max}(q) = \binom{7}{2} + 1 + 1 = 23$$

344 2 11 یال را می توان در دست کم 6 رأس جای داد، بنابراین حداکثر 4 رأس ایزوله وجود دارد.

345 1 5 یال حداکثر می تواند 10 رأس را غیر ایزوله کنند، بنابراین دست کم 10 رأس ایزوله خواهیم داشت.



346 1 ابتدا یک رأس با درجه 4 و سپس رأس درجه 3 را از انتهای یکی از یال ها رسم می کنیم، رأس درجه 2 خودش به وجود می آید و نیازی به رسم آن نیست:



$$\text{Min}(q) = 6$$

347 1 دو رأس را کنار می گذاریم و 5 رأس باقی مانده را پر از یال می کنیم که 10 یال در آن ها جای می گیرد حال از دو رأس کنار گذاشته شده یکی را ایزوله نگه می داریم و دیگری را به یکی از آن 5 رأس وصل می کنیم:



$$\text{Max}(q) = 10 + 1 = 11$$

348 3 می دانیم تعداد اعضای همسایگی باز هر رأس معرف درجه آن رأس است. یعنی اکنون گرافی با درجه رأس های 1 و 2 داریم که دارای 2 یال است.

349 1 در این گراف درجه رأس ها 3, 2, 2, 1 است بنابراین دارای 4 یال است.

350 3 گراف 3- منتظم از مرتبه 5 وجود ندارد چون 3x5 فرد است. در سایر گزینه ها 1 ≤ k ≤ p-1 است و حاصل ضرب p و k نیز زوج است.

351 3

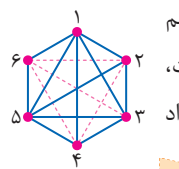
$$\begin{cases} 4p = 2q_1 \Rightarrow q_1 = \frac{4p}{2} \\ 4p + 18 = q_2 \Rightarrow \frac{4p}{2} + 18 = \frac{4p}{2} \\ 7p = 2q_2 \Rightarrow q_2 = \frac{7p}{2} \end{cases} \Rightarrow p = 12$$

352 2

$$p \times \binom{p}{2} = 90 \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} p = 6 \Rightarrow \Delta = \delta = 5$$

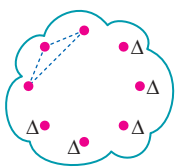
353 3 در صورتی همسایگی باز تمام رأس ها 5 عضو خواهد شد که درجه ها همگی 5 شود، یعنی گراف کامل شود. حال گراف 1- منتظم مرتبه 6 دارای 3 یال است ولی گراف K6 باید 15 یال داشته باشد، بنابراین این گراف با افزودن 12 = 15 - 3 یال به گراف کامل تبدیل می شود.

354 3 گراف را مطابق با الگوی بیان شده رسم می کنیم می دانیم به عنوان مثال عدد 1 نسبت به همه اعداد اول است، بنابراین رأس 1 به همه وصل می شود و 2 فقط نسبت به اعداد فرد اول است و ...  $q = 11 \Rightarrow \bar{q} = \binom{6}{2} - 11 = 4$

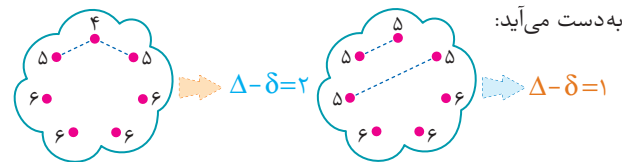


355 2 اگر گراف K8 بود  $\frac{8 \times 7}{2} = 28$  یال داشت.

گراف G سه یال کم تر از K8 دارد. اگر سه یال را به صورت مقابل از K8 برداریم درجه 5 رأس ماکزیمیم است که حداکثر مقدار ممکن است.



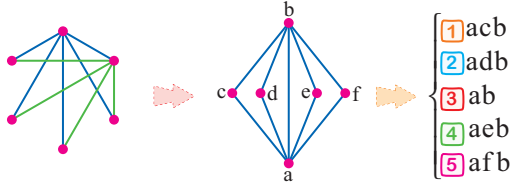
356 2 این گراف 2 یال از گراف K7 کم دارد و این 2 یال را به دو شکل مختلف می توان از گراف برداشت بنابراین برای  $\Delta - \delta$  دو جواب مختلف به دست می آید:



357 2 اندازه گراف 3- منتظم مرتبه 6 را حساب کرده و از گراف کامل کم می کنیم:

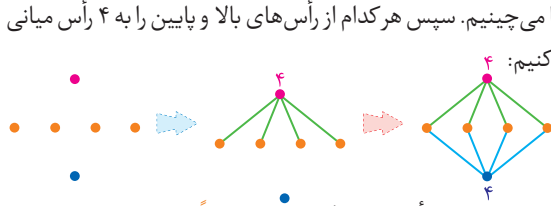
$$2q = 6 \times 3 \Rightarrow q = 9 \Rightarrow q + q(\bar{G}) = \binom{6}{2} \Rightarrow q(\bar{G}) = 15 - 9 = 6$$

3366 با توجه به دنباله درجات، گراف را رسم می‌کنیم:



- 1 acb
- 2 adb
- 3 ab
- 4 aeb
- 5 afb

3367 ابتدا دو رأس با درجه بزرگتر را بالا و پایین قرار داده و 4 رأس دیگر را بین آن‌ها می‌چینیم. سپس هر کدام از رأس‌های بالا و پایین را به 4 رأس میانی وصل می‌کنیم:



با توجه به شکل بین دو رأس از درجه ماکزیمم، دقیقاً 4 مسیر به طول 2 وجود دارد.

3368 تعداد مسیرهای به طول K در گراف P\_n برابر n-k است پس:

$$n-5=3 \Rightarrow n=8$$

بنابراین تعداد مسیرهای با طول 4, 5, 6, 7 برابر است با:  $4+3+2+1=10$

3369  $a \rightarrow p-2 \rightarrow b \Rightarrow p-2=5 \Rightarrow p=7$

3370  $a \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow b$  20 مسیر

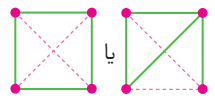
3370 گراف داده شده یک گراف کامل است بنابراین تعداد کل مسیرها برابر است با:  $[(4-2)! \times e] = 5$

3371 بهتر است یک جدول صلیبی مطابق با آنچه گفتیم تشکیل دهیم تا مقادیر قابل قبول برای p و q معلوم شود:

P	8	7	6	5	4	3	2	1
q	0	1	2	3	4	5	6	7

غیر ساده      قابل قبول      ناهمبند است زیرا  $q < p-1$

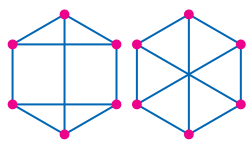
بنابراین تنها حالت ممکن برای این گراف همبند آن است که  $q=4$  و  $p=4$  باشد. این گراف برای کامل شدن نیاز به 2 یال دیگر دارد.



3372 حداکثر تعداد یال‌های گراف ناهمبند از مرتبه 7 برابر است با:

$$\text{Max}(q) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

3373 درجه تمام رأس‌ها 3 است. بنابراین این گراف یک گراف 3-منتظم مرتبه 6 است که همبند هم است و دارای یکی از دو شکل مقابل است:

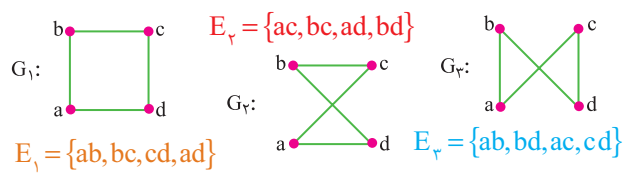


3358 چون گراف 5 رأس دارد برای پیدا کردن درجه رأس‌های مکمل، همه درجه‌ها را از 4 کم می‌کنیم:

$$\text{deg}_G = 4-4, 4-3, 4-3, 4-2, 4-2 \Rightarrow 0, 1, 1, 2, 2$$

این اعداد، درجات رأس‌های گراف گزینه 1 هستند.

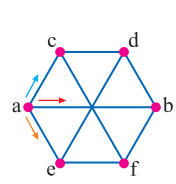
3359 زیرگراف‌های 2-منتظم و هم مرتبه با G به صورت زیر هستند:



بنابراین این گراف دارای 3 زیرگراف 2-منتظم از مرتبه 4 است.

3360 باید دو رأس را از میان 3 رأس انتخاب کنیم که به  $\binom{3}{2} = 3$  طریق امکان پذیر است و هر انتخاب 2 زیرگراف دارد که یکی بدون یال و یکی از آن‌ها با یک یال است. بنابراین تعداد زیرگراف‌های دورآسی برابر با  $3 \times 2 = 6$  است.

3361 این گراف دارای یک تقارن است و سه دسته مسیر در آن بین a و b وجود دارد:



- 1 مسیرهایی که از a به c سپس به b می‌رود.  $\{acdb, acfb, acdfb, acfedb\}$
  - 2 مسیرهایی که از a به e سپس به b می‌رود.  $\{aefb, aedb, aedcfb, aefcdb\}$
  - 3 مسیر مستقیم از a به b.  $\{ab\}$
- بنابراین در مجموع 9 مسیر بین a و b وجود دارد.

3362 چون  $\delta = 3$  است بنابراین گراف دارای مسیری با طول 3 است در نتیجه مسیری با طول 1 و 2 نیز دارد اما مسیر با طول بزرگتر از 3 ممکن است نداشته باشد.

3363 تعداد مسیرهای با طول صفر برابر با تعداد رأس‌ها و تعداد مسیرهای با طول یک برابر با تعداد یال‌هاست. بنابراین باید  $q-p$  را پیدا کنیم:

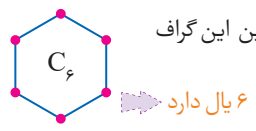
$$q-p = 6-5 = 1$$

3364 این گراف به یکی از شکل‌های زیر است که دقیقاً 4 یال دارد.



این گراف‌ها را درخت می‌نامند. [درخت گرافی است که بین هر دو رأس دلخواه آن دقیقاً یک مسیر وجود دارد].

3365 گرافی که بین هر دو رأس دلخواه آن دقیقاً دو مسیر وجود داشته باشد به شکل  $C_n$  است، بنابراین این گراف الزاماً باید به صورت  $C_6$  باشد:



**4433** در واقع ۶ جایگاه وجود دارد که فرار است گلدان‌ها در آن قرار گیرند که این کار به  $6! = 720$  طریق امکان پذیر است.

**4434** چون تعداد ارقام زوج و فرد یکسان است جواب جایگشت‌های ارقام زوج و فرد را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2! \times 2! \times 2 = 72$$

**4435** از چهار رقم زوج داده شده ۳ تای آن‌ها یکسان است که برای آن‌ها باید از جایگشت با تکرار استفاده کرد:

$$\frac{4!}{3!} \times \frac{4!}{3!} = 4 \times 2!$$

زوج‌ها      فردها

**4436** کل جایگشت‌هایی که حروف یکسان کنار هم هستند را حساب کرده و تعداد جایگشت‌هایی که G و I کنار هم هستند را کنار می‌گذاریم:

$$S, S \quad A, A \quad N, N \quad G, I - S, S \quad A, A \quad N, N \quad G, I$$

$$72 = 48 - 4! \times 2! = 120 - 48 = 72$$

**4437** برای این که ارقام در خانه‌های متوالی قرار بگیرند باید خانه اول خالی باشد یا خانه آخر:

$$2 \quad 4 \quad 6 \quad 3, 5 \quad \square \quad 7 \quad \square \quad 2 \quad 4 \quad 6 \quad 3, 5$$

$$96 = 2! \times 2! \times 4! = \text{جواب}$$

**4438** ابتدا Sها را درون یک بسته می‌گذاریم و تعداد جایگشت‌ها را حساب کرده، سپس تعداد جایگشت‌هایی که Aها نیز کنار هم هستند را از میان کل حالات کنار می‌گذاریم:

$$S, S \quad A, A \quad N, I - S, S \quad A, A \quad N, I$$

$$36 = 24 - 4! = \frac{5!}{2!} - 4! = 60 - 24 = 36$$

**4439** ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را به عنوان دیوار در نظر می‌گیریم:

$$\frac{5!}{3!} \times \frac{3!}{2!} \times 4! = 240$$

دیوارها

**4440** دونده‌های شماره ۱ و ۳ را مشابه و هم‌چنین دونده‌های شماره ۲ و ۵ را نیز مشابه در نظر می‌گیریم:

$$180 = \frac{6!}{2! \cdot 2!}$$

**4441** رئیس و منشی را به عنوان یک نفر در نظر می‌گیریم و

در میز گرد مستقر می‌کنیم، حال ۶ نفر از کارمندان به  $6! = 720$  طریق می‌توانند در ۶ جایگاه دیگر مستقر شوند.

[دقت کنید که جایگشت رئیس و منشی هیچ حالت جدیدی

ایجاد نمی‌کند].

**4422** برای a هر یک از ارقام  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  و برای b و c هر یک از ارقام  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  را می‌توان در نظر گرفت:

$$9 \times 10 \times 10 = 9 \times 10^2$$

**4423** اگر در مسیر رفت از D عبور نکنیم تعداد راه‌های ممکن برای رفت برابر با  $1+2+3+2+1 = 9$  است و اگر در برگشت از C عبور نکنیم تعداد راه‌های ممکن برای برگشت برابر با  $3+2+1 = 6$  است، بنابراین تعداد راه‌های ممکن برای رفت و برگشت برابر با  $9 \times 6 = 54$  است.

**4424** رقم ۷ را کنار می‌گذاریم یعنی ارقام  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$  را در اختیار داریم و چون صحبتی از غیر مجاز بودن تکرار به میان نیامده بنابراین تکرار ارقام مجاز است:

$$360 = 9 \times 9 \times 5$$

همه به جز صفر

**4425** ارقامی که در اختیار داریم  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  ورق سمت چپ «۱» نمی‌تواند باشد:

$$96 = 2 \times 3 \times 4 \times 4$$

**4426** تعداد کل اعداد چهار رقمی را به دست می‌آوریم و تعداد اعداد چهار رقمی که همه رقم‌های آن‌ها متمایز است را کنار می‌گذاریم:

$$4464 = 4536 - 9000 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 - 9 \times 10 \times 10 \times 10$$

**4427** تعداد کل کدهای سه رقمی را به دست می‌آوریم و تعداد کدهایی که هر سه رقم آن‌ها زوج است را کنار می‌گذاریم:

$$152 = 4 \times 4 \times 4 - 6 \times 6 \times 6$$

**4428** ارقام فرد عبارتند از  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  بنابراین تعداد پلاک‌ها برابر است با:

$$480 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$$

**4429** برای طبقه اول هر یک از سه رنگ را می‌توان استفاده کرد ولی برای سایر طبقه‌ها تنها ۲ انتخاب وجود دارد چون با طبقه قبل خود نباید هم‌رنگ باشند:

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

**4430** حداکثر به یک نفر رأی دهد یعنی یا به نفر اول یا به نفر دوم یا به نفر سوم رأی دهد و یا به هیچ‌کس رأی ندهد یعنی هر شخص ۴ انتخاب دارد:

$$256 = 4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

**4431** نفر اول سال اول ۴ انتخاب دارد ولی نفر دوم سال اول ۳ انتخاب و نفر سوم آن‌ها ۲ انتخاب دارد و به هر طریق یک صندلی در ردیف اول خالی خواهد ماند. حال نفر اول سال دوم نیز ۴ انتخاب و نفر دوم سال دومی‌ها دارای ۳ انتخاب است و دو صندلی نیز در ردیف دوم خالی می‌ماند. حال کلاً ۷ صندلی خالی وجود دارد که نفر اول سال سوم یکی از ۷ صندلی را انتخاب می‌کند و نفر دوم یکی از ۶ صندلی باقی مانده:  $12096 = (7 \times 6) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3 \times 2)$

**4432** a دو انتخاب دارد که عبارتند از  $\{1, 2\}$  و همچنین b نیز دو انتخاب دارد که عبارتند از  $\{4, 5\}$  اما c, d آزادند که هر یک از اعضای B, A را انتخاب کنند:

$$100 = 5 \times 5 \times 2 \times 2 = f(a) \times f(b) \times f(c) \times f(d)$$





گزاره  $p \vee (q \Rightarrow r)$  نادرست است، پس گزاره  $p$  و گزاره  $q \Rightarrow r$  نادرست است. بنابراین ارزش گزاره  $q$  درست و ارزش گزاره  $r$  نادرست است؛ در نتیجه گزاره  $p \Rightarrow r$  نادرست است.

شرطی به فصلی | دمورگان

$$p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \Rightarrow [\sim (\sim q \vee p) \vee q]$$

جذب

$$\equiv p \Rightarrow [(q \wedge \sim p) \vee q] \equiv p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

شرطی به فصلی | توزیع پذیری

$$p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv p \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

شرکت پذیری

$$\equiv p \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)]$$

$$\equiv p \wedge (\sim p \wedge \sim q) \equiv (p \wedge \sim p) \wedge \sim q \equiv F$$

گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $q \Rightarrow r$  درست هستند، آنگاه دو حالت قابل تصور است: 1) اگر  $q$  درست باشد، از درستی  $q \Rightarrow r$  نتیجه می‌شود  $r$  درست است. پس گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز درست است.

2) اگر  $q$  نادرست باشد، از درستی  $p \Rightarrow q$  نتیجه می‌شود  $p$  نادرست است پس گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز درست خواهد بود.

3) اگر گزاره‌های  $q \Rightarrow r$  و  $p \Rightarrow q$  درست باشند، گزاره  $p \Rightarrow r$  نیز همواره درست است این قانون به قانون قیاس در استنتاج مشهور است.

باید زیر رادیکال مثبت باشد [چون رادیکال در مخرج کسر است، زیر آن نمی‌تواند صفر باشد].

$$-1 < x < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow |x| > 0 \Rightarrow |x| \neq 0$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1) عکس هر عدد طبیعی الزاماً غیرطبیعی نیست مانند  $x = 1$ .

2) چون  $2 + 1 = 3$  است، یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 - 1 = 0$  دیگری  $-\frac{1}{2}$  است بنابراین یک ریشه صحیح وجود دارد.

3) عدد اولی که زوج باشد، وجود دارد.

4) قدرمطلق هر عدد گنگ الزاماً نامنفی است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1) به ازای  $x = 1$  دو طرف برابر نیستند.

2) به ازای  $n = 41$  عبارت مرکب خواهد شد.

3) به ازای  $x = -1$  نامعادله برقرار نخواهد بود.

4) به ازای  $n = 2$  برقرار است.

گزاره دو سوری داده شده بیان می‌کند که «به ازای لاقبل یک  $x, y$  صحیح رابطه  $p(x, y)$  برقرار است». حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

- 1) به ازای  $x = 3, y = 1$  رابطه برقرار است.
- 2) به ازای  $x = 4, y = -1$  رابطه برقرار است.
- 3) به ازای  $x = 7, y = 1$  رابطه برقرار است.
- 4) مجموع مربعات هیچ دو عدد صحیحی برابر 7 نخواهد شد.

$$\left\lfloor \frac{115}{27} \right\rfloor = 5$$

بدرترین حالت ممکن که مجموع هیچ دو عضوی برابر 82 نمی‌شود

مجموعه  $\{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41\}$  است. اگر یک عضو دیگر مثلاً 44 را نیز به این زیر مجموعه اضافه کنیم مجموع آن با 38 برابر 82 می‌شود، بنابراین جواب برابر است با:  $13 + 1 = 14$

اگر حداقل رأی انتخاب شونده را  $x$  فرض کنیم، داریم:

$$x + 6(x - 1) = 40 \Rightarrow 7x = 46 \Rightarrow x = \frac{46}{7} = 6 \dots \Rightarrow \text{Min}(x) = 7$$

چون صحبت از زوج مرتب است، جواب قطعاً 5 است.

عدد  $3\sqrt{2}$  قطر مربع به ضلع 3 است. بنابراین جواب یکی بیشتر از تعداد مربع‌های  $3 \times 3$  موجود در یک مستطیل  $9 \times 18$  است:

$$\frac{9 \times 18}{3 \times 3} + 1 = 3 \times 6 + 1 = 19$$

آزمون‌های مرور و تسلط نهایی | زمان دار

گزینه‌های 1، 2، و 3) علیرغم خبری بودن همگی سلیقه‌ای هستند.

3 اول است  $\equiv$  (3 غیر اول است)  $\equiv \sim$  (3 غیر اول نیست)  $\equiv \sim$

گزاره  $p \wedge \sim q$  درست است، پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است. با توجه به صورت سؤال داریم:

حال چون  $q$  نادرست است، پس  $ab > 0$  است. یعنی  $a$  و  $b$  هم علامت‌اند. از طرفی  $p$  درست است، پس  $a + b < 0$ . بنابراین  $a$  و  $b$  هر دو منفی هستند.

گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست است، پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است:

انتقالی مقدم

$$1) (p \wedge \sim q) \vee r \equiv T \quad 2) (\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$$

$$3) (p \vee \sim q) \vee r \equiv T \quad 4) p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست است، پس  $p \wedge q$  درست و  $r$  نادرست است. در نتیجه گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست هستند. از طرفی با توجه به صورت سؤال داریم:

حال چون  $r$  نادرست است، پس  $c > 0$  بوده و چون  $q$  درست است، با توجه به این که  $a + c < 0$  است، پس  $a < 0$  است. از طرفی  $p$  درست بوده و با توجه به این که  $a + b = 0$  است، نتیجه می‌گیریم  $b > 0$  است.

گزاره  $p \wedge \sim q$  درست است، پس گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین گزاره  $p \wedge (q \Rightarrow p)$  درست است.

**783** عدد ۲۱۷ یک عدد مرکب است که از حاصل ضرب  $7 \times 31$  ساخته شده است، بنابراین پیمانه را به این دو عدد تجزیه می‌کنیم و ابتدا کوچک‌ترین توان ۲ را پیدا می‌کنیم که باقی‌مانده آن بر ۲۱۷ برابر ۱ باشد:

$$2^3 \equiv 1 \Rightarrow 2^{15} \equiv 1 \Rightarrow 2^{217} \equiv 1$$

$$2^5 \equiv 1 \Rightarrow 2^{31} \equiv 1$$

حال  $1 \equiv 2^{217} \equiv 1$  در نتیجه  $0 \equiv 2^{15k} - 1$  بنابراین باید  $15k = n$  باشد، از طرفی گفته شد، تعداد اعداد دو رقمی  $n$  کدام است. بنابراین:

$$10 \leq 15k \leq 99 \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{جواب } 6$$

**784** عدد  $aabb$  مربع کامل است، بنابراین:

$$\overline{aabb} = n^2 \Rightarrow \overline{aa} \cdot \overline{bb} = n^2 \Rightarrow 100 \overline{aa} + \overline{bb} = n^2$$

می‌دانیم  $\overline{aa} = 11a$  و همچنین  $\overline{bb} = 11b$  بنابراین:

$$11(100a + b) = n^2 \Rightarrow 100a + b \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 0$$

بنابراین  $a + b = 11$  است، از طرف دیگر باید  $100a + b$  به شکل  $11k^2$  باشد،

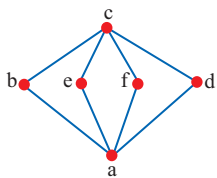
تا عبارت  $11(100a + b)$  مربع کامل شود، بنابراین:

$$100a + b = 11k^2 \Rightarrow 99a + a + b = 11k^2 \Rightarrow 9a + 1 = k^2$$

$$9a = (k-1)(k+1) \Rightarrow a = 7 \xrightarrow{a+b=11} b = 4$$

بنابراین عدد  $aabb$  به صورت ۷۷۴۴ است و در نتیجه:  $a - b = 7 - 4 = 3$  از آنجایی که گفته شده عدد فوق مجذور عدد (CC) است. می‌توانیم

اعدادی به شکل (CC) یعنی ۱۱، ۲۲، ۳۳، ... را به توان ۲ برسانیم تا ببینیم کدام یک به صورت  $aabb$  در می‌آید، البته باید از ۳۳ شروع کنیم چون مربع ۱۱، ۲۲، اعداد چهاررقمی نیست، در این صورت به عدد  $7744 = 88^2$  می‌رسیم.



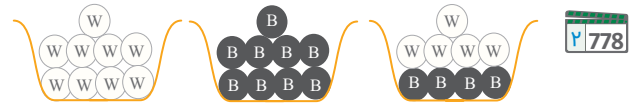
**785** باید گراف را رسم کنیم؛ کفایت دور رأس درجه ۴ را در بالا و پایین قرار دهیم و رأس‌های درجه ۲ را در وسط بچینیم، این گراف ۶ دور مختلف دارد:

- 1) abcea    2) abcfa    3) abcda
- 4) aecfa    5) aecda    6) afcda

این گراف می‌توانست به صورت دیگری نیز رسم شود که در آن صورت دور رأس از درجه ۴ مجاور هم بودند، ولی در تعداد کل دورها هیچ تغییری حاصل نمی‌شد. ولی طول دورها متفاوت بود!

**786** مجموعه  $\{a, e, g\}$  اصلاً یک مجموعه احاطه‌گر نیست چون رأس  $d$  را احاطه نمی‌کند.

**787** می‌دانیم گراف فرد. منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد. بنابراین  $k$  یک عدد زوج است از طرفی چون  $p = 7$  است، بنابراین باید  $k < 7$  باشد، بنابراین:  $k = 0, 2, 4, 6$  اما به ازای  $k = 0$  گراف تهی و به ازای  $k = 6$  گراف کامل خواهد بود، بنابراین تنها  $k = 2, 4$  قابل قبول است.



از ظرف اول هر دو مهره‌ای که خارج کنیم الزاماً سفید است و احتمال لااقل یک سیاه صفر است، از ظرف دوم هر دو مهره‌ای که خارج شود حتماً سیاه است و احتمال لااقل یک سیاه برابر ۱ است و از ظرف سوم اگر دو مهره خارج کنیم در صورتی حداقل یکی سیاه است که هر دو سفید نباشد:

$$P = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{\binom{4}{2}}{\binom{8}{2}}\right) = 0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{11}{18}$$

**779** ابتدا به کمک  $P(B|A)$  حاصل  $P(A \cap B)$  را به دست می‌آوریم:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0.25 = \frac{P(B \cap A)}{0.4} \Rightarrow P(B \cap A) = 0.1$$

حال با معلوم بودن  $P(A \cap B)$  می‌توانیم احتمال شرطی خواسته شده را به دست آوریم:

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

**780** ظاهراً نموداری که داده شده مربوط به درصد فراوانی نسبی است،

بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{\sum p_i x_i}{100} = \frac{7 \times 12 + 12 \times 18 + 13 \times 25 + 17 \times 10 + 19 \times 25}{100} = 14$$

$$a = 430q + q^2$$

**781** ابتدا شرط تقسیم را می‌نویسیم تا حدود  $q$  مشخص شود:

$$0 \leq q^2 < 430 \Rightarrow 0 \leq q < 20/\dots$$

حال باید  $0 \equiv 430q + q^2 \equiv 0$  باشد، بنابراین:

$$430q + q^2 \equiv 0 \Rightarrow (-2)q + q^2 \equiv 0 \Rightarrow q(q-2) \equiv 0$$

حال دو حالت قابل تصور است:

$$1) q \equiv 0 \Rightarrow q = 9k < 20/\dots \Rightarrow k = 1, 2$$

$$2) q - 2 \equiv 0 \Rightarrow q = 9k + 2 < 20/\dots \Rightarrow k = 0, 1, 2$$

بنابراین ۵ عدد طبیعی با شرایط فوق وجود دارد.

**782**

$$\begin{cases} [a, b] = 60 & (a, b) \\ a + b = 136 \end{cases}$$

اگر  $(a, b) = d$  باشد، آنگاه برای حل مسئله به روش متباین سازی فرض می‌کنیم  $[a, b] = a'b'd$  و  $b = b'd$ ،  $a = a'd$  بنابراین:

$$a'b'd = 60d \Rightarrow a'b' = 1 \times 60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$$

از طرفی باید  $a + b = 136$  باشد، بنابراین:

$$a'd + b'd = 8 \times 17 \xrightarrow{\substack{a'=12 \\ b'=5}} (5+12) \times d = 8 \times 17 \Rightarrow d = 8$$

حال تفاضل دو عدد قابل محاسبه است:

$$a - b = (a' - b')d = (12 - 5) \times 8 = 56$$

این مسئله مربوط به متباین سازی است و خارج از مطالب کتاب درسی نظام جدید محسوب می‌شود.